

高中数学

2021 新高三入学定位考模拟测试

2021 新高三入学定位考模拟测试试卷

数学

本试卷共 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。
考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分 (选择题 共 40 分)

一、选择题(共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项)

1. 函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x-1}$ 的定义域为

A. $(0, +\infty)$

B. $(0,1) \cup (1, +\infty)$

C. $[0, +\infty)$

D. $[0,1) \cup (1, +\infty)$

2. 圆心在直线 $x - y = 0$ 上且与 y 轴相切于点 $(0, 1)$ 的圆的方程是

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$

B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 1$

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$

D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 2$

3. 设 $a = 3^{0.2}$, $b = \log_3 2$, $c = \log_{0.2} 3$, 则

A. $a > c > b$

B. $a > b > c$

C. $b > c > a$

D. $b > a > c$

4. 下列函数中，既是奇函数又在区间 $(0,1)$ 上单调递增的是

A. $y = -x^3$

B. $y = \sin(-x)$

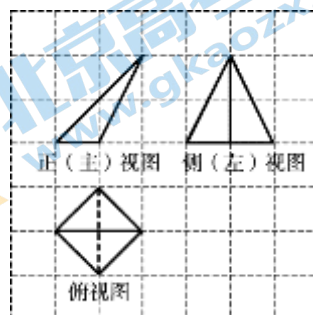
C. $y = \log_2 |x|$

D. $y = 2^x - 2^{-x}$

5. 某三棱锥的三视图如图所示, 已知网格纸上小正方形的边长为 1,
则该几何体的体积为

A. $\frac{2}{3}$
C. 2

B. $\frac{4}{3}$
D. 4



6. 设 $x > y$, 且 $xy \neq 0$, 则下列不等式中一定成立的是

A. $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$

B. $\ln|x| > \ln|y|$

C. $2^{-x} < 2^{-y}$

D. $x^2 > y^2$

7. 已知点 $A(2,0), B(0,-2)$. 若点 P 在函数 $y = \sqrt{x}$ 的图象上, 则使得 $\triangle PAB$ 的面积为 2 的点 P 的个数为

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

8. 已知函数 $f(x) = |x-m|$ 与函数 $g(x)$ 的图象关于 y 轴对称. 若 $g(x)$ 在区间 $(1,2)$ 内单调递减, 则 m 的取值范围为

A. $[-1, +\infty)$

B. $(-\infty, -1]$

C. $[-2, +\infty)$

D. $(-\infty, -2]$

9. 形如 $2^{2^n} + 1$ (n 是非负整数) 的数称为费马数, 记为 F_n . 数学家费马根据 F_0, F_1, F_2, F_3, F_4 都是质数提出了猜想: 费马数都是质数. 多年之后, 数学家欧拉计算出 F_5 不是质数, 那么 F_5 的位数是 (参考数据: $\lg 2 \approx 0.3010$)

A. 9

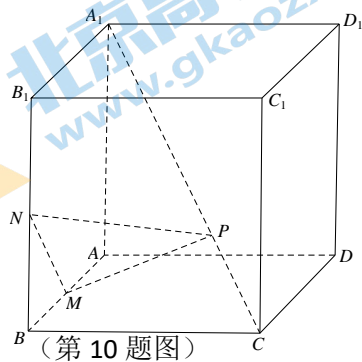
B. 10

C. 11

D. 12

10. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别是棱 AB, BB_1 的中点, 点 P 在对角线 CA_1 上运动. 当 $\triangle PMN$ 的面积取得最小值时, 点 P 的位置是

- A. 线段 CA_1 的三等分点, 且靠近点 A_1
- B. 线段 CA_1 的中点
- C. 线段 CA_1 的三等分点, 且靠近点 C
- D. 线段 CA_1 的四等分点, 且靠近点 C



第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题(共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

11. 已知平面向量 $a = (m, 3)$, $b = (1, 6)$, 若 $a \parallel b$, 则 $m =$ _____.

12. 若函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ x^2 - 1, & x > 0 \end{cases}$, 则 $y = f(x) - 1$ 的零点是 _____.

13. 已知双曲线 E 的一条渐近线方程为 $y = x$, 且焦距大于 4, 则双曲线 E 的标准方程可以为 _____ (写出一个即可).

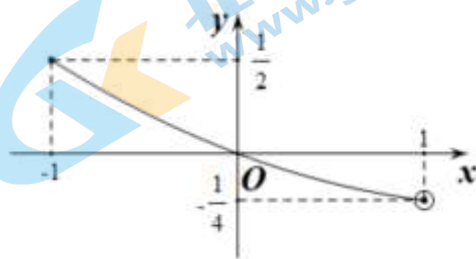
14. 函数 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{4})$ 的最小正周期为 _____; 若函数 $f(x)$ 在区间 $(0, \alpha)$ 上单调递增, 则 α 的最大值为 _____.

15. 函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-1, 1)$, 其图象如图所示. 函数 $g(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的奇函数, 满足 $g(2-x) + g(x) = 0$, 且当 $x \in (0, 1)$ 时, $g(x) = f(x)$. 给出下列 3 个结论:

- ① $g(0) = 0$;
- ② 函数 $g(x)$ 在 $(-1, 5)$ 内有且仅有 3 个零点;
- ③ 不等式 $f(-x) < 0$ 的解集为 $\{x | -1 < x < 0\}$.

其中, 正确结论的序号是 _____.

注: 本题给出的结论中, 有多个符合题目要求. 全部选对得 5 分, 不选或有错选得 0 分, 其他得 3 分.



三、解答题(共6小题,共85分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程)

16. (本小题13分)

已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 同时满足下列四个条件中的三个:

①最小正周期为 π ; ②最大值为2; ③ $f(0) = -1$; ④ $f(-\frac{\pi}{6}) = 0$.

(I) 给出函数 $f(x)$ 的解析式,并说明理由;

(II) 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间.

17. (本小题 13 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $b \sin A = a \cos(B - \frac{\pi}{6})$.

(I) 求 B ;

(II) 若 $c = 5$, _____, 求 a .

从① $b = 7$, ② $C = \frac{\pi}{4}$ 这两个条件中任选一个, 补充在上面问题中并作答.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

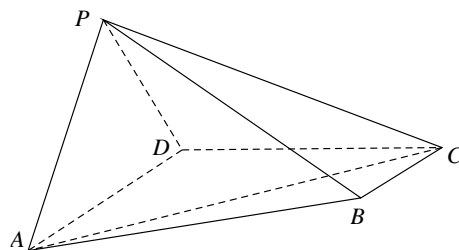
18. (本小题 14 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, $AD \parallel BC$, $CD \perp AD$, $AD = CD = 2BC = 2$, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, $PA \perp PD, PA = PD$.

(I) 求证: $CD \perp PA$;

(II) 求二面角 $C-PA-D$ 的余弦值;

(III) 在棱 PC 上是否存在点 M , 使得 $BM \perp$ 平面 PCD ? 若存在, 求 $\frac{PM}{PC}$ 的值? 若不存在, 说明理由.



19. (本小题 15 分)

设函数 $f(x) = ax \ln x$, 其中 $a \in \mathbb{R}$. 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(x))$ 处的切线经过点 $(3, 2)$.

(I) 求 a 的值;

(II) 求函数 $f(x)$ 的极值;

(III) 证明: $f(x) > \frac{x}{e^x} - \frac{2}{e}$.

20. (本小题 15 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $A_1(-a, 0), A_2(a, 0), B(0, b)$, $\triangle A_1BA_2$ 的面积为 2.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 设 M 是椭圆 C 上一点, 且不与顶点重合, 若直线 A_1B 与直线 A_2M 交于点 P , 直线 A_1M 与直线 A_2B 交于点 Q . 求证: $\triangle BPQ$ 为等腰三角形.

21. (本小题 15 分)

已知函数 $f(x) = 12 - x^2$.

(I) 求曲线 $y = f(x)$ 的斜率等于 -2 的切线方程;

(II) 设曲线 $y = f(x)$ 在点 $(t, f(t))$ 处的切线与坐标轴围成的三角形的面积为 $S(t)$, 求 $S(t)$ 的最小值.

2021 新高三入学定位考模拟测试答题卡

数学

第一部分 选择题 (共 40 分)

一、选择题:本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分。

1	[A]	[B]	[C]	[D]	6	[A]	[B]	[C]	[D]
2	[A]	[B]	[C]	[D]	7	[A]	[B]	[C]	[D]
3	[A]	[B]	[C]	[D]	8	[A]	[B]	[C]	[D]
4	[A]	[B]	[C]	[D]	9	[A]	[B]	[C]	[D]
5	[A]	[B]	[C]	[D]	10	[A]	[B]	[C]	[D]

第二部分 非选择题 (共 110 分)

二、填空题:本大题共 5 小题,每小题 5 分,共 25 分。

题号	答案	题号	答案
11		12	
13		14	
15			

三、解答题：共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

16. (本小题 13 分)



17. (本小题 13 分)



18. (本小题 14 分)



19. (本小题 15 分)



20. (本小题 15 分)



21. (本小题 15 分)

