

# 西城区高三模拟测试试卷

## 数 学

2022.5

本试卷共 6 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

### 第一部分 (选择题 共 40 分)

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 已知集合  $A = \{x | -4 < x < 2\}$ ， $B = \{x | x^2 \leq 9\}$ ，则  $A \cup B =$

- (A)  $(-4, 3]$  (B)  $[-3, 2)$   
(C)  $(-4, 2)$  (D)  $[-3, 3]$

(2) 已知双曲线的焦点分别为  $F_1, F_2$ ， $|F_1F_2| = 4$ ，双曲线上一点  $P$  满足  $||PF_1| - |PF_2|| = 2$ ，则该双曲线的离心率为

- (A)  $\sqrt{2}$  (B)  $\sqrt{3}$  (C) 2 (D) 3

(3) 已知  $\{a_n\}$  为等差数列，首项  $a_1 = 2$ ，公差  $d = 3$ ，若  $a_n + a_{n+2} = 28$ ，则  $n =$

- (A) 1 (B) 2  
(C) 3 (D) 4

(4) 下列函数中，与函数  $y = x^3$  的奇偶性相同，且在  $(0, +\infty)$  上有相同单调性的是

- (A)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  (B)  $y = \ln x$   
(C)  $y = \sin x$  (D)  $y = x|x|$

(5) 已知直线  $y = kx + 2$  与圆  $C: x^2 + y^2 = 2$  交于  $A, B$  两点，且  $|AB| = 2$ ，则  $k$  的值为

- (A)  $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$  (B)  $\pm \sqrt{3}$  (C)  $\sqrt{3}$  (D) 2

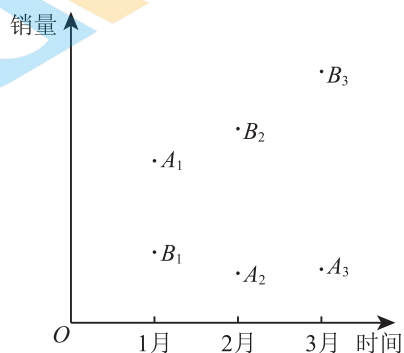
- (6) 已知  $e$  是单位向量, 向量  $a$  满足  $\frac{1}{2} \leq a \cdot e \leq 1$ , 则  $|a|$  的取值范围是
- (A)  $(0, +\infty)$  (B)  $(0, 1]$   
 (C)  $[\frac{1}{2}, +\infty)$  (D)  $[\frac{1}{2}, 1]$
- (7) 已知函数  $f(x) = 2\sin(2x + \varphi)$ ,  $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ , 那么 “ $|\varphi| = \frac{\pi}{6}$ ” 是 “ $f(x)$  在  $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$  上是增函数” 的
- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件  
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- (8) 已知  $f(x) = |\lg x - a|$ , 记关于  $x$  的方程  $f(x) = 1$  的所有实数根的乘积为  $g(a)$ , 则  $g(a)$
- (A) 有最大值, 无最小值 (B) 有最小值, 无最大值  
 (C) 既有最大值, 也有最小值 (D) 既无最大值, 也无最小值
- (9) 若函数  $f(x) = \begin{cases} 2^x + 3, & x \leq 0, \\ (x-2)^2, & 0 < x \leq a \end{cases}$  的定义域和值域的交集为空集, 则正数  $a$  的取值范围是

围是

- (A)  $(0, 1]$  (B)  $(0, 1)$   
 (C)  $(1, 4)$  (D)  $(2, 4)$
- (10) 如图为某商铺  $A, B$  两种商品在 2022 年前 3 个月的销售情况统计图, 已知  $A$  商品卖出一件盈利 20 元,  $B$  商品卖出一件盈利 10 元. 图中点  $A_1, A_2, A_3$  的纵坐标分别表示  $A$  商品 2022 年前 3 个月的销售量, 点  $B_1, B_2, B_3$  的纵坐标分别表示  $B$  商品 2022 年前 3 个月的销售量. 根据图中信息, 下列四个结论中正确的是

- ① 2 月  $A, B$  两种商品的总销售量最多;  
 ② 3 月  $A, B$  两种商品的总销售量最多;  
 ③ 1 月  $A, B$  两种商品的总利润最多;  
 ④ 2 月  $A, B$  两种商品的总利润最多.

- (A) ①③ (B) ①④  
 (C) ②③ (D) ②④



第二部分 (非选择题 共110分)

二、填空题共5小题, 每小题5分, 共25分。

(11) 二项式  $(1+x)^n$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ) 的展开式中  $x^2$  的系数为 21, 则  $n =$  \_\_\_\_\_.

(12) 已知复数  $z$  在复平面内所对应的点的坐标为  $(-1, 2)$ , 则  $\left| \frac{5}{z} \right|$  为 \_\_\_\_\_.

(13) 已知抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 准线为  $l$ , 则焦点到准线的距离为 \_\_\_\_\_; 直线  $y = \sqrt{3}x - \sqrt{3}$  与抛物线分别交于  $P$ 、 $Q$  两点 (点  $P$  在  $x$  轴上方), 过点  $P$  作直线  $PQ$  的垂线交准线  $l$  于点  $H$ , 则  $\frac{|PF|}{|PH|} =$  \_\_\_\_\_.

(14) 已知数列  $\{a_n\}$  是首项为 16, 公比为  $\frac{1}{2}$  的等比数列,  $\{b_n\}$  是公差为 2 的等差数列. 若集合  $A = \{n \in \mathbf{N}^* \mid a_n > b_n\}$  中恰有 3 个元素, 则符合题意的  $b_1$  的一个取值为 \_\_\_\_\_.

(15) 已知四棱锥  $P-ABCD$  的高为 1,  $\triangle PAB$  和  $\triangle PCD$  均是边长为  $\sqrt{2}$  的等边三角形, 给出下列四个结论:

- ① 四棱锥  $P-ABCD$  可能为正四棱锥;
- ② 空间中一定存在到  $P, A, B, C, D$  距离都相等的点;
- ③ 可能有平面  $PAD \perp$  平面  $ABCD$ ;
- ④ 四棱锥  $P-ABCD$  的体积的取值范围是  $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$ .

其中所有正确结论的序号是 \_\_\_\_\_.

三、解答题共6小题，共85分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

(16) (本小题 13 分)

$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 中, } 2\sqrt{3}\cos^2\frac{B}{2} + 2\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2} = \sqrt{3}.$$

(I) 求  $B$  的大小;

(II) 若  $\sqrt{3}(a+c) = 2b$ , 证明:  $a=c$ .

(17) (本小题 13 分)

2021 年 12 月 9 日,《北京市义务教育体育与健康考核评价方案》发布. 义务教育体育与健康考核评价包括过程性考核与现场考试两部分, 总分值 70 分. 其中过程性考核 40 分, 现场考试 30 分. 该评价方案从公布之日施行, 分学段过渡、逐步推开. 现场考试采取分类限选的方式, 把内容划分了四类, 必考、选考共设置 22 项考试内容.

某区在九年级学生中随机抽取 1100 名男生和 1000 名女生作为样本进行统计调查, 其中男生和女生选考乒乓球的比例分别为 10%和 5%, 选考 1 分钟跳绳的比例分别为 40%和 50%. 假设选考项目中所有学生选择每一项相互独立.

(I) 从该区所有九年级学生中随机抽取 1 名学生, 估计该学生选考乒乓球的概率;

(II) 从该区九年级全体男生中随机抽取 2 人, 全体女生中随机抽取 1 人, 估计这 3 人中恰有 2 人选考 1 分钟跳绳的概率;

(III) 已知乒乓球考试满分 8 分. 在该区一次九年级模拟考试中, 样本中选考乒乓球的男生有 60 人得 8 分, 40 人得 7.5 分, 其余男生得 7 分; 样本中选考乒乓球的女生有 40 人得 8 分, 其余女生得 7 分. 记这次模拟考试中, 选考乒乓球的所有学生的乒乓球平均分的估计值为  $\mu_1$ , 其中男生的乒乓球平均分的估计值为  $\mu_2$ , 试比较  $\mu_1$  与  $\mu_2$  的大小. (结论不需要证明)

(18) (本小题 14 分)

如图, 在三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中, 四边形  $AA_1C_1C$  是边长为 4 的菱形,  $AB = BC = \sqrt{13}$ , 点  $D$  为棱  $AC$  上动点 (不与  $A, C$  重合), 平面  $B_1BD$  与棱  $A_1C_1$  交于点  $E$ .

(I) 求证:  $BB_1 \parallel DE$ ;

(II) 若  $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{4}$ , 从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择两个条件作为已知, 求直

线  $AB$  与平面  $B_1BDE$  所成角的正弦值.

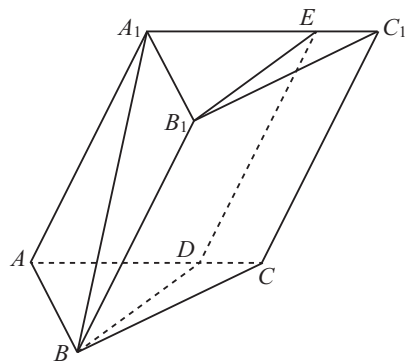
条件①: 平面  $ABC \perp$  平面  $AA_1C_1C$ ;

条件②:  $\angle A_1AC = 60^\circ$ ;

条件③:  $A_1B = \sqrt{21}$ .

注: 如果选择多个符合要求的条件分别解答,

按第一个解答计分.



(19) (本小题 15 分)

已知函数  $f(x) = \frac{\ln x + a}{x+1}$ .

(I) 若  $f'(1) = \frac{1}{4}$ , 求  $a$  的值;

(II) 当  $a > 2$  时,

① 求证:  $f(x)$  有唯一的极值点  $x_1$ ;

② 记  $f(x)$  的零点为  $x_0$ , 是否存在  $a$  使得  $\frac{x_1}{x_0} \leq e^2$ ? 说明理由.

(20) (本小题 15 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左顶点为  $A(-2, 0)$ , 圆  $O: x^2 + y^2 = 1$  经过椭圆  $C$  的上、下顶点.

(I) 求椭圆  $C$  的方程和焦距;

(II) 已知  $P, Q$  分别是椭圆  $C$  和圆  $O$  上的动点 ( $P, Q$  不在坐标轴上), 且直线  $PQ$  与  $x$  轴平行, 线段  $AP$  的垂直平分线与  $y$  轴交于点  $M$ , 圆  $O$  在点  $Q$  处的切线与  $y$  轴交于点  $N$ . 求线段  $MN$  长度的最小值.

(21) (本小题 15 分)

已知数列  $A: a_1, a_2, \dots, a_{2m}$ , 其中  $m$  是给定的正整数, 且  $m \geq 2$ .

令  $b_i = \min\{a_{2i-1}, a_{2i}\}$ ,  $i = 1, \dots, m$ ,  $X(A) = \max\{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ ,

$c_i = \max\{a_{2i-1}, a_{2i}\}$ ,  $i = 1, \dots, m$ ,  $Y(A) = \min\{c_1, c_2, \dots, c_m\}$ .

这里,  $\max\{\}$  表示括号中各数的最大值,  $\min\{\}$  表示括号中各数的最小值.

(I) 若数列  $A: 2, 0, 2, 1, -4, 2$ , 求  $X(A)$ ,  $Y(A)$  的值;

(II) 若数列  $A$  是首项为 1, 公比为  $q$  的等比数列, 且  $X(A) = Y(A)$ , 求  $q$  的值;

(III) 若数列  $A$  是公差  $d = 1$  的等差数列, 数列  $B$  是数列  $A$  中所有项的一个排列, 求  $X(B) - Y(B)$  的所有可能值 (用  $m$  表示).



## 2022 北京高三各区二模试题下载

北京高考资讯公众号搜集整理了【**2022 北京各区高三二模试题&答案**】，想要获取试题资料，关注公众号，点击菜单栏【**一模二模**】→【**二模试题**】，即可**免费获取**全部二模试题及答案，欢迎大家下载练习！

还有更多**二模成绩、排名、赋分**等信息，考后持续分享！



# 微信搜一搜

北京高考资讯



一模试题

**二模试题**

高考真题

期中期末

各省热门试题

识别二维码查看下载  
北京各区二模试题&答案

这里有最新热门试题

考后最快更新分享

一模二模 热门资讯 福利资料