丰台区 2019—2020 学年度第一学期期末练习

高三数学 2020.01

第一部分 （选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．若集合 $A=\{x|1<x<3\}$，$B=\{x|-1<x<2\}$，则 $A\cap B=$

（A）$\{x|-1<x<3\}$ （B）$\{x|-1<x<1\}$ （C）$\{x|1<x<2\}$ （D）$\{x|2<x<3\}$

2．命题“$\exists x_0\in(0,+\infty)$，$\ln x_0=x_0-1$”的否定是

（A）$\exists x_0\in(0,+\infty)$，$\ln x_0\neq x_0-1$ （B）$\exists x_0\notin(0,+\infty)$，$\ln x_0=x_0-1$

（C）$\forall x\in(0,+\infty)$，$\ln x\neq x-1$ （D）$\forall x\notin(0,+\infty)$，$\ln x=x-1$

3．下列函数中，既是偶函数又在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增的是

（A）$y=-x$ （B）$y=x^2-1$

（C）$y=\cos x$ （D）$y=x^{\frac{1}{2}}$

4．一个四面体的顶点在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中的坐标分别是 $(0,0,0)$，$(0,0,1)$，$(1,1,0)$，$(1,0,1)$，则此四面体在 xOy 坐标平面上的正投影图形的面积为

（A）$\frac{1}{4}$ （B）$\frac{1}{2}$ （C）$\frac{3}{4}$ （D）1

5．已知菱形 $ABCD$ 边长为 1，$\angle BAD=60°$，则 $\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{CD}=$

（A）$\frac{1}{2}$ （B）$-\frac{1}{2}$ （C）$\frac{\sqrt{3}}{2}$ （D）$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

6．双曲线 $4x^2-y^2=1$ 的离心率为

（A）$\sqrt{5}$ （B）$\frac{\sqrt{5}}{2}$ （C）$\sqrt{3}$ （D）$\frac{\sqrt{3}}{2}$

7．已知公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$，前 n 项和为 S_n，满足 $S_3-S_1=10$，且 a_1,a_2,a_4 成等比数列，则 $a_3=$

（A）2 （B）6 （C）5或6 （D）12

8．在 $(\frac{1}{x}-x^2)^6$ 的展开式中，常数项是

（A）-20 （B）-15 （C）15 （D）30

9. 大西洋鲑鱼每年都要逆流而上，游回到自己出生的淡水流域产卵．记鲑鱼的游速为v（单位：m/s），鲑鱼的耗氧量的单位数为Q．科学研究发现v与$\log_3\dfrac{Q}{100}$成正比．当$v=1\text{m/s}$时，鲑鱼的耗氧量的单位数为900．当$v=2\text{m/s}$时，其耗氧量的单位数为

（A）1800　　　（B）　2700　　　（C）7290　　　（D）8100

10. 在边长为 2 的等边三角形 ABC 中，点 D，E 分别是边 AC，AB 上的点，满足 $DE \parallel BC$ 且 $\dfrac{AD}{AC}=\lambda$ $(\lambda\in(0,1))$，将$\triangle ADE$沿直线DE折到$\triangle A'DE$的位置．在翻折过程中，下列结论成立的是

（A）在边$A'E$上存在点F，使得在翻折过程中，满足$BF\parallel$平面$A'CD$

（B）存在$\lambda\in(0,\dfrac{1}{2})$，使得在翻折过程中的某个位置，满足平面$A'BC\perp$平面$BCDE$

（C）若$\lambda=\dfrac{1}{2}$，当二面角$A'-DE-B$为直二面角时，$|A'B|=\dfrac{\sqrt{10}}{4}$

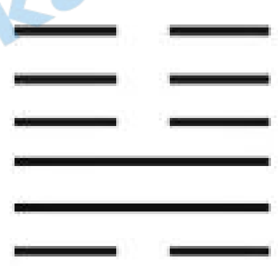
（D）在翻折过程中，四棱锥$A'-BCDE$体积的最大值记为$f(\lambda)$，$f(\lambda)$的最大值为$\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$

第二部分　（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．

11. 复数$\dfrac{1}{1+\mathrm{i}}$的实部为__________．

12. 我国古代典籍《周易》用“卦”描述万物的变化．每一“重卦”由从下到上排列的 6 个爻组成，爻分为阳爻“▬▬▬”和阴爻“▬ ▬”，右图就是一重卦．如果某重卦中有 2 个阳爻，则它可以组成__________种重卦．（用数字作答）



13. 已知a,b,c分别为$\triangle ABC$内角A,B,C的对边，$c^2=2ab$且$\sin A=\dfrac{1}{2}\sin C$，则$\cos A=$__________．

14. 我们称一个数列是“有趣数列”，当且仅当该数列满足以下两个条件：

①所有的奇数项满足$a_{2n-1}<a_{2n+1}$，所有的偶数项满足$a_{2n}<a_{2n+2}$；

②任意相邻的两项a_{2n-1}，a_{2n}满足$a_{2n-1}<a_{2n}$．

根据上面的信息完成下面的问题：

（i）数列$1,2,3,4,5,6$__________“有趣数列”（填“是”或者“不是”）；

（ii）若$a_n=n+(-1)^n\dfrac{2}{n}$，则数列$\{a_n\}$__________“有趣数列”（填“是”或者“不是”）．

15. 已知抛物线C：$y^2=4x$的焦点为F，则F的坐标为__________；过点F的直线交抛物线C于A,B两点，若$|AF|=4$，则△AOB的面积为__________.

16. 定义域为$\mathbf{R}$的函数$f(x)$同时满足以下两条性质：

①存在$x_0\in\mathbf{R}$，使得$f(x_0)\neq 0$；

②对于任意$x\in\mathbf{R}$，有$f(x+1)=2f(x)$.

根据以下条件，分别写出满足上述性质的一个函数.

（i）若$f(x)$是增函数，则$f(x)=$________；

（ii）若$f(x)$不是单调函数，则$f(x)=$________.

三、解答题共6小题，共80分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

17.（本小题共13分）

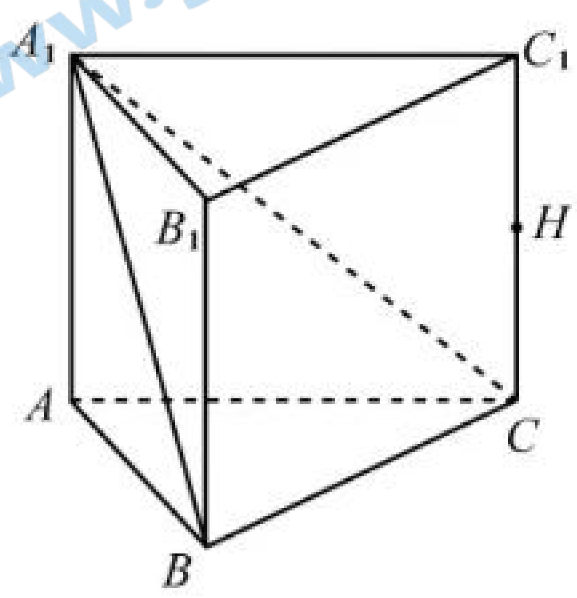
已知函数$f(x)=\sin x\cos x+\sqrt{3}\cos^2 x$.

（Ⅰ）求$f(\frac{\pi}{3})$的值；

（Ⅱ）求$f(x)$在区间$[0,\frac{\pi}{2}]$上的最大值.

18.（本小题共14分）

如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AA_1\perp$平面ABC，$\angle BAC=\frac{\pi}{2}$，$AA_1=AB=AC=1$，CC_1的中点为H.



（Ⅰ）求证：$AB\perp A_1C$；

（Ⅱ）求二面角A_1-BC-A的余弦值；

（Ⅲ）在棱A_1B_1上是否存在点N，使得HN∥平面A_1BC？若存在，求出$\frac{A_1N}{A_1B_1}$的值；若不存在，请说明理由.

19.（本小题共13分）

目前，中国有三分之二的城市面临“垃圾围城”的窘境. 我国的垃圾处理多采用填埋的方式，占用上

万亩土地，并且严重污染环境. 垃圾分类把不易降解的物质分出来，减轻了土地的严重侵蚀，减少了土地流失. 2020 年 5 月 1 日起，北京市将实行生活垃圾分类，分类标准为厨余垃圾、可回收物、有害垃圾和其它垃圾四类 .生活垃圾中有 30%~40%可以回收利用，分出可回收垃圾既环保，又节约资源. 如：回收利用 1 吨废纸可再造出 0.8 吨好纸，可以挽救 17 棵大树，少用纯碱 240 千克，降低造纸的污染排放 75%，节省造纸能源消耗 40%～50%.

现调查了北京市 5 个小区 12 月份的生活垃圾投放情况，其中可回收物中废纸和塑料品的投放量如下表：

	A 小区	B 小区	C 小区	D 小区	E 小区
废纸投放量（吨）	5	5.1	5.2	4.8	4.9
塑料品投放量（吨）	3.5	3.6	3.7	3.4	3.3

（Ⅰ）从 A，B，C，D，E 这 5 个小区中任取 1 个小区，求该小区 12 月份的可回收物中，废纸投放量超过 5 吨且塑料品投放量超过 3.5 吨的概率；

（Ⅱ）从 A，B，C，D，E 这 5 个小区中任取 2 个小区，记 X 为 12 月份投放的废纸可再造好纸超过 4 吨的小区个数，求 X 的分布列及期望.

20.（本小题共 13 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{1}{2}$，以原点为圆心，椭圆 C 的短半轴长为半径的圆与直线 $x-y+\sqrt{6}=0$ 相切.

（Ⅰ）求椭圆方程；

（Ⅱ）设 S 为椭圆右顶点，过椭圆 C 的右焦点的直线 l 与椭圆 C 交于 P，Q 两点（异于 S），直线 PS，QS 分别交直线 $x=4$ 于 A，B 两点. 求证：A，B 两点的纵坐标之积为定值.

21.（本小题共 14 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{(a+1)}{2}x^2+ax$.

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

（Ⅲ）对于任意 x_1，$x_2\in[0,2]$，都有 $|f(x_1)-f(x_2)|\le\dfrac{2}{3}$，求实数 a 的取值范围.

22.（本小题共 13 分）

已知$n\in \mathbf{N}^*$，$n\geq 2$，给定$n\times n$个整点(x,y)，其中$1\leq x,y\leq n,x,y\in \mathbf{N}^*$.

（Ⅰ）当$n=2$时，从上面的2×2个整点中任取两个不同的整点$(x_1,y_1),(x_2,y_2)$，求x_1+x_2的所有可能值；

（Ⅱ）从上面$n\times n$个整点中任取m个不同的整点，$m\geq \dfrac{5n}{2}-1$.

（i）证明：存在互不相同的四个整点$(x_1,y_1),(x_1',y_1'),(x_2,y_2),(x_2',y_2')$，满足$y_1=y_1'$，$y_2=y_2',y_1\neq y_2$；

（ii）证明：存在互不相同的四个整点$(x_1,y_1),(x_1',y_1),(x_2,y_2),(x_2',y_2)$，满足$x_1+x_1'=x_2+x_2',y_1\neq y_2$.

（考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效）

丰台区 2019~2020 学年度第一学期期末练习

高三数学 参考答案及评分参考

2020．01

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	C	B	B	A	A	B	C	D	D

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．

11．$\frac{1}{2}$　　12．15　　13．$\frac{7}{8}$

14．是；是　　15．$(1,0)$；$\frac{4\sqrt{3}}{3}$　　16．2^x；$2^x\sin 2\pi x$(答案不唯一)

注：第 14、15、16 题第一空 3 分，第二空 2 分．

三、解答题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

17．（本小题共 13 分）

解：（Ⅰ）$f(\frac{\pi}{3})=\sin\frac{\pi}{3}\cdot\cos\frac{\pi}{3}+\sqrt{3}\cos^2\frac{\pi}{3}$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}+\sqrt{3}\times(\frac{1}{2})^2$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

………………4 分（Ⅱ）

$f(x)=\sin x\cdot\cos x+\sqrt{3}\cos^2 x$

$$=\frac{1}{2}\sin 2x+\sqrt{3}\cdot\frac{\cos 2x+1}{2}$$

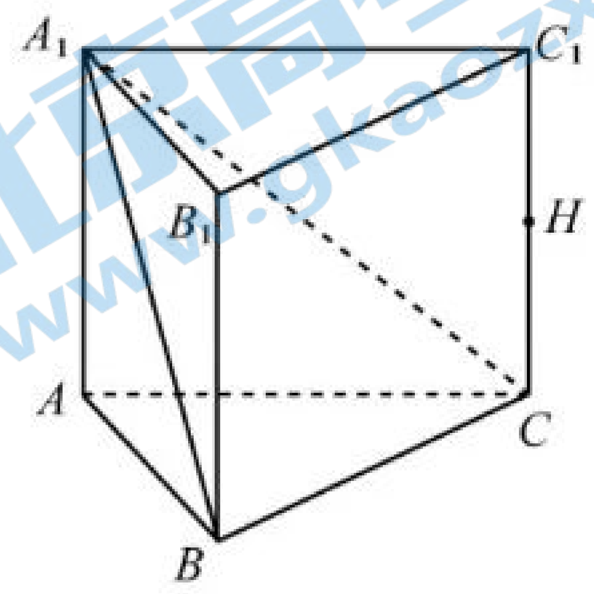
$$=\sin(2x+\frac{\pi}{3})+\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

因为 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$，所以 $2x+\frac{\pi}{3}\in[\frac{\pi}{3},\frac{4\pi}{3}]$．

当 $2x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$，即 $x=\frac{\pi}{12}$ 时，

$f(x)$ 取得最大值 $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$．　　………………13 分

18.（本小题共 14 分）



证明：（Ⅰ）因为 $AA_1 \perp$ 平面 ABC， $AB \subset$ 平面 ABC，所以 $AA_1 \perp AB$.

因为 $\angle BAC = \dfrac{\pi}{2}$，所以 $AC \perp AB$.

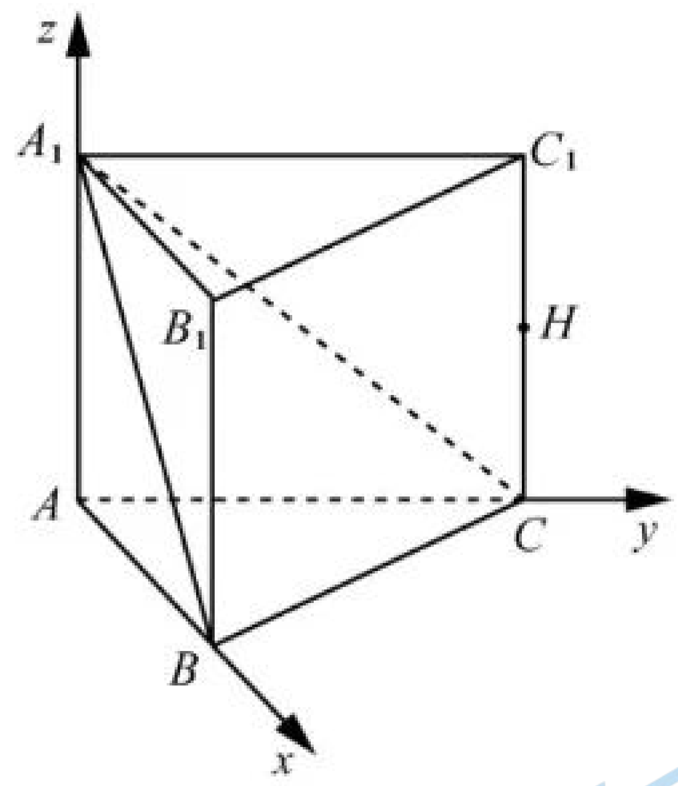
又因为 $AC \cap AA_1 = A$，

所以 $AB \perp$ 平面 A_1AC.

因为 $A_1C \subset$ 平面 A_1AC，所以 $AB \perp A_1C$. ……………….4 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知 AB， AC， AA_1 两两互相垂直，

如图，建立空间直角坐标系 $A-xyz$.



因为 $AA_1 = AB = AC = 1$，

所以 $A(0,0,0)$， $B(1,0,0)$， $C(0,1,0)$， $A_1(0,0,1)$.

因为 $AA_1 \perp$ 平面 ABC，

所以 $\overrightarrow{AA_1} = (0,0,1)$ 即为平面 ABC 的一个法向量.

设平面 A_1BC 的一个法向量为 $\boldsymbol{n} = (x,y,z)$，

$\overrightarrow{A_1B} = (1,0,-1)$， $\overrightarrow{A_1C} = (0,1,-1)$，

则 $\begin{cases} \boldsymbol{n} \cdot \overrightarrow{A_1B} = 0, \\ \boldsymbol{n} \cdot \overrightarrow{A_1C} = 0. \end{cases}$ 即 $\begin{cases} x - z = 0, \\ y - z = 0. \end{cases}$

令 $z = 1$，则 $x = 1, y = 1$.

于是 $\boldsymbol{n} = (1,1,1)$.

所以 $\cos\left\langle \overrightarrow{AA_1}, \boldsymbol{n} \right\rangle = \dfrac{\overrightarrow{AA_1} \cdot \boldsymbol{n}}{\left|\overrightarrow{AA_1}\right| \cdot |\boldsymbol{n}|} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

由题知二面角 $A_1 - BC - A$ 为锐角，所以其余弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. ……………….10 分

（III）假设棱 A_1B_1 上存在点 $N(x,y,z)$，使得 HN // 平面 A_1BC.

由 $\overrightarrow{A_1N}=\lambda\overrightarrow{A_1B_1}(0\le\lambda\le 1)$，又 $\overrightarrow{A_1B_1}=(1,0,0)$，故 $\overrightarrow{A_1N}=(\lambda,0,0)$.

因为 $C_1(0,1,1)$，H 为 CC_1 的中点，所以 $H(0,1,\frac{1}{2})$.

所以 $\overrightarrow{HN}=\overrightarrow{HA_1}+\overrightarrow{A_1N}=(\lambda,-1,\frac{1}{2})$.

若 HN // 平面 A_1BC，则 $\overrightarrow{HN}\cdot\boldsymbol{n}=\lambda-1+\frac{1}{2}=0$，解得 $\lambda=\frac{1}{2}\in[0,1]$.

又因为 $HN\not\subset$ 平面 A_1BC.

所以在棱 A_1B_1 上存在点 N，使得 HN // 平面 A_1BC，且 $\frac{A_1N}{A_1B_1}=\frac{1}{2}$.

………………14　分

19.（本小题共 13 分）

解：（I）记“该小区 12 月份的可回收物中废纸投放量超过 5 吨且塑料品投放量超过 3.5 吨”为事件 A.

由题意，有 B，C 两个小区 12 月份的可回收物中废纸投放量超过 5 吨且塑料品投放量超过 3.5 吨，

所以 $P(A)=\frac{2}{5}$.　………………4 分

（II）因为回收利用 1 吨废纸可再造出 0.8 吨好纸，

所以 12 月份投放的废纸可再造好纸超过 4 吨的小区有 B，C，共 2 个小区.

X 的所有可能取值为 0，1，2.

$$P(X=0)=\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{3}{10};$$

$$P(X=1)=\frac{C_3^1\cdot C_2^1}{C_5^2}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5};$$

$$P(X=2)=\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10}.$$

所以 X 的分布列为:

X	0	1	2
P	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$

$$E(X)=0\times\frac{3}{10}+1\times\frac{3}{5}+2\times\frac{1}{10}=\frac{4}{5}.$$

………………13 分

20.（本小题共 13 分）

解：（Ⅰ）因为以原点为圆心，椭圆的短半轴长为半径的圆与直线 $x-y+\sqrt{6}=0$ 相切，

所以半径 b 等于原点到直线的距离 d，$b=d=\dfrac{|0-0+\sqrt{6}|}{\sqrt{1+1}}$，即 $b=\sqrt{3}$.

由离心率 $e=\dfrac{1}{2}$，可知 $\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2}$，且 $a^2=b^2+c^2$，得 $a=2$.

故椭圆 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$. ....4 分

（Ⅱ）由椭圆 C 的方程可知 $S(2,0)$.

若直线 l 的斜率不存在，则直线 l 方程为 $x=1$，

所以 $P(1,\dfrac{3}{2}),\ Q(1,-\dfrac{3}{2})$.

则直线 PS 的方程为 $3x+2y-6=0$，直线 QS 的方程为 $3x+2y-6=0$.

令 $x=4$，得 $A(4,-3)$，$B(4,3)$.

所以 A，B 两点的纵坐标之积为 -9.

若直线 l 的斜率存在，设直线 l 的方程为 $y=k(x-1)(k\neq 0)$，

由 $\begin{cases} y=k(x-1) \\ 3x^2+4y^2-12=0 \end{cases}$ 得 $(3+4k^2)x^2-8k^2x+4k^2-12=0$，

依题意 $\Delta\geq 0$ 恒成立.

设 $P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2)(x_1,x_2\neq 0)$，

则 $x_1+x_2=\dfrac{8k^2}{3+4k^2},x_1x_2=\dfrac{4k^2-12}{3+4k^2}$.

设 $A(4,y_A)$ $B(4,y_B)$，

由题意 P，S，A 三点共线可知 $\dfrac{y_A}{4-2}=\dfrac{y_1}{x_1-2}$，

所以点 A 的纵坐标为 $y_A=\dfrac{2y_1}{x_1-2}$.

同理得点 B 的纵坐标为 $y_B=\dfrac{2y_2}{x_2-2}$.

所以 $y_Ay_B=\dfrac{2y_1}{x_1-2}\cdot\dfrac{2y_2}{x_2-2}$.

$$=4k^2\frac{x_1x_2-(x_1+x_2)+1}{x_1x_2-2(x_1+x_2)+4}$$

$$=4k^2\frac{4k^2-12-8k^2+4k^2+3}{4k^2-12-2\times 8k^2+4(4k^2+3)}$$

$$=4k^2\times\frac{-9}{4k^2}$$

$$=-9$$

综上，A，B两点的纵坐标之积为定值.

………………13 分

21.（本小题共 14 分）

解：（Ⅰ）当$a=1$时，因为$f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2+x$

所以$f'(x)=x^2-2x+1$，$f'(0)=1$.

又因为$f(0)=0$，

所以曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程为$y=x$. ………………4 分

（Ⅱ）因为$f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{(a+1)}{2}x^2+ax$，

所以$f'(x)=x^2-(a+1)x+a=0$.

令$f'(x)=0$，解得$x=a$或$x=1$.

若$a>1$，当$f'(x)>0$即$x<1$或$x>a$时，函数$f(x)$单调递增；

当$f'(x)<0$即$1<x<a$时，函数$f(x)$单调递减.

若$a=1$，则$f'(x)=x^2-2x+1=(x-1)^2\geq 0$，

当且仅当$x=1$时取等号，函数$f(x)$是增函数.

若$a<1$，当$f'(x)>0$即$x<a$或$x>1$时，函数$f(x)$单调递增.

当$f'(x)<0$即$a<x<1$时，函数$f(x)$单调递减.

综上，$a>1$时，函数$f(x)$单调递增区间为$(-\infty,1),(a,+\infty)$，单调递减区间为$(1,a)$；

$a=1$时，函数$f(x)$单调递增区间为$(-\infty,+\infty)$；

$a<1$时，函数$f(x)$单调递增区间为$(-\infty,a),(1,+\infty)$，单调递减区间为$(a,1)$.

………………9 分

（Ⅲ） 令 $f'(x)=x^2-(a+1)x+a=0$，解得 $x=a$ 或 $x=1$.

当 $a\le 0$时，随 x 变化， $f'(x),f(x)$ 变化情况如下表：

x	0	$(0,1)$	1	$(1,2)$	2
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↘	极小值	↗	$\frac{2}{3}$

由表可知 $f(0)>f(1)$，此时 $\lvert f(2)-f(1)\rvert>\frac{2}{3}$ ，不符合题意.

当 $0<a<1$时，随 x 变化， $f'(x),f(x)$ 变化情况如下表：

x	0	$(0,a)$	a	$(a,1)$	1	$(1,2)$	2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↗	极大值	↘	极小值	↗	$\frac{2}{3}$

由表可得 $f(0)=0,f(a)=-\frac{1}{6}a^3+\frac{1}{2}a^2,f(1)=\frac{1}{2}a-\frac{1}{6},f(2)=\frac{2}{3}$ ，

且 $f(0)<f(a)$， $f(1)<f(2)$，

所以只需 $\begin{cases} f(a)\le f(2), \\ f(1)\ge f(0), \end{cases}$ 即 $\begin{cases} -\frac{1}{6}a^3+\frac{1}{2}a^2\le\frac{2}{3}, \\ \frac{1}{2}a-\frac{1}{6}\ge 0. \end{cases}$ 解得 $\frac{1}{3}\le a<1$.

当 $a=1$ 时， $f'(x)=x-2x+1=(x-1)^2>0$ 在 $(0,2)$ 恒成立，符合题意.

当 $1<a<2$时，

只需 $\begin{cases} f(1)\le f(2), \\ f(a)\ge f(0), \end{cases}$ 即 $\begin{cases} \frac{1}{2}a-\frac{1}{6}\le\frac{2}{3}, \\ -\frac{1}{6}a^3+\frac{1}{2}a^2\ge 0. \end{cases}$ 解得 $1<a\le\frac{5}{3}$.

当 $a\ge 2$ 时， $f(1)>f(2)$，不符合题意.

综上，实数 a 的取值范围是 $[\frac{1}{3},\frac{5}{3}]$. ....14 分

22.（本小题共 13 分）

解:（Ⅰ）当 $n=2$ 时，4 个整点分别为 $(1,1),(1,2),(2,1),(2,2)$.

所以 x_1+x_2 的所有可能值 $2,3,4$. ………………3 分

（Ⅱ）(i) 假设不存在互不相同的四个整点 $(x_1,y_1),(x_1',y_1'),(x_2,y_2),(x_2',y_2')$，

满足 $y_1=y_1',y_2=y_2',y_1\neq y_2$.

即在直线 $y=i(1\le i\le n,i\in\mathbf{N}^*)$ 中至多有一条直线上取多于 1 个整点，其余每条直线上至多取一个整点， 此时符合条件的整点个数最多为 $n-1+n=2n-1$.

而 $2n-1<\dfrac{5}{2}n-1$，

与已知 $m\ge\dfrac{5}{2}n-1$ 矛盾.

故存在互不相同的四个整点 $(x_1,y_1),(x_1',y_1'),(x_2,y_2),(x_2',y_2')$，满足 $y_1=y_1',y_2=y_2',y_1\neq y_2$.

(ii) 设直线 $y=i(1\le i\le n,i\in\mathbf{N}^*)$ 上有 a_i 个选定的点.

若 $a_i\ge 2$，设 $y=i$ 上的这 a_i 个选定的点的横坐标为 x_1，$x_2,\cdots$，x_{a_i}，且满足 $x_1<x_2<\cdots<x_{a_i}$.

由 $x_1+x_2<x_1+x_3<x_2+x_3<x_2+x_4<x_3+x_4<\cdots<x_{a_i-1}+x_{a_i}$，

知 x_1，$x_2,\cdots$，x_{a_i} 中任意不同两项之和至少有 $2a_i-3$ 个不同的值，这对于 $a_i<2$ 也成立.

由于 $1,2,3,\cdots,n$ 中任意不同两项之和的不同的值恰有 $2n-3$ 个，

而 $\sum\limits_{i=1}^{n}(2a_i-3)=2m-3n\ge 5n-2-3n\ge 2n-3$，

可知存在四个不同的点 $(x_1,y_1),(x_1',y_1),(x_2,y_2),(x_2',y_2)$，

满足 $x_1+x_1'=x_2+x_2',y_1\neq y_2,y_1\ \neq\ y_2$. ………………13 分

（若用其他方法解题，请酌情给分）