姓名______________ 座位号______________________

（在此卷上答题无效）

绝密 ★ 启用前

2022 届"江南十校"一模联考

文科数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、班级、准考证号、考场号和座位号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{y\mid y=2x-1,x\in A\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{1\}$　　B. $\{1,2,3\}$　　C. $\{1,3\}$　　D. $\{1,3,5\}$

2. "$0<\lambda<4$"是"双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{\lambda}=1$ 的焦点在 x 轴上"的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 已知复数 z 在复平面内对应的点为 $(2,1)$，$\bar{z}$ 是 z 的共轭复数，则 $\frac{\bar{z}}{z}=$

A. $-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$　　B. $-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$　　C. $\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$　　D. $\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$

4. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，若 $(2b-\sqrt{3}c)\cos A=\sqrt{3}a\cos C$，则角 A 的大小为

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{12}$

5. 设 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，则事件"$2\sin x>\tan x$"发生的概率为

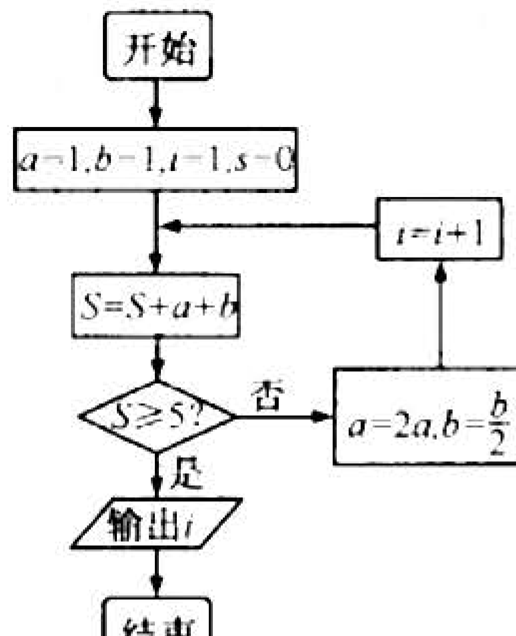
A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{2}{3\pi}$

6. 已知函数 $f(x)=2^{|x|}$，$a=f(\log_{0.5}3)$，$b=f(\log_4 5)$，$c=f\left(\cos\frac{\pi}{3}\right)$，则

A. $a>c>b$　　B. $a>b>c$

C. $b>a>c$　　D. $c>a>b$

7.《九章算术》是中国数学方面流传至今最早也是最重要的一部经典著作，是研究数学在中国的历史和现状的钥匙. 其中第七章"盈不足"中有两鼠穿墙问题："今有垣厚五尺，两鼠对穿，大鼠日一尺，小鼠也日一尺，大鼠日自倍，小鼠日自半，问何日相逢？"题意是："有两只老鼠从厚五尺墙的两边打洞穿墙，大老鼠第一天进一尺，以后每天加倍；小老鼠第一天也进一尺，以后每天减半. 问几日两鼠相逢？"有人设计了如图所示的程序框图解决此问题，则输出的 $i=$



（第 7 题图）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

8. 为了得到函数 $y=\cos\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的图象，只要把函数 $y=\cos 2x$ 图象上所有的点

A. 横坐标伸长到原来的 $\frac{3}{2}$ 倍，再把得到的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，纵坐标不变

B. 横坐标伸长到原来的 $\frac{3}{2}$ 倍，再把得到的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，纵坐标不变

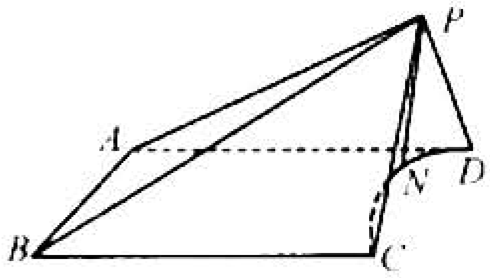
C. 横坐标缩短到原来的 $\frac{2}{3}$ 倍，再把得到的图象向右平移 $\frac{\pi}{18}$ 个单位长度，纵坐标不变

D. 横坐标缩短到原来的 $\frac{2}{3}$ 倍，再把得到的图象向左平移 $\frac{\pi}{18}$ 个单位长度，纵坐标不变

9. 设 F_1,F_2 是椭圆 $C:\frac{x^2}{10}+y^2=1$ 的两个焦点，O 为坐标原点，点 P 在 C 上，且 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 $\sqrt{7}$，则 $|OP|=$

A. $\sqrt{3}$　　B. $\frac{7}{3}$　　C. $\frac{8}{3}$　　D. 3

10. 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的高为 $\sqrt{3}$，底面 $ABCD$ 为矩形，$BC=3$，$AB=2$，$PC=PD$，且面 $PCD\perp$ 面 $ABCD$. 现从四棱锥中挖去一个以 CD 为底面直径，P 为顶点的半个圆锥，得到的几何体如图所示. 点 N 在弧 $\overset{\frown}{CD}$ 上，则 PN 与侧面 PAB 所成的最小角的正弦值为

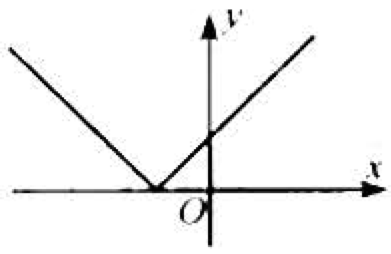


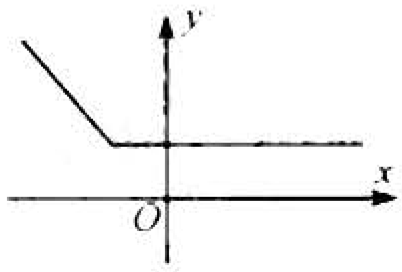
（第 10 题图）

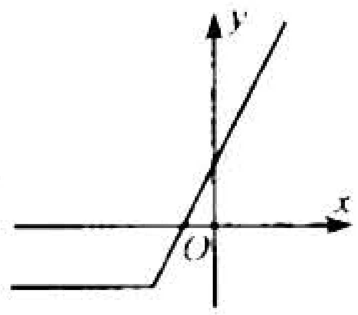
A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

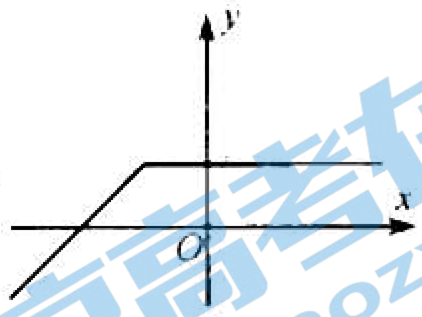
C. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. 函数 $f(x)=|x+1|+ax$ 的图象**不可能**是

A. 

B. 

C. 

D. 

12. 已知函数 $f(x)=ae^{x-2}-\ln x+2\ln a$，若 $f(x)\geqslant 3$ 恒成立，则 a 的取值范围为

A. $[1,+\infty)$　　B. $[\sqrt{e},+\infty)$　　C. $[e,+\infty)$　　D. $[2e,+\infty)$

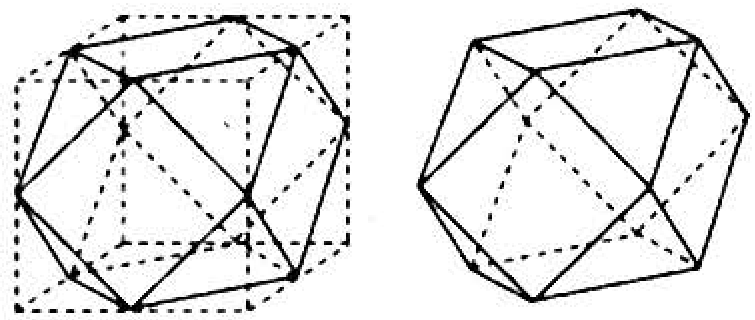
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(t,2)$，$\boldsymbol{b}=(-t,1)$，满足 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$，则 $t=$______.

14. 若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y-2\geqslant 0,\\3x-y+2\geqslant 0,\\x-y-2\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=x^2+y^2$ 的最小值为______.

15. 过坐标原点且与曲线 $y=-x\ln x-1$ 相切的直线方程为______.

16. 半正多面体亦称阿基米德多面体，是由边数不全相同的正多边形为面的多面体. 如图所示，将正方体沿交于一顶点的三条棱的中点截去一个三棱锥，如此共可截去八个三棱锥，得到一个有十四个面的半正多面体，其中八个面为正三角形，六个面为正方形，它们的边长都相等，称这样的半正多面体为二十四等边体. 现有一个体积为 V_1 的二十四等边体，其外接球体积为 V_2，则 $\frac{V_2}{V_1}=$______.


（第 16 题图）

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

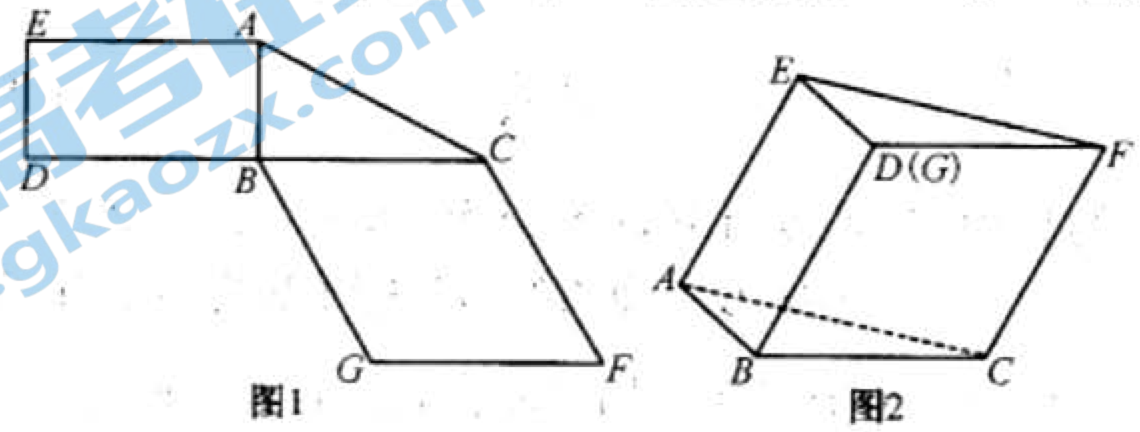
设 S_n 是数列$\{a_n\}$的前 n 项和，$a_1=3$，点$\left(n,\dfrac{S_n}{n}\right)$（$n=1,2,3,\cdots$）在斜率为 1 的直线上.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）求数列$\left\{\dfrac{a_n}{2^{n+1}}\right\}$的前 n 项和 T_n.

18.（12 分）

如图所示，在△ABC 中，$\angle ABC=90°$，分别以边 AB 和 BC 为一边向外侧作矩形 $ABDE$ 和菱形 $BCFG$（如图 1），满足 $BD=BG$，再将其沿 AB，BC 折起使得 BD 与 BG 重合，连结 EF（如图 2）.



（第 18 题图）

（1）判断图 2 中的 A,C,F,E 四点是否共面？并说明理由；

（2）图 2 中，$BC=2AB=4$，$\angle BCF=120°$，设 M 是线段 FC 上一点，连结 EM 与 DM. 判断平面 EDM 与平面 $BCFD$ 是否垂直？并求三棱柱 $ABC-EDF$ 的侧面积.

19.（12 分）

碳中和，是指企业、团体或个人测算在一定时间内，直接或间接产生的温室气体排放总量，通过植树造林、节能减排等形式，抵消自身产生的二氧化碳排放，实现二氧化碳的"零排放"。碳达峰，是指碳排放进入平台期后，进入平稳下降阶段。简单地说就是让二氧化碳排放量"收支相抵"。中国政府在第七十五届联合国大会上提出："中国将提高国家自主贡献力度，采取更加有力的政策和措施，二氧化碳排放力争于 2030 年前达到峰值，努力争取 2060 年前实现碳中和。"减少碳排放，实现碳中和，人人都可出一份力. 某中学数学教师组织开展了题为"家庭燃气灶旋钮的最佳角度"的数学建模活动.

实验假设：

①烧开一壶水有诸多因素，本建模的变量设定为燃气用量与旋钮的旋转角度，其他因素假设一样；

②由生活常识知，旋转角度很小或很大，一壶水甚至不能烧开或造成燃气浪费，因此旋转角度设定在 10°到 90°间，建模实验中选取 5 个代表性数据：18°，36°，54°，72°，90°.

某支数学建模队收集了"烧开一壶水"的实验数据，如下表：

项目 / 旋转角度	开始烧水时燃气表读数/dm^3	水烧开时燃气表读数/dm^3
18°	9080	9210
36°	8958	9080
54°	8819	8958
72°	8670	8819
90°	8498	8670

以 x 表示旋转角度，y 表示燃气用量.

(1)用列表法整理数据(x,y)；

x(旋转角度:度)	18	36	54	72	90
y(燃气用量:dm^3)					

(2)假定 x,y 线性相关，试求回归直线方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$；(注:计算结果精确到小数点后三位)

(3)有队员用二次函数进行模拟，得到的函数关系为 $\hat{y}=1.903\times10^{-2}x^2-1.472x+150.33$. 求在该模型中，烧开一壶水燃气用量最少时的旋转角度. 请用相关指数 R^2 分析二次函数模型与线性回归模型哪种拟合效果更好？(注:计算结果精确到小数点后一位)

参考数据：$\sum_{i=1}^{5}y_i=712$，$\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=1998$，$\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2=3240$，$\sum_{i=1}^{5}(y_i-\bar{y})^2=1501.2$，

线性回归模型 $\sum_{i=1}^{5}(y_i-\hat{y}_i)^2\approx269.1$，二次函数模型 $\sum_{i=1}^{5}(y_i-\hat{y}_i)^2\approx196.5$.

参考公式：$\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$，$R^2=1-\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}$.

20. (12 分)

已知抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F，过点 F 的直线 l 与抛物线 C 交于 P,A 两点，且 $\overrightarrow{PF}=\lambda\overrightarrow{FA}$.

(1)若 $\lambda=1$，求点 P 的坐标；

(2)设点 $E(a,0)$，直线 PE 与抛物线 C 的另一个交点为 B，且 $\overrightarrow{PE}=\mu\overrightarrow{EB}$. 若 $\lambda=4\mu$，求 a 的值.

21. (12 分)

已知函数 $f(x)=ax+(a-1)\ln x+\dfrac{1}{x}-2$，$a\in\mathbf{R}$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性；

(2)若 $f(x)$ 只有一个零点，求 a 的取值范围.

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4：坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=|\sin\theta|+|\cos\theta|$.

(1)求曲线 C 的直角坐标方程；

(2)求曲线 C 围成的图形的面积.

23. [选修 4-5：不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=|2x+a|$，$g(x)=|2x-1|$.

(1)当 $a=2$ 时，求不等式 $f(x)+g(x)\geq4$ 的解集；

(2)若存在 $x_0\in\mathbf{R}$，使得 $f(x_0)<4-g(x_0+a)$，求 a 的取值范围.

2022届“江南十校”一模联考

文科数学参考答案、解析及评分细则

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	A	D	A	C	B	B	D	A	A	D	C

1.【答案】C.

【解析】集合 $B=\{1,3,5\}, A\cap B=\{1,3\}$，故选C.

2.【答案】A.

【解析】易知原命题为真，逆命题为假，故选A.

3.【答案】D.

【解析】由题知 $z=2+i$，$\bar{z}=2-i$ 则 $\frac{\bar{z}}{z}=\frac{2-i}{2+i}=\frac{(2-i)^2}{5}=\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$，故选D.

4.【答案】A.

【解析】由 $\left(2b-\sqrt{3}c\right)\cos A=\sqrt{3}a\cos C$ 得 $2b\cos A=\sqrt{3}\left(a\cos C+c\cos A\right)=\sqrt{3}b$，得 $\cos A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，得 $A=\frac{\pi}{6}$，故选A.

5.【答案】C.

【解析】由 $2\sin x>\tan x$ 且 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，得 $\cos x>\frac{1}{2}$，解得 $0<x<\frac{\pi}{3}$，得 $p=\frac{\frac{\pi}{3}}{\frac{\pi}{2}}=\frac{2}{3}$，故选C.

6.【答案】B.

【解析】函数 $f(x)=2^{|x|}$ 为偶函数，且在 $(0,+\infty)$ 单调递增，$\because \log_2 3>\log_4 5>1, \cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$，

$\therefore a=f(\log_{0.5}3)=f(\log_2 3)>b>c$，故选B.

7.【答案】B.

【解析】第一次执行得 $S=2, S<5$，进入循环体得 $a=2, b=\frac{1}{2}$，$i=2$；

第二次执行得 $S=4.5, S<5$，进入循环体得 $a=4, b=\frac{1}{4}$，$i=3$，

第三次执行得 $S=8.75, S\geq 5$，满足条件，输出 $i=3$. 故选B.

8.【答案】D.

【解析】$y=\cos 2x\xrightarrow{\text{横坐标缩短到原来的}\frac{2}{3}\text{倍}}y=\cos 3x\xrightarrow{\text{向左平移}\frac{\pi}{18}\text{个单位长度}}y=\cos\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)$，故选D.

9.【答案】A.

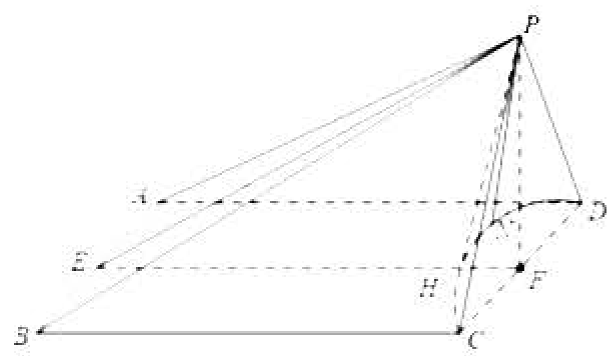
【解析】由 ΔPF_1F_2 的面积为 $\sqrt{7}$ 可得 $|y_P|=\frac{\sqrt{7}}{3}$，所以 $|x_P|=\frac{2\sqrt{5}}{3}$，则 $|OP|=\sqrt{3}$，故选A.

10.【答案】A.

【解析】如图所示，分别取 AB, CD 的中点为 E, F，连接 EF，EF 与 $\overset{\frown}{CD}$ 交于 H. 记 N 到侧面 PAB 的距离为 d，由于 PN 的长为定值，因此当且仅当 d 最小时，PN 与侧面 PAB 所成的角最小，即点 N 在 H 时，$\theta=\angle HPE$.

由面 $PCD\perp$ 面 $ABCD$ 易知 $PF\perp EF, PF=\sqrt{3}$，又 $EF=3, HF=1$，则 $PH=EH=2$

所以 $\theta=\angle HPE=\angle PEF$，所以 $\tan\theta=\frac{\sqrt{3}}{3}$，即 $\sin\theta=\frac{1}{2}$. 故选A.



11.【答案】D.

【解析】当 $a=0$ 时，$f(x)=|x+1|=\begin{cases}x+1,x\ge-1\\-x-1,x\le-1\end{cases}$，图象为 A；

当 $a=1$ 时，$f(x)=|x+1|+x=\begin{cases}2x+1,x\ge-1\\-1,x\le-1\end{cases}$，图象为 C；

当 $a=-1$ 时，$f(x)=|x+1|-x=\begin{cases}1,x\ge-1\\-2x-1,x\le-1\end{cases}$，图象为 B. 综上，故选 D.

12.【答案】C.

【解析】由题设可知，要使 $f(x)\ge3$ 成立，则 $f(1)\ge3$，即 $a\cdot e^{-1}+2\ln a\ge3$，$\therefore a\ge e$. 下证：当 $a\ge e$ 时，$f(x)\ge3$ 恒成立，$\because a\ge e$，$\therefore f(x)\ge e^{x-1}-\ln x+2$，易知 $e^{x-1}\ge x,\ln x\le x-1$（当 $x=1$ 时，两式等号成立）则 $f(x)\ge x-(x-1)+2=3$，得证. 所以 $a\in[e,+\infty)$. 故选 C.

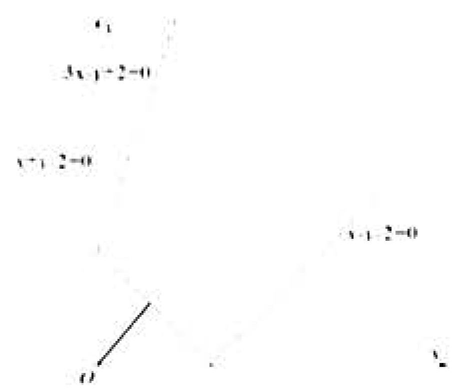
二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13.【答案】$\pm\sqrt2$.

【解析】因为 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，故 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，即 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=t\times(-t)+2\times1=-t^2+2=0$，得 $t=\pm\sqrt2$.

14.【答案】2.

【解析】画图如下：由 $z=x^2+y^2$ 可构造 $P(x,y),O(0,0)$，则 $z=|PO|^2$，动点 P 在阴影区域，由图可知其最小值为点 O 到直线 $x+y-2=0$ 的距离的平方，



$$z_{\min}=\left(\frac{|0+0-2|}{\sqrt{1^2+1^2}}\right)^2=2.$$

15.【答案】$x+y=0$.

【解析】设切线的切点为 $(x_0,-x_0\ln x_0-1)$，则切线的斜率为 $k=-1-\ln x_0$，又切线过原点，所以 $k=\frac{-x_0\ln x_0-1}{x_0}$，

所以 $\frac{-x_0\ln x_0-1}{x_0}=-1-\ln x_0$，解得 $x_0=1,k=-1$，

所以切线方程为 $y=-x$，即 $x+y=0$.

16.【答案】$\frac{2\sqrt2\pi}{5}$.

【解析】设该半多面体是由棱长为 2 的正方体沿正方体各棱的中点截去 8 个三棱锥所得，内侧即为二十四等边体，其体积 $V_1=2\times2\times2-8\times\frac13\times\frac12\times1\times1\times1=\frac{20}{3}$；

由二十四等边体的对称性可知，其外接球的球心即为正方体中心，半径为中心到一个顶点的距离，则 $R=\sqrt2$，故 $V_2=\frac43\pi\left(\sqrt2\right)^3=\frac{8\sqrt2\pi}{3}$，从而 $\frac{V_2}{V_1}=\frac{2\sqrt2\pi}{5}$.

三．解答题：共 70 分.

17.【解析】(1)由 $a_1=3$，点 $\left(n,\frac{S_n}{n}\right)$ 在斜率为 1 的直线上，知 $\frac{\frac{S_n}{n}-\frac{S_1}{1}}{n-1}=1$，即 $S_n=n^2+2n(n\ge2)$.

当 $n=1$ 时，$S_1=a_1=3$ 也符合上式，故 $S_n=n^2+2n$ ………………2 分

当 $n\ge2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=n^2+2n-\left[(n-1)^2+2(n-1)\right]=2n+1$； ……………………………4 分

$a_1=3$ 也满足上式，故 $a_n=2n+1$； ……………………………………………5 分

(2) $c_n=\frac{a_n}{2^{n+1}}=\left(n+\frac12\right)\left(\frac12\right)^n$.

则 $T_n=\left(1+\frac12\right)\cdot\left(\frac12\right)^1+\left(2+\frac12\right)\cdot\left(\frac12\right)^2+\cdots+\left(n-1+\frac12\right)\cdot\left(\frac12\right)^{n-1}+\left(n+\frac12\right)\cdot\left(\frac12\right)^n$ ①，

两边乘以$\frac{1}{2}$得$\frac{1}{2}T_n=\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(2+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3+\cdots+\left(n-1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n+\left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ ②，

①-②得$\frac{1}{2}T_n=\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3+\cdots+\left(\frac{1}{2}\right)^n-\left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$， ……………………10 分

故$T_n=1+\left(\frac{1}{2}\right)^1+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\cdots+\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}-\left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n+\frac{1}{2}=\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}}-\left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}-(2n+5)\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$. ……12 分

【注】其他解法按每小题的分数相应赋分.

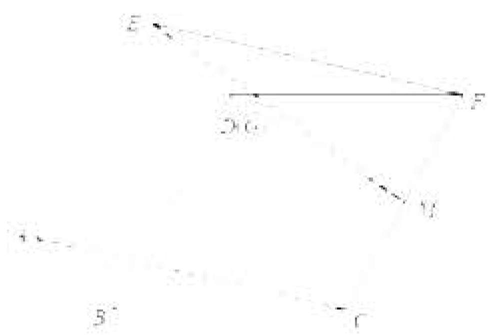
18.【解析】

(1)图 2 中的A,C,F,E四点共面，证明如下： ………………………………………………1 分

$\because AE // BD$，$BG // CF$，又因为D，G重合，$\therefore AE // CF$，

故A,C,F,E四点共面； ………………………………………………4 分

(2)因为$AB\perp BD, AB\perp BC$且$BD\cap BC=B$，$AB\perp$平面$BCFD$，



又$AB // ED$，则$ED\perp$平面$BCFD$.

因为M是线段FC上一点，则E,D,M三点共面，

又$DE\subset$面EDM，所以面$EDM\perp$面$BCFD$. ……………………………8 分

又$ED\perp$平面$BCFD$，$\therefore ED\perp FC$，

当$DM\perp FC$时，由于$ED\cap DM=D$，故$FC\perp$平面EDM，则$FC\perp EM$.

在菱形$BDFC$中，$\angle BCF=120°$，$DF=4$，则$DM=DF\cdot\sin 60°=2\sqrt{3}$，又$ED=AB=2$，则$EM=\sqrt{2^2+(2\sqrt{3})^2}=4$.

故三棱柱$ABC-EDF$的侧面积为$4\times\left(2+2\sqrt{3}+4\right)=24+8\sqrt{3}$. ………………………………………12 分

19.【解析】

（1）整理数据如图：

x（旋转角度：度）	18	36	54	72	90
y（燃气用量：dm^3）	130	122	139	149	172

………………………………………………………2 分

（2）$\bar{x}=54,\bar{y}=142.4,\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{1998}{3240}\approx 0.6167,\hat{a}=142.4-0.6167\times 54=109.0982\approx 109.098$， ……………6 分

故回归直线方程为$\hat{y}=0.617x+109.098$； ……………………………………………………7 分

（注：阅卷时，$\hat{a}=109.098$或$\hat{a}=109.100$均给本小问的满分）

（3）$x=-\frac{-1.472}{2\times 1.903\times 10^{-2}}\approx 38.7°$，即旋转角约为38.7°时，烧开一壶水燃气用量最少（$\hat{y}_{\min}\approx 121.9(dm^3)$）. …9 分

回归直线与二次函数拟合两者关系时，相关指数分别为R_1^2,R_2^2，

则$R_1^2=1-\frac{269.1}{1501.2}\approx 0.82\approx 0.8$，$R_2^2=1-\frac{196.5}{1501.2}\approx 0.87\approx 0.9$.

因为$R_1^2<R_2^2$，所以二次函数拟合效果更好. ……………………………………12 分

【注】用相关指数分析，也可通过残差大小比较得出相关指数大小关系，同样赋分.

20.【解析】（1）由 $\overrightarrow{PF}=\overrightarrow{FA}$，知焦点 $F(1,0)$ 是 PA 的中点，......................................2 分

又抛物线 $C:y^2=4x$ 关于 x 轴对称，

所以 $PA\perp x$ 轴，则点 P 的坐标为 $(1,2)$ 或 $(1,-2)$；..5 分

（2）设点 $P(x_0,y_0),A(x_1,y_1)$，由 $\overrightarrow{PF}=\lambda\overrightarrow{FA}$ 得 $\lambda=-\dfrac{y_0}{y_1}$ ①，

设直线 $l:x=my+1$ 与抛物线 $C:y^2=4x$ 联立得 $y^2-4my-4=0$，

所以 $\Delta=16\left(m^2+1\right)>0,y_0y_1=-4$ ②，

由①②可得 $\lambda=\dfrac{y_0^2}{4}$，..8 分

设点 $B(x_2,y_2)$，由 $\overrightarrow{PE}=\mu\overrightarrow{EB}$ 得 $\mu=-\dfrac{y_0}{y_2}$ ③，

直线 $PB:x=ny+a$ 与抛物线 $C:y^2=4x$ 联立得 $y^2-4ny-4a=0$

所以 $\Delta=16\left(n^2+a\right)>0,y_0y_2=-4a$ ④，

由③④可得 $\mu=\dfrac{y_0^2}{4a}$，..10 分

又 $\lambda=4\mu$，所以 $\dfrac{y_0^2}{4}=4\cdot\dfrac{y_0^2}{4a}$，考虑到点 P 异于原点，所以 $y_0\neq0$，

解得 $a=4$，此时 $\Delta=16\left(n^2+a\right)=16\left(n^2+4\right)>0$．所以 a 的值为 4．..............................12 分

21.【解析】（1）函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，$f'(x)=\dfrac{(ax-1)(x+1)}{x^2}$，..............................2 分

①当 $a\le0$ 时，$f'(x)<0$，则 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递减；..4 分

②当 $a>0$ 时，由 $\begin{cases}f'(x)<0,\\ x>0\end{cases}$ 得 $0<x<\dfrac{1}{a}$，故 $f(x)$ 在 $\left(0,\dfrac{1}{a}\right)$ 单调递减，在 $\left(\dfrac{1}{a},+\infty\right)$ 单调递增；..................6 分

（2）由（1）可知：

当 $a\le0$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递减，取点 $n=1,m=\dfrac{1}{2-a}<1$，显然 $f(n)=a-1<0$，

又 $f(m)=am+(a-1)\ln m-a\ge a+(a-1)\ln m-a=(1-a)\ln(2-a)>0$，

所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内有唯一零点，且落在区间 (m,n) 内；..9 分

当 $a>0$ 时，取 $x>e^{4\left(\frac{1}{a}+1\right)}>1$，则 $f(x)>ax-\ln x-2>\dfrac{a}{4}\ln^2x-\ln x-2>\dfrac{a}{4}\cdot\left(\dfrac{4}{a}+4\right)^2-\left(\dfrac{4}{a}+4\right)-2=4a+2>0$，

【由 $\ln x\le x-1$ 得 $\ln x<x,x>1$，得 $\ln\sqrt{x}<\sqrt{x},x>1$，化简得 $x>\dfrac{1}{4}\ln^2x,x>1$】

取 $0<x<e^{-4(a+1)}<1$，则 $f(x)>a\ln x+\dfrac{1}{x}-2>\dfrac{1}{4}\ln^2x+a\ln x-2>\dfrac{1}{4}(-4a-4)^2+a(-4a-4)-2=4a+2>0$．

【由 $\ln x\le x-1$ 得 $\ln x<x,x>1$，得 $\ln\dfrac{1}{\sqrt{x}}<\dfrac{1}{\sqrt{x}},0<x<1$，化简得 $\dfrac{1}{x}>\dfrac{1}{4}\ln^2x,0<x<1$】

又由（1）可知 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上先减后增，要保证 $f(x)$ 只有一个零点，只需满足 $f\left(\frac{1}{a}\right)=0$ 即可，

代入化简得 $(a-1)(\ln a-1)=0$，解得 $a=1$ 或 $a=e$，

综上，a 的取值范围为 $a\le 0$ 或 $a=1$ 或 $a=e$. ……………………………………12 分

【注】当 $a\le 0$ 时，不取点扣 1 分；当 $a>0$ 时，不取点不扣分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程]（10 分）

【解析】（1）由 $\rho=|\sin\theta|+|\cos\theta|$，可知 $\rho>0$. ……………………………1 分

所以 $\rho^2=|\rho\sin\theta|+|\rho\cos\theta|$，又 $\rho^2=x^2+y^2, x=\rho\cos\theta, y=\rho\sin\theta$，

则曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2+y^2=|x|+|y|$（x,y 不同时为 0）. ……………………………4 分

（2）当 $x>0, y>0$ 时，得曲线 C 的第一象限内的直角坐标方程：$x^2+y^2=x+y$，配方得

$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$， ……………………………………………………………5 分

则曲线 C 在第一象限内的图形由一个直角边为 1 的等腰直角三角形和一个半径为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的半圆组成. …7 分

易知，曲线 C 在第一象限内围成的图形面积为 $\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}$，

结合对称性可知曲线 C 围成图形的面积为 $2+\pi$. ……………………………………………10 分

23.[选修 4-5:不等式选讲]（10 分）

【解析】（1）若 $a=2$，则 $|2x+2|+|2x-1|\ge 4$.

当 $x<-1$ 时，不等式化为 $-4x-1\ge 4$，可得 $x\le -\frac{5}{4}$；当 $-1\le x<\frac{1}{2}$ 时，不等式化为 $3\ge 4$，不成立；

当 $x\ge\frac{1}{2}$ 时，不等式化为 $4x+1\ge 4$，可得 $x\ge\frac{3}{4}$. ……………………………………………3 分

综上可得不等式的解集为 $\{x|x\le -\frac{5}{4}$ 或 $x\ge\frac{3}{4}\}$； ……………………………………………5 分

（2）因为存在 $x_0\in\mathbf{R}$，使得 $f(x_0)<4-g(x_0+a)$ 成立，即使得 $|2x_0+a|<4-|2x_0+2a-1|$ 成立，

$\therefore (|2x_0+a|+|2x_0+2a-1|)_{\min}<4$， ……………………………………………………7 分

由绝对值不等式可知：$|2x_0+a|+|2x_0+2a-1|\ge|2x_0+a-2x_0-2a+1|=|-a+1|$， ……………9 分

即 $|a-1|<4$ 可得 a 的取值范围为 $\{a|-3<a<5\}$. ……………………………………………10 分