

2019 东直门中学高三上期中试题

数 学

2019. 10. 28

命题人：申轶劼 审稿人：陈昕

班级_____ 姓名_____ 成绩_____

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设函数 $y = \sqrt{4-x^2}$ 的定义域 A, 函数 $y = \ln(1-x)$ 的定义域为 B, 则 $A \cap B =$ ()

- A. (1,2) B. (1,2] C. (-2,1) D. [-2,1)

2. 下列函数中，既是奇函数且在 (0,1) 内是减函数 ()

- ① $f(x) = -x^3$ ② $f(x) = (\frac{1}{2})^{|x|}$ ③ $f(x) = -\sin x$ ④ $f(x) = \frac{x}{e^{|x|}}$

- A. ①③ B. ①④ C. ②③ D. ③④

3. 已知向量 $\vec{a} = (2,0)$, $\vec{b} = (t,1)$, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|$, 则 $\vec{a} - \vec{b} =$ ()

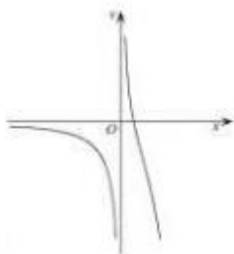
- A. (1,1) B. (1,-1) C. (-1,1) D. (-1,-1)

4. 以角 θ 的顶点为坐标原点，始边为 x 轴的非负半轴，建立平面直角坐标系，角 θ 终边过点

$P(2,4)$, 则 $\tan(\theta + \frac{\pi}{4}) =$ ()

- A. $-\frac{1}{3}$ B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. 3

5. 函数 $y = f(x)$ 的图象如图所示，则 $f(x)$ 的小强数学解析式可以为 ()



- A. $f(x) = \frac{1}{x} - x^2$ B. $f(x) = \frac{1}{x} - x^3$ C. $f(x) = \frac{1}{x} - e^x$ D. $f(x) = \frac{1}{x} - \ln x$

6. 设 \vec{a}, \vec{b} 是非零向量, 则 “ $\vec{a} = \vec{b}$ ” 是 “ $\vec{a}^2 = \vec{a} \cdot \vec{b}$ ” 的 ()

A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 在 $\triangle ABC$ 中, $A = 60^\circ$, $AC = 4$, $BC = 2\sqrt{3}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()

A. $4\sqrt{3}$ B. 4 C. $2\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2}$

8. 设函数 $f(x) = \sin(4x + \frac{\pi}{4}) (x \in [0, \frac{9\pi}{16}])$, 若函数 $y = f(x) + a (a \in \mathbb{R})$ 恰有三个零点 x_1, x_2, x_3

($x_1 < x_2 < x_3$), 则 $x_1 + 2x_2 + x_3$ 的值是 ()

A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{5\pi}{4}$ D. π

DABBCACB

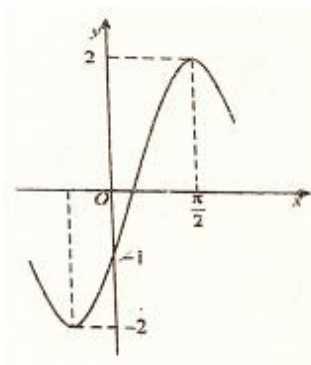
二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

9. 已知 $a = 2^{1.2}$, $b = (\frac{1}{2})^{-0.5}$, $c = 2 \log_5 2$, 则 a, b, c 的大小关系是_____.

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公差为 0 的等差数列, $a_1 = 1$, 且 a_1, a_2, a_3 成等比数列, 那么数列 $\{a_n\}$ 的前 10 项和 S_{10} 等于_____.

11. 已知 $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$, $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$, 则 $\cos(\pi - \alpha) =$ _____.

12. 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图, 则 $\varphi =$ _____ ; $\omega =$ _____.



13. 已知 $f(x) = \cos x \cdot \ln x$, $f(x_0) = f(x_1) = 0 (x_0 \neq x_1)$, 则 $|x_0 - x_1|$ 的最小值是_____.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $B = 60^\circ$, $b = 4$, 下列判断:

①若 $c = 5$, 则角 C 有小强数学两个解;

②若 $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = 6$, 则 AC 边上的高为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$;

③ $a + c$ 可能是 9.

其中判断正确的序号是_____. (写出所有正确命题的序号)

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

15. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \cos(2x - \frac{\pi}{3}) - 2 \sin x \cos x$.

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期；

(II) 求证：当 $x \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ 时， $f(x) \geq -\frac{1}{2}$.

16. $\triangle ABC$ 中， $c = 7$ ， $\sin C = \frac{2\sqrt{6}}{5}$.

(I) 若 $\cos B = \frac{5}{7}$ ，求 b 的值；

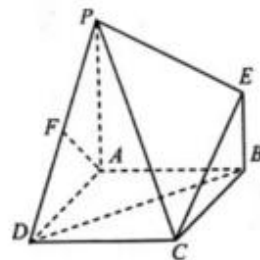
(II) 若 $a + b = 11$ ，求 $\triangle ABC$ 的小强数学面积.

17. 设 $\{a_n\}$ 是等比数列，其前 n 项和为 S_n ，且 $a_1 = 2$ ， $S_2 - 3a_1 = 0$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(II) 若 $S_n + a_n \geq 48$ ，求 n 的最小值.

18.如图，四边形 $ABCD$ 是正方形， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $EB \parallel PA$ ， $AB = PA = 4$ ， $EB = 2$ ， F 为 PD 的中点.



- (I) 求证： $AF \perp PC$ ；
- (II) 求证： $BD \parallel$ 平面 PEC ；
- (III) 求二面角 $D-PC-E$ 的大小.

19.已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，焦距为 $2\sqrt{2}$.

- (I) 求椭圆 E 的方程；
- (II) 若 C, D 分别是椭圆 E 上的左右顶点，动点 M 满足 $MD \perp CD$ ，连接 CM ，交椭圆 E 于点 P ，证明： $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OP}$ 为小强数学定值 (O 为坐标原点).

20.已知函数 $f(x) = x + a \ln x$ ， $a \in \mathbb{R}$.

- (I) 当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程；
- (II) 求函数 $f(x)$ 在 $[1, e]$ 上的最小值；
- (III) 若函数 $F(x) = \frac{1}{x^2} f(x)$ ，当 $a=1$ 时， $F(x)$ 的最大值为 M ，求证： $M < \frac{3}{2}$.

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 20 万+。

北京高考在线_2020 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

北京高考资讯

关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980