高二第一学期期末试卷

数学

（清华附中高 22 级）　　　　2024.1

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）设集合 $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$， $B=\{y\,|\,y=2^x,x\in A\}$， 则 $A\cap B$ 等于(　　)

(A) $\{2,4\}$　　(B) $\{2,4,8\}$　　(C) $\{2,4,6,8\}$　　(D) $\{2,4,6,8,9\}$

（2）$(x^2-\frac{1}{x})^5$ 的展开式中 x 项的系数为(　　)

(A) -10　　(B) -5　　(C) 5　　(D) 10

（3）双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-y^2=1$ 的焦距为 4，则其渐近线方程为(　　)

(A) $y=\pm\sqrt{5}x$　　(B) $y=\pm\sqrt{3}x$　　(C) $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$　　(D) $y=\pm\frac{\sqrt{5}}{5}x$

（4）已知函数 $f(x)=x-\frac{1}{x}$， 则下列说法中正确的是(　　)

(A) $f(2)=f(\frac{1}{2})$　　(B) $f(x)$ 的图像关于原点对称

(C) $f(x)$ 在定义域内是增函数　　(D) $f(x)$ 存在最大值

（5）在△ ABC 中， $AB=5$， $BC=3$， $\sin\angle BAC=\frac{3}{5}$， 则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CB}$ 等于(　　)

(A) -16　　(B) -9　　(C) 9　　(D) 16

（6）已知底面边长为 2 的正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积为 $8\sqrt{3}$， 则直线 AC 与 A_1B 所成角的余弦为(　　)

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　(B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　(C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　(D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

（7）已知点 F 是双曲线 C： $x^2-y^2=1$ 的一个焦点，直线 $l:y=kx$， 则“点 F 到直线 l 的距离大于 1”是“直线 l 与双曲线 C 没有公共点”的(　　)

(A) 充分不必要条件　　(B) 必要不充分条件

(C) 充分必要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

（8）已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，满足$S_n=2a_n-1(n=1,2,3,\cdots)$，则下列结论中正确的是（　）

(A) $a_n=2^n$　　(B) $S_n=2^{n+1}-2$

(C) 数列$\{\log_2 a_n\}$的前n项和为$\dfrac{n^2-1}{2}$　　(D) 数列$\{\dfrac{S_n}{a_n}\}$是递增数列

（9）已知直线$l_1:mx+y=0$恒过定点A，直线$l_2:x-my-2=0$恒过定点B，且直线l_1与l_2交于点P，则点P到点$(0,2\sqrt{2})$的距离的最大值为(　)

(A) 4　　(B) $2\sqrt{3}$　　(C) 3　　(D) 2

（10）已知函数$f(x)=\begin{cases}x^2-2x,x\le 0\\ \ln(x+1),x>0\end{cases}$.若不等式$x(f(x)-a|x|)\le 0$对任意实数$x$恒成立，则$a$的取值范围是(　)

(A) $(0,1]$　　(B) $(0,2]$　　(C) $[1,2]$　　(D) $[1,+\infty)$

第二部分（非选择题　共110分）

二、填空题共5小题，每小题5分，共25分。

（11）已知复数$z=-3+ai(a\in R)$对应的点到原点的距离是$a+1$，则实数$a=$________.

4

（12）已知点$P(2,-4)$在抛物线$C:y^2=2px$上，则点P到抛物线C的焦点的距离为________.　4

（13）已知函数$f(x)=2\sin(\omega x+\dfrac{\pi}{3})$在区间$[0,\dfrac{\pi}{2}]$上的最大值为2，则正数$\omega$的最小值为________.　$\dfrac{1}{3}$

（14）从数字1,2,3,4中选出3个不同的数字构成四位数，且相邻数位上的数字不相同，则这样的四位数共有________个.　72　选1,2,3列:213,1312,2131,1231,1321,3121,共6×3×4=72个

（15）在平面直角坐标系中，定义 $d(A,B)=|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$ 为点 $A(x_1,y_1)$ 到点 $B(x_2,y_2)$ 的“折线距离”.点 O 是坐标原点，点 P 在圆 $x^2+y^2=1$ 上，点 Q 在直线 $2x+y-2\sqrt{5}=0$ 上.在这个定义下，给出下列结论：

①若点 P 的横坐标为 $-\frac{3}{5}$，则 $d(O,P)=\frac{7}{5}$；　　②$d(O,P)$ 的最大值是 $\sqrt{2}$；

③$d(O,Q)$ 的最小值是 2；　　④$d(P,Q)$ 的最小值是 $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

其中，所有正确结论的序号是________.

①②④

②$d(O,P)=|x|+|y|$, $d^2(O,P)=x^2+y^2+2|xy|\le 2(x^2+y^2)$,或 $P(\cos\theta,\sin\theta)$；

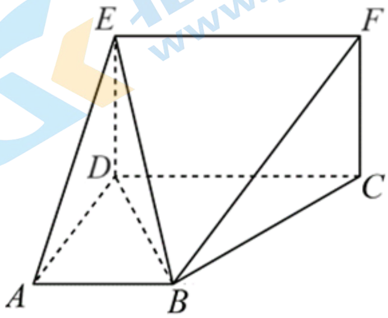
③设直线交 x 轴于 A，作 QB 垂直 x 轴于 B，则 $|QB|=2|BA|$, $d(O,Q)\ge|OA|=\sqrt{5}$,当 $Q=A$ 时取等号.

④同理当 PQ 是水平线段时，$d(P,Q)_{\min}$.求单位圆上点到直线的最小距离为 1,利用此距离与水平距离的比例为 $\frac{2}{\sqrt{5}}$,求得 $d(P,Q)_{\min}=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（16）(本小题 14 分)

如图，四边形 $CDEF$ 为矩形,平面 $ABCD\perp$ 平面 $CDEF$，$AB//CD$, $AD\perp DC$, $AB=AD=DE=\frac{1}{2}DC=1$.



（I）求证：$BD\perp$ 平面 BCF；

（II）求直线 BC 与平面 BEF 所成角的大小.

解：（I）法 1：过 B 作 $BG\perp CD$ 于 G.$\because AB//CD$, $AD\perp DC$, $AB=AD=\frac{1}{2}DC=1$, $\therefore BD=BC=\sqrt{2}$,

又 $CD=2$.

$\therefore CD^2=BD^2+BC^2$, $\therefore BD\perp BC$.$\because$四边形 $CDEF$ 为矩形，$\therefore CF\perp CD$.

$$\because\begin{cases}\text{平面}ABCD\perp\text{平面}CDEF\\ \text{平面}ABCD\cap\text{平面}CDEF=CD\\ CF\subset\text{平面}CDEF\\ CF\perp CD\end{cases},\therefore CF\perp\text{平面}ABCD.\ \because BD\subset\text{平面}ABCD,\ \therefore CF\perp BD.$$

$$\because\begin{cases} BD\perp BC \\ BD\perp CF \\ BC\cap CF=C \\ BC,CF\subset 平面BCF\end{cases},\therefore BD\perp 平面BCF.$$

法 2: $$\because\begin{cases} 平面ABCD\perp 平面CDEF \\ 平面ABCD\cap 平面CDEF=CD \\ DE\subset 平面CDEF \\ DE\perp CD\end{cases},\therefore DE\perp 平面ABCD.\ AD\subset 平面ABCD,\ \therefore DE\perp$$

AD.由DA, DC, DE两两垂直,则以DA为x轴, 以DC为y轴, 以DE为z轴建立空间直角坐标系.

$\overrightarrow{DB}=(1,1,0)$, $\overrightarrow{BC}=(-1,1,0)$, $\overrightarrow{CF}=(0,0,1)$, 知 $\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{BC}=0$, $\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{CF}=0$.

$$\because\begin{cases} BD\perp BC \\ BD\perp CF \\ BC\cap CF=C \\ BC,CF\subset 平面BCF\end{cases},\therefore BD\perp 平面BCF.$$

（II）设平面 BEF 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$. $\overrightarrow{BE}=(-1,-1,1)$, $\overrightarrow{EF}=(0,2,0)$, 则 $\vec{n}\cdot\overrightarrow{BE}=0$,

$\vec{n}\cdot\overrightarrow{EF}=0$.

$\begin{cases}-x-y+z=0\\ 2y=0\end{cases}$, 令 $x=1$, 则有 $y=0,z=1$. 即 $\vec{n}=(1,0,1)$. $\overrightarrow{BC}=(-1,1,0)$. 设所求角的大小为

θ. 则 $\sin\theta=|\cos<\vec{n},\overrightarrow{BC}>|=\dfrac{|\vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}|}{|\vec{n}||\overrightarrow{BC}|}=\dfrac{1}{2}$. $\therefore\theta=\dfrac{\pi}{6}$.

（17）(本小题 14 分)

在锐角△ ABC 中, $\sin 2B=\sqrt{3}\cos B$, $b=1$.

（I）求 $\angle B$;

（II）求△ ABC 周长的最大值.

解:（I）$\because B\in(0,\dfrac{\pi}{2})$, $\therefore\cos B>0$, $\because 2\sin B\cos B=\sqrt{3}\cos B$, $\therefore\sin B=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\therefore\angle B=\dfrac{\pi}{3}$.

（II）法 1: $\because\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{c}{\sin C}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$,

$$\therefore a+b+c=\frac{2\sqrt{3}}{3}(\sin A+\sin C)+1=\frac{2\sqrt{3}}{3}(\sin A+\sin(\frac{2\pi}{3}-A))+1$$
$$=\frac{2\sqrt{3}}{3}(\frac{3}{2}\sin A+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos A)+1=\sqrt{3}\sin A+\cos A+1=2\sin(A+\frac{\pi}{6})+1$$

在锐角△ ABC 中, $B=\dfrac{\pi}{3}$, $A\in(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2})$, 当 $A=\dfrac{\pi}{3}$ 时, $(a+b+c)_{max}=3$.

法 2：$\because b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，$\therefore a^2+c^2-ac=1$，$\therefore (a+c)^2-1=3ac$.

$\because (\frac{a+c}{2})^2 \ge ac$，$\therefore (a+c)^2-1\le \frac{3}{4}(a+c)^2$，$\therefore a+c\le 2$.

当 $a=c=1$ 时,即△ ABC 是等边三角形，$(a+b+c)_{max}=3$.

（18）(本小题 14 分)

某区 12 月 10 日至 23 日的天气情况如图所示.如：15 日是晴天，最低温度是零下 9℃，最高温度是零下 4℃，当天温差（最高气温与最低气温的差）是 5℃.

（I）从 10 日至 21 日某天开始，连续统计三天，求这三天中至少有两天是晴天的概率；

（II）从 11 日至 20 日中随机抽取两天，求恰好有一天温差不高于 5℃的概率；

（III）已知该区当月 24 日的最低温度是零下 10℃.12 日至 15 日温差的方差为 $s_1{}^2$，21 日至 24 日温差的方差为 $s_2{}^2$，若 $s_1{}^2=s_2{}^2$，请直接写出 24 日的最高温度.（结论不要求证明）

（注：$s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$，其中 $\bar{x}$ 为数据 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的平均数）

解：（I）设“这三天中至少有两天是晴天”为事件 A. 连续统计三天共有 12 个基本事件，事件 A 共有 8 个基本事件.则 $P(A)=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$.

（II）从 11 日至 20 日中随机抽取两天共有 $C_{10}^2=45$ 个基本事件. 设“恰好有一天温差小于 5℃”为事件 B.不高于 5℃有 11 日，12 日，13 日，14 日，15 日，16 日，20 日.事件 B 有 $C_7^1C_3^1=21$ 个基本事件. 则 $P(B)=\frac{21}{45}=\frac{7}{15}$.

（III）0℃

法 1：12 日至 15 日温差为 4,2,5,5，平均数为 4，方差 $s_1{}^2=\frac{3}{2}$.

21 日至 24 日温差为 8,11,11,a，平均数为 $\frac{a+30}{4}$，方差

$s_2{}^2=\frac{1}{4}[\frac{(a-2)^2}{16}+\frac{(a-14)^2}{16}+\frac{(a-14)^2}{16}+\frac{(3a-30)^2}{16}]$.

由题意知 $s_2{}^2=\frac{3}{2}$，化简得 $(a-10)^2=0$，得 $a=10$.

法 2：12 日至 15 日温差为 4,2,5,5，平均数为 4，即 0,1,1,2 的方差为 $s_1{}^2$.

21 日至 24 日温差为 8,11,11,a，数据都减去 10，等价于 $a-10$,1,1,2 方差为 $s_2{}^2$.

当且仅当 $a-10=0$ 时，两方差相等.

（19）(本小题 14 分)

已知函数 $f(x)=(x-1)e^x-\frac{1}{2}ax^2$.

（I）当 $a=1$ 时,求证: $f(x)$ 在 R 上是增函数;

（II）若 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上存在最小值,求 a 的取值范围;

（III）若 $f(x)$ 仅在两点处的切线的斜率为 1,请直接写出 a 的取值范围.（结论不要求证明）

解: $f'(x)=xe^x-ax=x(e^x-a)$

（I）当 $a=1$ 时,令 $e^x-1=0$,得 $x=0$,当 $x<0$, $x<0, e^x-1<0$ 得 $f'(x)>0$.当 $x>0$,

$x>0, e^x-1>0$ 得 $f'(x)>0$.所以 $f(x)$ 在定义域内是单调递增函数;

（II）当 $x>0$ 时, $e^x>1$.

当 $a\le 1$ 时, $e^x-a>0$,则当 $x>0$ 时, $f'(x)>0$,所以 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增,所以 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上不存在最小值;

当 $a>1$ 时,由 $x=\ln a$.此时 $\ln a>0$.

x	$(0,\ln a)$	$\ln a$	$(\ln a,+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	+
$f(x)$	↘	极小值	↗

所以 $f(x)_{\min}=f(\ln a)$.

综上, a 的取值范围是 $(1,+\infty)$.

（III）法 1：方程 $a=e^x-\frac{1}{x}$ 有两个不同解,画 $g(x)=e^x-\frac{1}{x}$ 和 $y=a$ 的图像有两个交点,则

$a>0$.即 a 的取值范围为 $(0,+\infty)$.

法 2：方程 $e^x-a=\frac{1}{x}$ 有两个不同解,画 $g(x)=e^x-a$ 和 $y=\frac{1}{x}$ 的图像有两个交点

（20）(本小题 14 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的焦距为 $4\sqrt{2}$,下顶点 A 和右顶点 B 的距离为 $\sqrt{10}$.

（I）求椭圆 C 方程;

（II）设不经过右顶点的直线 $l:y=kx+m$ 交椭圆 C 于两点 P,Q ,过点 P 作 x 轴的垂线交直线 AB 于点 D ,交直线 BQ 于 E ,若点 D 为线段 PE 的中点,求证:直线 l 经过定点.

解: (1)由题意得 $\begin{cases}2c=4\sqrt{2}\\ \sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{10}\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}$ ，得 $\begin{cases}a=3\\ b=1\\ c=2\sqrt{2}\end{cases}$.则椭圆 C 方程为 $\frac{x^2}{9}+y^2=1$.

(2)联立 $\begin{cases}y=kx+m\\ \frac{x^2}{9}+y^2=1\end{cases}$ 得 $(9k^2+1)x^2+18kmx+9m^2-9=0$,且 $m\neq-3k$.设 $P(x_1,y_1)$, $Q(x_2,y_2)$.

则有:

$\Delta=256k^2m^2-4(9k^2+1)(9m^2-9)>0$, $x_1+x_2=\frac{-18km}{9k^2+1}$, $x_1x_2=\frac{9m^2-9}{9k^2+1}$.

直线 $AB:y=\frac{1}{3}x-1$,则 $D(x_1,\frac{1}{3}x_1-1)$.

$\because k_{BQ}=\frac{y_2}{x_2-3}=\frac{kx_2+m}{x_2-3}$, $\therefore$ 直线 $BQ:y=\frac{kx_2+m}{x_2-3}(x-3)$, $\therefore E(x_1,\frac{(kx_2+m)(x_1-3)}{x_2-3}$.

$\because$ 点 D 为线段 PE 的中点, $\therefore y_1+\frac{(kx_2+m)(x_1-3)}{x_2-3}=\frac{2}{3}x_1-2$.

$\therefore (kx_1+m)(x_2-3)+(kx_2+m)(x_1-3)-\frac{2}{3}(x_1-3)(x_2-3)=0$

$(2k-\frac{2}{3})x_1x_2+(m-3k+2)(x_1+x_2)-6m-6=0$

$\frac{(2k-\frac{2}{3})(9m^2-9)}{9k^2+1}+\frac{-18km(m-3k+2)}{9k^2+1}-6m-6=0$

$18km^2-18k-6m^2+6-18km^2+54k^2m-36km+(-6m-6)(9k^2+1)=0$

$18km^2-18k-6m^2+6-18km^2+54k^2m-36km-54k^2m-6m-54k^2-6=0$

$-18k-6m-6m^2-36km-54k^2=0$, $m^2+(6k+1)m+3k(3k+1)=0$

$(m+3k)(m+3k+1)=0$

$\because m\neq -3k$,$\therefore m=-3k-1$,$\therefore$ 直线 $l: y=kx+m=kx-3k-1=k(x-3)-1$,

$\therefore$ 直线 l 恒过定点 $(3,-1)$.

（21）(本小题 15 分)

已知整数 $n\geq 4$， 数列 $A: a_1,a_2,\cdots,a_n$ 是递增的整数数列， 即 $a_1,a_2,\cdots,a_n\in Z$ 且 $a_1<a_2<\cdots<a_n$.定义数列 A 的“相邻数列”为 $B: b_1,b_2,\cdots,b_n$,其中 $b_1=a_1$, $b_n=a_n$, $b_i=a_{i-1}+1$ 或 $b_i=a_{i+1}-1$ ($i=2,3,\cdots,n-1$).

（I）已知 $n=4$,数列 A:2,4,6,8,写出 A 的所有“相邻数列”;

（II）已知 $n=10$,数列 $A: a_1,a_2,\cdots,a_{10}$ 是递增的整数数列, $a_1=1,a_{10}=20$,且 A 的所有“相邻数列”均为递增数列,求这样的数列 A 的个数;

（III）已知 $n=20$,数列 $A: a_1,a_2,\cdots,a_{20}$ 是递增的整数数列, $a_1=0,a_2=2$,且存在 A 的一个“相邻数列” B， 对任意的 $i,j\in\{2,3,\cdots,19\}$, $a_i+a_j\neq b_i+b_j$,求 a_{20} 的最小值.

解:

（I）2,3,5,8；2,3,7,8；2,5,5,8；2,5,7,8.

（II）任取 A 的一个“相邻数列” $B: b_1,b_2,\ldots,b_{10}$.

首先，一定有 $b_1<b_2$ 且 $b_9<b_{10}$.

理由： $b_2=a_1+1=b_1+1>b_1$ 或 $b_2=a_3-1\geq a_2>a_1=b_1$。同理， $b_9<b_{10}$.

其次，对于 $i\in\{2,3,\ldots,8\}$， b_i,b_{i+1} 的取值分以下 4 种情形：

（1） $b_i=a_{i-1}+1, b_{i+1}=a_i+1$，

（2） $b_i=a_{i+1}-1$； $b_{i+1}=a_{i+2}-1$，

（3） $b_i=a_{i-1}+1, b_{i+1}=a_{i+2}-1$，

（4） $b_i=a_{i+1}-1, b_{i+1}=a_i+1$

由数列 A 是递增的整数数列，**前 3 种情形都能得到 $b_i<b_{i+1}$**，所以**只需考虑第 4 种情形**， B 递增， $b_i<b_{i+1}$， $a_{i+1}-1<a_i+1$ 即 $a_{i+1}<a_i+2, a_{i+1}\leq a_i+1$，由 A 是递增的整数数列得 $a_{i+1}=a_i+1$,从而 $a_2,\ldots,a_9$ **是公差为 1 的等差数列.**于是 $\begin{cases}a_2+7\leq 19\\ a_2\geq 2\\ a_2\in Z\end{cases}$,则 $a_2\in\{2,3,\ldots,12\}$，满足数列 A 的有 11 个:

（III）令 $j=i, 2a_i\neq 2b_i$，所以对任意 $i\in\{2,3,\ldots,19\}, a_i\neq b_i$.

设 $I=\{2,\ldots,19\}, I_1=\{i\in I|b_i=a_{i-1}+1\}, I_2=\{i\in I|b_i=a_{i+1}-1\}$,则 $I_1\cup I_2=I$ 且 $I_1\cap I_2=\emptyset$.**先证明 I_1 与 I_2 要么是空集，要么是连续自然数构成的集合.**

若 $i\in I_1, i\geq 3$,令 $j=i-1$,则 $a_i+a_{i-1}\neq b_i+b_{i-1}$，由 $b_i=a_{i-1}+1$ 得 $b_{i-1}\neq a_i-1$，所以

$i-1 \notin I_2$，即$i-1 \in I_1$. 即I_1是空集，或是连续自然数构成的集合.

若$i \in I_2, i \leq 18$, 令$j=i+1$, 则 $a_i+a_{i+1} \neq b_i+b_{i+1}$，由$b_i=a_{i+1}-1$得$b_{i+1} \neq a_i+1$, 所以$i+1 \notin I_1$，即$i+1 \in I_2$. 即$I_2$是空集，或是连续自然数构成的集合.

因此I_1, I_2的分布只可能是如下三种情况：

(i)$I_1=\{2,3,..,19\}, I_2=\emptyset$. 此时，对任意的$i \in \{2,3,...,19\}, b_i=a_{i-1}+1$, 由$a_i \neq b_i$得$a_i \neq a_{i-1}+1$, 所以对任意的$i \in \{2,3,...,19\}, a_i-a_{i-1} \geq 2$, 注意到 $a_{20}-a_{19} \geq 1$, 所以

$$a_{20}=(a_{20}-a_{19})+(a_{19}-a_{18})+...+(a_2-a_1)+a_1 \geq 1+2\times 18+0=37.$$

等号当且仅当A: 0,2,4,6,,..32,34,36,37时取到.

(ii)存在整数$k \in \{2,3,..,18\}$,使得$I_1=\{2,..,k\}, I_2=\{k+1,..,19\}$

对任意的$i \in \{2,...,k\}, a_i-a_{i-1} \geq 2$, 对任意的$i \in \{k+1,...,19\}, a_{i+1}-a_i \geq 2$，所以

$$\begin{aligned} a_{20} &= [(a_{20}-a_{19})+...(a_{k+2}-a_{k+1})]+(a_{k+1}-a_k)+[(a_k-a_{k-1})+...+(a_2-a_1)]+a_1 \\ &\geq 2(19-k)+1+2(k-1)=37 \end{aligned}$$

(iii)$I_1=\emptyset, I_2=\{2,3,..,19\}$. 此时，对任意的$i \in \{2,3,...,19\}, b_i=a_{i+1}-1$,

与情形 1 类似，对任意的$i \in \{2,3,...,19\}, a_{i+1}-a_i \geq 2$，注意到$a_2-a_1=2$，所以

$$a_{20}=(a_{20}-a_{19})+(a_{19}-a_{18})+...+(a_2-a_1)+a_1 \geq 2\times 19=38>37.$$

综上，a_{20}的最小值为37.

请将全部答案都写在答题纸上！

北京高一高二高三期末试题下载

京考一点通团队整理了【**2024 年 1 月北京各区各年级期末试题&答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期末**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

微信搜一搜

京考一点通