

(清华附中高 G20 级)

一、选择题：（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

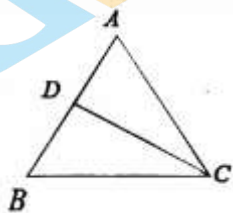
1. 已知 i 是虚数单位， $\frac{-1+i}{i} = ()$.

- A. $1+2i$ B. $-1-2i$ C. $1+i$ D. $-1-i$

2. 在 $\triangle ABC$ 中， $AC=2$ ， $BC=3$ ， $C=60^\circ$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为 $()$.

- A. $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ B. $3\sqrt{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 3

3. 如图所示，已知在 $\triangle ABC$ 中， D 是边 AB 上的中点，则 $\overrightarrow{CD} = ()$.



- A. $\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ B. $-\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$
 C. $-\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ D. $\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

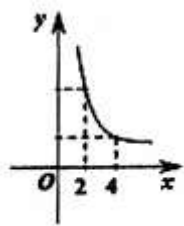
4. 已知函数 $y = \frac{e^x}{x}$ ，则 $()$.

- A. $y' = e^x$ B. $y' = \frac{e^x(1-x)}{x^2}$
 C. $y' = \frac{e^x(x-1)}{x^2}$ D. $y' = \frac{e^x(x+1)}{x^2}$

5. 已知 \vec{a} ， \vec{b} 是平面向量，“ $|\vec{a}| = |\vec{a} + \vec{b}|$ ”是“ $|\vec{b}| = 0$ ”的 $()$

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 已知函数 $y = f(x)$ 的图像如图所示, $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数, 记 $a = 2f'(2)$, $b = 2f'(4)$, $c = f(4) - f(2)$, 则 a, b, c 数值排序正确的是 ().

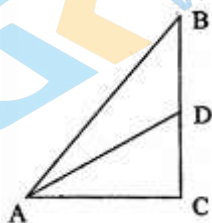


- A. $a < b < c$ B. $b < c < a$ C. $b < a < c$ D. $a < c < b$

7. 已知平面向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = 120^\circ$, 则 $|2\vec{a} + \vec{b}| = ()$.

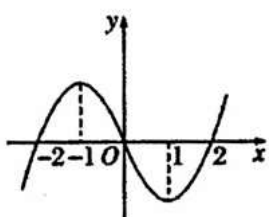
- A. 2 B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. 12

8. 如图, AD 是某防汛抗洪大坝的坡面, 大坝上有一高为 20 米的监测塔 BD , $\angle C = 90^\circ$. 若某科研小组在坝底 A 点测得 $\angle BAD = 30^\circ$, 坝底至塔顶距离 $AB = 30$ 米, 则大坝的坡角 ($\angle DAC$) 的余弦值为 ().



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

9. 在 \mathbb{R} 上可导的函数 $f(x)$ 的图像如图所示, 则关于 x 的不等式 $xf'(x) < 0$ 的解集为 ().



- A. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ B. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$
C. $(-2, 0) \cup (0, 2)$ D. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

10. 已知 O, A, B, C, D 在同一平面内, $|OA| = |OB| = |OC| = |OD| = 1$, 且 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$, 则 $|\vec{AC} + \vec{BD}|$ 的最大值为 ().

- A. $2\sqrt{2}$ B. $2 + \sqrt{2}$ C. $1 + \sqrt{2}$ D. 4

二、填空题: (共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

11. 若复数 $(a^2 - 3a + 2) + (a - 1)i$ 是纯虚数, 其中 i 为虚数单位, 则实数 $a =$ _____ .

12. 已知 $\vec{a} = (3, 3)$, $\vec{b} = (1, -1)$, $\vec{c} = (1, 2)$. 若 $(\vec{a} + \lambda\vec{b}) \parallel \vec{c}$, 则实数 λ 的值为_____.

13. 小明用 $A = (a_1, a_2, \dots, a_{30})$ 记录 2020 年 4 月份 30 天中每天乘坐公交车是否半小时内到家, 方法为: 当第 k 天半小时内到家时, 记 $a_k = 1$, 当第 k 天不能半小时内到家时, 记 $a_k = -1 (1 \leq k \leq 30)$; 用 $B = (b_1, b_2, \dots, b_{30})$ 记录某交通软件预测该月每天乘坐公交车是否半小时内到家, 方法为: 当预测第 k 天半小时内到家时, 记 $b_k = 1$, 当预测第 k 天不能半小时内到家时, 记 $b_k = -1 (1 \leq k \leq 30)$; 记录完毕后, 小明计算出 $A \cdot B = 22$, 其中 $A \cdot B = a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_{30}b_{30}$, 那么该交通软件预测准确的总天数是_____.

14. 若函数 $f(x) = e^x + \frac{a}{x}$ 在 $[1, 2]$ 上单调递增, 则实数 a 的取值范围是_____.

15. 定义域为 \mathbb{R} 的函数 $y = f(x)$, 如果存在 $x_0 \in \mathbb{R}$, 使得 $f(x)$ 在 $(-\infty, x_0]$ 上单调递增, 在 $[x_0, +\infty)$ 上单调递减, 则称 $f(x)$ 为单峰函数. 那么下列函数是单峰函数的有_____.

① $y = 2x - e^x$; ② $y = -\cos x - \frac{1}{4}x^2$; ③ $y = \frac{x^3}{1+x^4}$; ④ $y = x^3(1-3x+3x^2-x^3)$.

三、解答题: (共 6 小题, 共 85 分)

16. 已知 \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} 是同一平面内的三个向量, $\vec{a} = (2, 4)$, $|\vec{b}| = |\vec{c}| = \sqrt{5}$.

(I) 若 \vec{a} 与 \vec{b} 的方向相反, 求 \vec{b} 的坐标;

(II) 若 $\vec{a} \perp (\vec{a} - 4\vec{c})$, 求 \vec{a} 与 \vec{c} 的夹角 θ .

17. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3}(\sin x + \cos x)^2 - (1 - 2\sin^2 x)$.

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(II) 求 $f(x)$ 在 $x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上的最大值和最小值, 并求取得最值时相应的 x 的值.

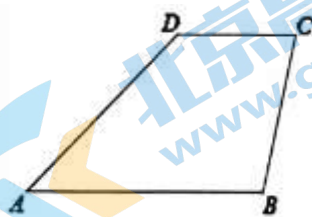
18. 已知函数 $f(x) = x^3 + x^2 - x + 1$.

(I) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(II) 求函数 $f(x)$ 的单调区间和极值;

(III) 若函数 $y = f(x)$ 的图像与直线 $y = a$ 仅有一个公共点, 直接写出实数 a 的取值范围.

19. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $CD = 2$, $BC = \sqrt{7}$, $AB = 4$, $\angle BDC = 60^\circ$, $\cos \angle ABC = -\frac{\sqrt{7}}{14}$.



(I) 求 $\sin \angle DBC$;

(II) 求 AD .

20. 已知函数 $f(x) = x + b - a \ln x$ 在 $x = 1$ 处的极值为 2, 其中 $a > 0$.

(I) 求 a, b 的值;

(II) 对任意的 $x \in [1, +\infty)$, 证明恒有 $x[2 - f(x)] \leq x^2 - 2x + 1$.

21. 对任意给定的不小于 3 的正整数 n , n 元集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ 均为正整数集的子集,

若满足:

① $a_1 + a_2 + \dots + a_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$,

② $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 = b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2$,

③ $A \cap B = \emptyset$,

则称 A , B 互为等矩集.

(I) 若集合 $A = \{1, 5, 6\}$ 与 $B = \{2, x, y\}$ 互为等矩集, 求 x , y 的值;

(II) 证明: 如果集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ 互为等矩集, 那么对于任意的 $k \in \mathbb{N}^*$, 集合

$A' = \{a_1 + k, a_2 + k, \dots, a_n + k\}$, $B' = \{b_1 + k, b_2 + k, \dots, b_n + k\}$ 也互为等矩集;

(III) 对于任意给定的正整数 $n \geq 4$, 是否存在两个 n 元正整数集 A , B 互为等矩集? 请说明理由.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯