2023北京交大附中高三10月月考

数　　学

2023.10.05

一、选择题（每小题4分，共40分）

1.已知全集U＝$\boldsymbol{R}$，集合$A=\{x|-2\le x\le 3\}$，$B=\{x|x<-1或x>4\}$，那么集合$A\cap(\complement_U B)$等于（　）

（A）$\{x|-2\le x<4\}$　　（B）$\{x|x\le 3或x\ge 4\}$

（C）$\{x|-2\le x<-1\}$　　（D）$\{x|-1\le x\le 3\}$

2.已知向量$\boldsymbol{a}=(m,2)$，$\boldsymbol{b}=(2,-1)$．若$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$，则$m$的值为（　）

（A）4　　（B）1　　（C）-4　　（D）-1

3.命题$p:\forall x>2,\ x^2-1>0$，则$\neg p$是（　）

（A）$\forall x>2,\ x^2-1\le 0$　　（B）$\forall x\le 2,\ x^2-1>0$

（C）$\exists x>2,\ x^2-1\le 0$　　（D）$\exists x\le 2,\ x^2-1\le 0$

4.已知函数$f(x)=\ln x+x-4$，在下列区间中，包含$f(x)$零点的区间是（　）

（A）$(0,1)$　　（B）$(1,2)$　　（C）$(2,3)$　　（D）$(3,4)$

5.为了得到函数$y=-\sin(x-\dfrac{\pi}{3})$的图象，只需把函数$y=\sin x$的图象上的所有点（　）

（A）向左平移$\dfrac{2\pi}{3}$个单位长度　　（B）向左平移$\dfrac{\pi}{3}$个单位长度

（C）向右平移$\dfrac{\pi}{3}$个单位长度　　（D）向右平移$\dfrac{5\pi}{3}$个单位长度

6. 在$\triangle ABC$中，$B=\dfrac{\pi}{4}$，$AC=\sqrt{2}$，则“$BC=\sqrt{3}$”是“$A=\dfrac{\pi}{3}$”的（　）

（A）充分不必要条件（B）必要不充分条件（C）充要条件（D）既不充分也不必要条件

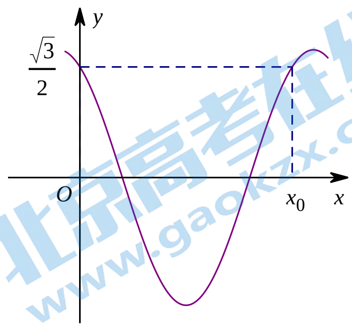
7．如图，为了研究钟表与三角函数的关系，建立如图所示的坐标系，设秒针尖位置$p(x,y)$．若初始位置为$P_0(\dfrac{\sqrt{3}}{2}，\dfrac{1}{2})$，当秒针从$P_0$（注此时$t=0$）正常开始走时，那么点$P$的纵坐标$y$与时间$t$的函数关系为(　)

（A）$y=\sin(\dfrac{\pi}{30}t+\dfrac{\pi}{6})$　（B）$y=\sin(-\dfrac{\pi}{60}t-\dfrac{\pi}{6})$

（C）$y=\sin(-\dfrac{\pi}{30}t+\dfrac{\pi}{6})$　（D）$y=\sin(-\dfrac{\pi}{30}t-\dfrac{\pi}{3})$

8.要制作一个面积为2平方米，形状为直角三角形的铁架框，现有下列四种长度的铁管，最合理（够用，又浪费最少）的是(　　)

（A）4.6　（B）4.8 米　（C）6.8 米　（D）7 米



9．已知函数 $f\left(x\right)=2mx^2-2\left(4-m\right)x+1$，$g\left(x\right)=mx$，若对于任意实数 x，$f\left(x\right)$ 与 $g\left(x\right)$ 的值至少有一个为正数，则实数 m 的取值范围是（　）

（A）$(-\infty,\ 0)$　（B）$(0,\ 2)$　（C）$(2,\ 8)$　（D）$(0,\ 8)$

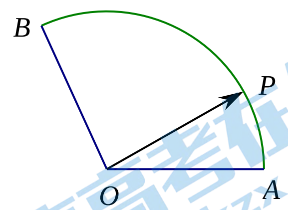
10.已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^{x-1}, & x<a,\\ -x^2+2a, & x\ge a.\end{cases}$，如果函数 $f(x)$ 满足对任意 $x_1\in(-\infty,a)$，都存在 $x_2\in(a,+\infty)$，使得 $f(x_2)=f(x_1)$，则称实数 a 为函数 $f(x)$ 的包容数．在①$-\frac{1}{2}$；②$\frac{1}{2}$；③1；④$\sqrt{2}$；⑤$\frac{3}{2}$ 中，函数 $f(x)$ 的包容数是（　）

（A）①③　（B）②③　（C）②③④　（D）②④⑤

二、填空题（每小题 5 分，共 25 分）

11.已知 $\tan(\theta-\frac{\pi}{4})=2$，则 $\tan\theta=$ ______.

12.函数 $f(x)=\cos(\pi x+\varphi)(0<\varphi<\frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示. 则 $\varphi=$______，图中 $x_0=$______.



13.如图，扇形 AOB 中，半径为 1，AB 的长为 2，则 AB 所对的圆心角的大小为________弧度；若点 P 是 AB 上的一个动点，则当 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OP}$ 取得最大值时，$<\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OP}>=$ __________.

14.已知函数 $f(x)=\sin x$，若对任意的实数 $\alpha\in\left(-\frac{\pi}{4},\ -\frac{\pi}{6}\right)$，都存在唯一的实数 β∈（0，m），使 $f(\alpha)+f(\beta)=0$，则实数 m 的最大值是__________.

15．对于满足一定条件的连续函数 f（x），存在一个点 x_0，使得 f（x_0）$=x_0$，那么我们称该函数为“不动点”函数，而称 x_0 为该函数的一个不动点，现新定义：若 x_0 满足 f（x_0）$=-x_0$，则称 x_0 为 f（x_0）的次不动点，有下面四个结论

①定义在 **R** 上的偶函数既不存在不动点，也不存在次不动点

②定义在 **R** 上的奇函数既存在不动点，也存在次不动点

③当 $1\le a\le\frac{3}{2}$时，函数$f(x)=log_2(4^x-a\cdot 2^x+1)$在[0，1]上仅有一个不动点和一个次不动点.

④不存在正整数 m，使得函数$f(x)=\sqrt{e^x-\frac{1}{2}x-m}$在区间[0，1]上存在不动点，其中，正确结论的序号为 _______.

三、解答题（共 85 分）

16.（本题满分 13 分）已知函数 $f(x)=2\sin(x+\frac{\pi}{3})$

（I）求 f(x) 的单调递增区间与对称轴方程；

（II）设 $g(x)=f(x)f(x-\frac{\pi}{3})$. 当 x∈[0,m] 时， g(x) 的取值范围为[0,3]，求 m 的取值范围

17.（本题满分 14 分）已知 a,b,c 分别为 ΔABC 内角 A,B,C 的对边，请在以下四个条件中选择三个：① $\cos C=\frac{1}{7}$；② $\cos 2B-\cos^2\frac{B}{2}+1=0$；③ $a=5$；④ $b=7$.

（1）求角 B 和边 c 的值.

（2）求△ABC 的面积.

18. （本小题共 14 分）已知函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{m+1}{2}x^2, g(x)=\frac{1}{3}-mx, m\in R$.

（Ⅰ）若 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极小值，求 m 的值；

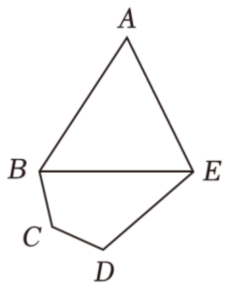
（Ⅱ）若 $f(x)$ 在区间 $(2,+\infty)$ 为增函数，求 m 的取值范围；

（Ⅲ）在（Ⅱ）的条件下,函数 $h(x)=f(x)-g(x)$ 有三个零点，求 m 的取值范围.

19. 某市计划新修一座城市运动公园，设计平面如图所示：其为五边形 $ABCDE$ 其中三角形 ABE 区域为球类活动场所；四边形 $BCDE$ 为文艺活动场所．其中 AB，BC，CD，DE，EA 为运动小道（不考虑宽度），$\angle BCD=\angle CDE=120°$，$\angle BAE=60°$，$DE=2BC=2CD=6$ 千米.

（1）求小道 BE 的长度；

（2）设 $\angle ABE=x$，试用 x 表示△ABE 的面积，并求 x 为何值时，球类活动场所△ABE 的面积最大值，并求出最大值.



20.（本小题满分 15 分）已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-x+a\ln x(a>0)$.

（1）若 $a=1$，求 $f(x)$ 的图象在 $(1, f(1))$ 处的切线方程；

（2）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（3）若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1,x_2，求证： $f(x_1)+f(x_2)>\frac{-3-2\ln 2}{4}$.

21.（本题满分 15 分）设集合$S=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}(n\geq 3)$，其中$a_i\in N^*$，$i=1,2,\cdots,n$. 若集合$S$满足对于任意的两个非空集合$A,B\subseteq S$，都有集合$A$的所有元素之和与集合$B$的元素之和不相等，则称集合$S$具有性质$P$。

（Ⅰ）判断集合$\{1,2,3,5,9\}$，$\{1,3,5,11\}$是否具有性质P，并说明理由；

（Ⅱ）若集合$S=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}(n\in N^*)$具有性质$P$，求证：$\forall k\leq n$，$a_1+a_2+\cdots+a_k\geq 2^k-1$，$k\in N^*$；

（Ⅲ）若集合$S=\{a_1,a_2,\cdots,a_{2023}\}$具有性质$P$，求$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_{2023}}$的最大值。

参考答案

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）

1.【答案】D

【考点】集合的交集与补集运算

2.【答案】C

【考点】向量平行的坐标关系

3.【答案】C

【考点】命题的否定

4.【答案】C

【考点】零点存在性定理

5.【答案】A

【考点】图象变换与诱导公式

6.【答案】B

【考点】正弦定理

7.【答案】C

【考点】实际问题与正弦型函数

8.【答案】D

【考点】实际问题与均值定理

9. 【答案】D

【考点】分类讨论思想与特值法

10.【答案】B

【考点】分段函数与新定义问题

二、填空题（每小题 5 分，共 25 分）

11.【答案】-3

【考点】两角差的正切公式

12.【答案】φ 的值是 $\frac{\pi}{6}$. x_0 的值是 $\frac{5}{3}$.

【考点】余弦型函数的图像

13.【答案】2；0

【考点】弧长公式与向量数量积的几何意义

14.【答案】$\frac{3\pi}{4}$

【考点】正弦函数的图像及性质

15.【答案】②③

【解答】解：对于①：取函数 $f(x)=x^2$，$f(0)=0$，0 既是 $f(x)$ 的不动点，又是 $f(x)$ 的次不动点，

故①错误；

对于②：定义在 **R** 上的奇函数满足 f（0）＝0，故②正确；

对于③：当$log_2(4^x-a\cdot 2^x+1)=x$时，∴$4^x-a\cdot 2^x+1=2^x$，即$a=2^x+\frac{1}{2^x}-1$.

令 $2^x=t$，$t\in[1，2]$，∴ $a=t+\frac{1}{t}-1$在区间[1，2]上单调递增，$a=2^x+\frac{1}{2^x}-1$在[0，1]上单调递增，满足$log_2(4^x-a\cdot 2^x+1)=x$有唯一解；

当$log_2(4^x-a\cdot 2^x+1)=-x$时，∴$4^x-a\cdot 2^x+1=\frac{1}{2^x}$，即$a=2^x+\frac{1}{2^x}-\frac{1}{2^{2x}}$.

令 $2^x=t$，$t\in[1，2]$，∴ $a=t+\frac{1}{t}-\frac{1}{t^2}$在区间[1，2]上单调递增，$a=2^x+\frac{1}{2^x}-\frac{1}{2^{2x}}$在[0，1]上单调递增，

满足$log_{\frac{1}{2}}(4^x-a\cdot 2^x+1)=x$有唯一解；

综上$1\le a\le\frac{3}{2}$时函数 f（x）在[0，1]上仅有一个不动点和一个次不动点，故③正确；

对于④：假设函数$f(x)=\sqrt{e^x-\frac{1}{2}x-a}$在区间[0，1]上存在不动点，

则 f（x）＝x 在[0，1]上有解，即$a=e^x-\frac{1}{2}x-x^2$在[0，1]上有解，

令$m(x)=e^x-\frac{1}{2}x-x^2$，则$m'(x)=e^x-\frac{1}{2}-2x$，再令$n(x)=e^x-\frac{1}{2}-2x$，

则 n'（x）＝e^x-2，令 n'（x）＝0，解得 $x=ln2$，∴n（x）在（0，$ln2$）上单调递减，在（$ln2$，1）上单调递增，

∴$n(x)_{min}=n(ln2)=2-\frac{1}{2}-2ln2=\frac{3}{2}-2ln2=lne^{\frac{3}{2}}-ln4=ln\sqrt{e^3}-ln\sqrt{16}$＞0，

∴m'（x）＞0 在[0，1]上恒成立，∴m（x）在[0，1]上单调递增，

∴m（x）$_{min}$＝m（0）＝1，$m(x)_{max}=m(1)=e-\frac{3}{2}$，

∴实数 a 满足$1\le a\le e-\frac{3}{2}$，存在正整数 a＝1 满足条件，故④错误：

故答案为：②③.

【考点】函数恒成立问题，命题真假的判断，考查运算求解能力

三、解答题（共 85 分）

16.（本题满分 13 分）**解**：（Ⅰ）因为 $y=\sin x$ 的单调递增区间为$[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}]$（$k\in\mathbf{Z}$）.

所以 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\le x+\frac{\pi}{3}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$.

所以 $2k\pi-\frac{5\pi}{6}\le x\le 2k\pi+\frac{\pi}{6}$，$k\in\mathbf{Z}$.

所以 函数 $f(x)$ 的单调递增区间为$[2k\pi-\frac{5\pi}{6},2k\pi+\frac{\pi}{6}]$（$k\in\mathbf{Z}$）. ···· 4 分

令 $x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z$ ，$x=\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in Z$

所以对称轴方程为 $x=\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in Z$ ···· 6 分

（注：全篇没有出现"$k\in \mathbf{Z}$"扣 1 分）

（Ⅱ）因为 $f(x)=2\sin(x+\frac{\pi}{3})$，

所以 $f(x-\frac{\pi}{3})=2\sin x$.

因为 $g(x)=f(x)f(x-\frac{\pi}{3})$，

所以 $g(x)=4\sin(x+\frac{\pi}{3})\sin x$

$=4(\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x)\sin x$

$=2\sin^2 x+2\sqrt{3}\cos x\sin x$

$=(1-\cos 2x)+\sqrt{3}\sin 2x$

$=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})+1$. ·········· 9 分

因为 $0\le x\le m$，

所以 $-\frac{\pi}{6}\le 2x-\frac{\pi}{6}\le 2m-\frac{\pi}{6}$.

因为 $g(x)$ 的取值范围为 $[0,3]$，

所以 $\sin(2x-\frac{\pi}{3})$ 的取值范围为 $[-\frac{1}{2},1]$.

所以 $\frac{\pi}{2}\le 2m-\frac{\pi}{6}\le\frac{7\pi}{6}$. ·········· 12 分

解得：$\frac{\pi}{3}\le m\le\frac{2\pi}{3}$. ········· 13 分

17.【设计意图】三角形 5 7 8（含 60°）与三角形 3 5 7（含 120°）

【答案】选①③④

由余弦定理得，$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=64$

$\therefore c=8$

由余弦定理得，$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$

$\therefore \cos B=\frac{1}{2}, B\in(0,\pi), B=\frac{\pi}{3}$

（2）由 $B=\frac{\pi}{3}$ 知 $\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 8\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$

选②③④

（1）$\because \cos 2B-\cos^2\frac{B}{2}+1=0$

$\therefore 2\cos^2 B-1-(1+\cos B)+1=0$

$\therefore 2\cos^2 B-\cos B-1=0$

$(2\cos B+1)(\cos B-1)=0$

$\therefore \cos B=-\frac{1}{2}, B\in(0,\pi), B=\frac{2\pi}{3}$

由余弦定理得，$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$

$c^2+5c-24=0$

$(c+8)(c-3)=0$

$\therefore c=3$

（2）由 $B=\frac{2\pi}{3}$ 知 $\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 5\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{15\sqrt{3}}{4}$

18. 解：（Ⅰ）$f'(x)=x^2-(m+1)x$ ………1 分

由 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极大值, 得 $f'(1)=1-(m+1)=0$, ………3分

所以 $m=0$ (经检验适合题意) ………4分

（Ⅱ）$f'(x)=x^2-(m+1)x$, 因为 $f(x)$ 在区间 $(2,+\infty)$ 为增函数, 所以 $x^2-(m+1)x=x(x-m-1)\geq 0$ 在区间 $(2,+\infty)$ 恒成立, ………5分

所以 $x(x-m-1)\geq 0$ 恒成立, 即 $m\leq x-1$ 恒成立,

由于 $x>2$, 得 $m\leq 1$.

所以 m 的取值范围是 $m\leq 1$. ………8分

（Ⅲ）$h(x)=f(x)-g(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{m+1}{2}x^2+mx-\frac{1}{3}$,

故 $h'(x)=x^2-(m+1)x+m=(x-1)(x-m)=0$, 得 $x=m$ 或 $x=1$

当 $m=1$ 时，$h'(x)=(x-1)^2\geq 0$, $h(x)$ 在 R 上是增函数, 显然不合题意. ……9分

当 $m<1$ 时，$f(x), f'(x)$ 随 x 的变化情况如下表：

x	$(-\infty,m)$	m	$(m,1)$	1	$(1,+\infty)$

$h(x)$	+	0	−	0	+
$h'(x)$	↗	极大值 $-\frac{1}{6}m^3+\frac{1}{2}m^2-\frac{1}{3}$	↘	极小值 $\frac{m-1}{2}$	↗

………10 分

要使 $f(x)-g(x)$ 有三个零点, 故需 $\begin{cases}-\frac{1}{6}m^3+\frac{1}{2}m^2-\frac{1}{3}>0\\ \frac{m-1}{2}<0\end{cases}$,　………12 分

即 $\begin{cases}(m-1)(m^2-2m-2)<0\\ m<1\end{cases}$, 解得 $m<1-\sqrt{3}$

所以 m 的取值范围是 $m<1-\sqrt{3}$.　………14分

19.【解答】解：（1）如图，连接 BD，

在△BCD 中，$BC=CD=\frac{DE}{2}=3$ 千米，

$\angle BCD=\angle CDE=120°$ ，

由余弦定理得：$BD^2=BC^2+CD^2-2BC\cdot CD\cos\angle BCD=27$，

$\therefore BD=3\sqrt{3}$.

$\because BC=CD$，

$\therefore \angle CDB=\angle CBD=30°$ ，

又 $\angle CDE=120°$ ，

$\therefore \angle BDE=\angle CDE-\angle CDB=120°-30°=90°$ ，

在 Rt△BDE 中，所以 $BE=\sqrt{BD^2+DE^2}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+6^2}=3\sqrt{7}$. ……6 分

（2）$\because \angle ABE=x$，$\because \angle BAE=60°$ ，$\therefore \angle AEB=120°-x$.

在△ABE 中，由正弦定理，得 $\frac{AB}{\sin\angle AEB}=\frac{AE}{\sin\angle ABE}=\frac{BE}{\sin\angle BAE}=\frac{3\sqrt{7}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2\sqrt{21}$，

$\therefore AB=2\sqrt{21}\sin\left(\frac{2\pi}{3}-x\right)$，$AE=2\sqrt{21}\sin x$.

$\therefore S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}|AB||AE|\sin 60°=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{21}\times 2\sqrt{21}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(\frac{2\pi}{3}-x\right)\sin x$

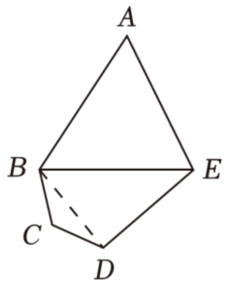
$=21\sqrt{3}\times\{\frac{1}{2}[\sin(2x-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}]\}$

$=\frac{21\sqrt{3}}{2}\sin(2x-\frac{\pi}{6})+\frac{21\sqrt{3}}{4}$

$\because 0<x<\frac{2\pi}{3}$，$\therefore -\frac{\pi}{6}<2x-\frac{\pi}{6}<\frac{7\pi}{6}$.

$\therefore$ 当 $x=\frac{\pi}{3}$ 时，$S_{\triangle ABE}$ 取得最大值为 $\frac{21\sqrt{3}}{2}+\frac{21\sqrt{3}}{4}=\frac{63\sqrt{3}}{4}$.

即球类活动场所$\triangle ABE$面积的最大值为$\frac{63\sqrt{3}}{4}km^2$. ……14 分



20．解：（1）若$a=1$， $f(x)=\frac{1}{2}x^2-x+\ln x$

$f'(x)=x-1+\frac{1}{x}$

$f'(1)=1, f(1)=-\frac{1}{2}$

∴切线方程为$y=x-\frac{3}{2}$ …… 4 分

（2） $f'(x)=x-1+\frac{a}{x}=\frac{x^2-x+a}{x}$， $x>0$

①若$a\geq\frac{1}{4}$， $f'(x)\geq 0$， ∴ $f(x)$ 在$(0,+\infty)$上单调递增

②若$0<a<\frac{1}{4}$， 令 $f'(x)=0, x=\frac{1\pm\sqrt{1-4a}}{2}$

不妨设$x_1=\frac{1-\sqrt{1-4a}}{2}, x_2=\frac{1+\sqrt{1-4a}}{2}$,则$x_1<x_2$

由$\sqrt{1-4a}<1$知$x_1>0$

x	$(0,x_1)$	x_1	(x_1,x_2)	x_2	$(x_2,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↑	极大值	↓	极小值	↑

综上，$a\geq\frac{1}{4}$时， $f(x)$ 在$(0,+\infty)$上单调递增； $0<a<\frac{1}{4}$时， $f(x)$ 在$(0,x_1)$，$(x_2,+\infty)$上单调递增，在(x_1,x_2)上单调递减. …… 9 分

（3）由（2）知， $0<a<\frac{1}{4}$时 $f(x)$ 有两个极值点x_1， x_2，且x_1， x_2是方程$x^2-x+a=0$的两根，满足

$x_1+x_2=1, x_1x_2=a$

$f(x_1)+f(x_2)=\frac{1}{2}{x_1}^2-x_1+a\ln x_1+\frac{1}{2}{x_2}^2-x_2+a\ln x_2$

$=\frac{1}{2}(x_1+x_2)^2-x_1x_2-(x_1+x_2)+a\ln(x_1\cdot x_2)$

$=\frac{1}{2}-a-1+a\ln a$

$=a\ln a-a-\frac{1}{2}$

令 $g(x)=x\ln x-x-\frac{1}{2}\left(0<x<\frac{1}{4}\right)$

则 $g'(x)=\ln x<0$

$\therefore g(x)$在$\left(0,\frac{1}{4}\right)$上单调递减

$\therefore g(x)>g\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{-3-2\ln 2}{4}$

$\therefore f(x_1)+f(x_2)>\frac{-3-2\ln 2}{4}$. •••• 15 分

21.解：（Ⅰ）集合$\{1,2,3,5,9\}$不具有性质P，因为$\{1,2\},\{3\}\subseteq\{1,2,3,5,9\}$，但$1+2=3$；

集合$\{1,3,5,11\}$具有性质P，这是因为$\{1,3,5,11\}$的所有非空子集为$\{1\}$，$\{3\}$，$\{5\}$，$\{11\}$，$\{1,3\}$，$\{1,5\}$，$\{1,11\}$，$\{3,5\}$，$\{3,11\}$，$\{5,11\}$，$\{1,3,5\}$，$\{1,3,11\}$，$\{1,5,11\}$，$\{3,5,11\}$，$\{1,3,5,11\}$，其元素之和是互不相同的；•••• 4 分

（Ⅱ）用反证法，若存在$k\le n$，$k\in N^*$，使得

$$a_1+a_2+\cdots+a_k<2^k-1,$$

则$a_1+a_2+\cdots+a_k\le 2^k-2$，注意到$\{a_1,a_2,\cdots,a_k\}$有$2^k-1$个非空子集，由抽屉原理，必有两个非空子集的元素和是相等的，显然这两个非空子集也是集合S的非空子集，这与集合S具有性质P矛盾！

故$\forall k\le n$，$a_1+a_2+\cdots+a_k\ge 2^k-1$，$k\in N^*$；•••• 9 分

（Ⅲ）$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_{2023}}$的最大值为$2-\frac{1}{2^{2022}}$，证明如下：

不妨设$a_1<a_2<\cdots<a_{2023}$，则

只需证明：$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_{2023}}\le 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^{2022}}$，

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^{2022}}-\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_{2023}}\right)$$

$$=\frac{a_1-1}{a_1}+\frac{a_2-2}{2a_2}+\cdots+\frac{a_k-2^{k-1}}{2^{k-1}a_k}+\cdots+\frac{a_{2023}-2^{2022}}{2^{2022}a_{2023}}$$

令$d_k=a_k-2^{k-1}$，$k=1,2,\cdots,2023$，则

$$\sum_{i=1}^{k}d_i=\sum_{i=1}^{k}a_i-(1+2+\cdots+2^{k-1})=\sum_{i=1}^{k}a_i-(2^k-1)\ge 0$$

令$D_k=\sum_{i=1}^{k}d_i$，则$d_k=D_k-D_{k-1}$，$D_k\ge 0$，$k=1,2,\cdots,2023$，

记$C_k=\frac{1}{2^{k-1}a_k}$，显然有$C_1>C_2>\cdots>C_{2023}>0$，因此

$$
\begin{aligned}
&1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^{2022}}-\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_{2023}}\right)\\
&=C_1\cdot D_1+C_2(D_2-D_1)+\cdots+C_{2023}(D_{2023}-D_{2022})\\
&=(C_1-C_2)D_1+(C_2-C_3)D_2+\cdots+(C_{2022}-C_{2023})D_{2022}+C_{2023}D_{2023}\\
&\geq 0
\end{aligned}
$$

又因为当$S=\{1,2^1,2^2,\cdots,2^{2022}\}$时，集合$S$是具有性质$P$，且此时有

$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_{2023}}=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^{2022}}=2-\frac{1}{2^{2022}}$$

因此，所求的最大值为$2-\frac{1}{2^{2022}}$. •••• 15 分