

2019-2020 学年第一学期高三年级数学学科回归练习

一、选择题：共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

01. 已知集合 $P = \{x | x^2 \leq 1\}$, $M = \{a\}$, 若 $P \cap M = M$, 则实数 a 的取值范围是 【 】

A. $(-\infty, -1]$

B. $[-1, 1]$

C. $[1, +\infty)$

D. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

02. 下列函数中，在定义域内是减函数的是 【 】

A. $f(x) = -\frac{1}{x}$

B. $f(x) = \sqrt{x}$

C. $f(x) = \frac{1}{2^x}$

D. $f(x) = \tan x$

03. “ $x > 0, y > 0$ ”是“ $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} \geq 2$ ”的 【 】

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

04. 若 $|a| = |b| = 1$, $(a+2b) \perp a$, 则向量 a 与 b 的夹角为 【 】

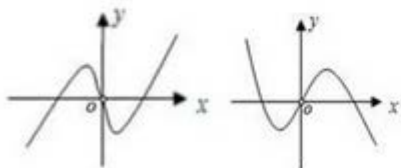
A. 30°

B. 60°

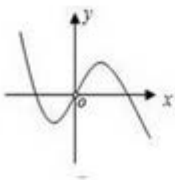
C. 120°

D. 150°

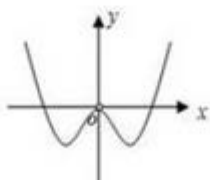
05. 函数 $f(x) = x \ln|x|$ 的函数可能是 【 】



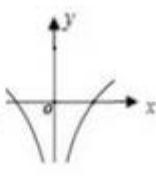
A



B



C



D

06. 已知函数 $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$, 下列结论中错误的是

【 】

A. $f(x) = \cos 2x$

B. 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=0$ 对称

C. $f(x)$ 的最小正周期为 π

D. $f(x)$ 的值域为 $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

07. 有一种细菌和一种病毒, 每个细菌在每秒钟杀死一个病毒的同时将自身分裂为 2 个, 现在有 1 个这种细菌和 200 个这种病毒, 细菌将病毒全部杀死至少需要

【 】

A. 6 秒钟

B. 7 秒钟

C. 8 秒钟

D. 9 秒钟

08. 如图, 点 P 在边长为 1 的正方形的边上, 从原点 O 出发, 沿逆时针方向作速度为 1 的匀速运动, 记点 P 的运动时间为 x , 点 P 到原点 O 的距离为 $f(x)$, 则关于函数 $f(x)$ 的描述

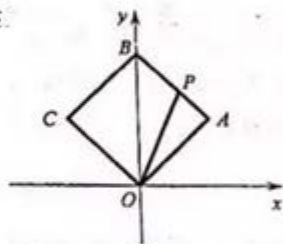
【 】

A. $f(x)$ 为偶函数

B. $f(x)$ 恰有一个零点

C. $f(x)$ 的最小正周期是 4

D. $f(x)$ 在 $[6, 7]$ 上单调递增



二、填空题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分

09. 计算 $2^6 + 4^{-\frac{1}{2}} + \lg \frac{1}{4} - \lg 25 =$ _____.

10. 若 $\tan \sigma = 3$, 则 $\cos 2\sigma + 3\sin^2 \sigma =$ _____.

11. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \pi$) 的部分图象如图所示, 则该函数的解析式为 _____; 该函数的单调递增区间为 _____.

12. 设奇函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数, 且 $f(1) = 0$. 则不等式 $\frac{f(x) - f(-x)}{x} < 0$ 的解集为 _____.

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3^x + a, & x \geq 0 \\ x^2 - ax, & x < 0 \end{cases}$, 若 $f(x)$ 的最小值是 a , 则实数 $a =$ _____.

14. 关于函数 $f(x) = \lg \frac{x^2+1}{|x|}$ ($x \neq 0, x \in R$) 有下列命题:

- ① 函数 $y=f(x)$ 的图象关于 y 轴对称;
- ② 当 $x>0$ 时, $f(x)$ 是增函数; 当 $x<0$ 时, $f(x)$ 是减函数;
- ③ 函数 $f(x)$ 的最小值是 $\lg 2$;
- ④ 当 $-1<x<0$ 或 $x>1$ 时, $f(x)$ 是增函数。

其中正确命题的序号是_____。(把所有正确命题的序号都填上)

三、解答题共 6 小题, 共 80 分。答应写出文字说明, 演算步或证明过程。

15. (本小题共 13 分) 已知函数 $f(x) = 2\sin^2 x - \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 。

- (1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;
- (2) 求 $f(x)$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值。

16.(本小题共 13 分)等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3$, 前 n 项和为 S_n , 等比数列 $\{b_n\}$ 的各项均为正数, 且

$$b_1 = 1, b_2 + S_2 = 12, \{b_n\} \text{ 的公比 } q = \frac{S_2}{b_2}.$$

(1)求 a_n 与 b_n ;

(2)求 $\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \dots + \frac{1}{S_n}$.

17.(本小题共 13 分)已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(2a+1)x^2 + (a^2+a)x$

(1)若 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极大值, 求实数 a 的值;

(2)若 $a > -1$, 求 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最大值;

(3)若 $\forall m \in R$, 直线 $y=kx+m$ 都不是曲线 $y=f(x)$ 的切线, 求 k 的取值范围(只需直接写出结果)

18.(本小题共 13 分)在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = \frac{\pi}{4}$, $\tan(A+B) = 7$, $AC = 3\sqrt{2}$ 。

(1)求 $\sin C$ 的值;

(2)求 $\triangle ABC$ 的面积.

19.(本小题共 14 分)已知函数 $f(x) = \ln x - ax^2 + x$, $a \in R$ 。

(1)当 $a=0$ 时, 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(e, f(e))$ 处的切线方程;

(2)讨论 $f(x)$ 的单调性;

(3)若 $f(x)$ 有两个零点, 求 a 的取值范围(只需直接写出结果).

20.(本小题共 14 分)如图,将数字 $1,2,3,\dots,2n(n\geq 3)$ 全部填入一个 2 行 n 列的表格中,每格填一个数字.第一行填入的数字依次为 a_1, a_2, \dots, a_n , 第二行填入的数字依次为 b_1, b_2, \dots, b_n .

a_1	a_2	\dots	a_n
b_1	b_2	\dots	b_n

$$\text{记 } S_n = \sum_{i=1}^n |a_i - b_i| = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + \dots + |a_n - b_n|.$$

- (1)当 $n=3$ 时,若 $a_1=1, a_2=3, a_3=5$, 写出 S_3 的所有可能的值;
- (2)给定正整数 n , 试给出 a_1, a_2, \dots, a_n 的一组取值, 使得无论 b_1, b_2, \dots, b_n 填写的顺序如何, S_n 都只有一个取值, 并求出此时 S_n 的值;
- (3)求证:对于给定的 n 以及满足条件的所有填法, S_n 的所有取值的奇偶性相同。