

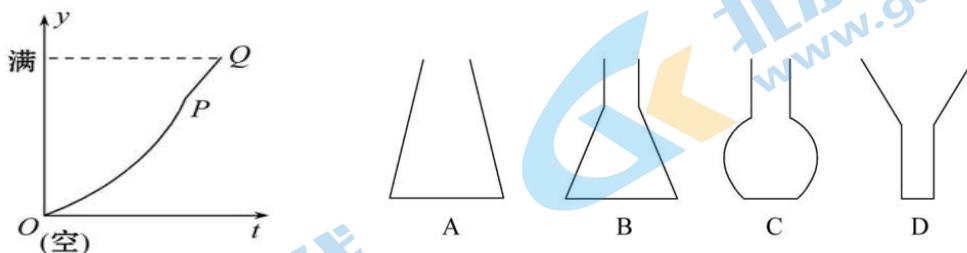
大峪中学 2022—2023 学年度第一学期高一年级
数学学科期中考试试卷

(满分: 150 分; 时间: 120 分钟 命题: 高一集备组) 2022.11

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每题 4 分)

1. 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. $\{-1\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{-1, 2\}$
2. 命题 “ $\exists x \in R$, 使得 $x^2 + 2x < 0$ ” 的否定是 ()
- A. $\exists x \in R$, 使得 $x^2 + 2x \geq 0$ B. $\forall x \in R$, 使得 $x^2 + 2x \geq 0$
- C. $\exists x \in R$, 使得 $x^2 + 2x > 0$ D. $\forall x \in R$, 使得 $x^2 + 2x < 0$
3. 如果 $a > b$, 那么下列不等式一定成立的是 ()
- A. $|a| > |b|$ B. $a^3 > b^3$ C. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ D. $a^2 < b^2$
4. 设 $x \in R$, 则 “ $x^2 - 2x < 0$ ” 是 “ $1 < x < 2$ ” 的 ()
- A. 充要条件 B. 充分不必要条件
- C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 下列四个函数中, 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数的是 ()
- A. $f(x) = 3 - x$ B. $f(x) = x^2 - 3x$ C. $f(x) = -\frac{1}{x+1}$ D. $f(x) = -|x|$
6. 已知函数 $f(x) = x^3 - 5x + 1$, 则下列区间中一定包含 $f(x)$ 零点的区间是 ()
- A. $(-2, -1)$ B. $(-1, 0)$ C. $(0, 1)$ D. $(1, 2)$
7. 若 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的偶函数, $\forall x_1, x_2 \in [0, +\infty) (x_1 \neq x_2)$, 有 $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$, 则 ()
- A. $f(3) < f(1) < f(-2)$ B. $f(1) < f(-1) < f(3)$
- C. $f(-2) < f(1) < f(3)$ D. $f(3) < f(-2) < f(1)$

8. 有一个盛水的容器，由悬在它上空的一根水管匀速向容器内注水，直至把容器注满，在注水过程中，时刻 t 与水面高度 y 的函数关系如图所示，图中 PQ 为一线段，则与之对应的容器的形状是图中的 ()



9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} ax+5, & x \leq 1 \\ \frac{1}{x}, & x > 1 \end{cases}$ 是 R 上的减函数，则 a 的范围是 ()

- A. $(-\infty, 0)$ B. $[-4, +\infty)$ C. $(-\infty, -4)$ D. $[-4, 0)$

10. 定义全集 U 的子集 A 的特征函数 $f_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$ 对于任意的集合 $A, B \subseteq U$,

下列说法错误的是 ()

- A. 若 $A \subseteq B$ ，则 $f_A(x) \leq f_B(x)$ ，对于任意的 $x \in U$ 成立.
 B. 若 $A = C_U B$ ，则 $f_A(x) + f_B(x) = 1$ ，对于任意的 $x \in U$ 成立.
 C. $f_{A \cap B}(x) = f_A(x)f_B(x)$ ，对于任意的 $x \in U$ 成立.
 D. $f_{A \cup B}(x) = f_A(x) + f_B(x)$ ，对于任意的 $x \in U$ 成立.

二、填空题 (本大题共 5 小题，每题 5 分，共 25 分)

11. 函数 $y = \sqrt{x} + \frac{1}{x-1}$ 的定义域为_____.

12. 已知 x_1, x_2 是方程 $x^2 - \sqrt{11}x + 1 = 0$ 的两根，则① $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} =$ _____;

② $x_1^2 + x_2^2 =$ _____.

13. 函数 $y = x + \frac{1}{x-2}$ ($x > 2$) 的最小值是_____，最小值点 $x =$ _____.

14. 若 $f(x-1) = x^2 + 1$ ，则 $f(0) =$ _____， $f(x) =$ _____.

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & -2 \leq x \leq c, \\ \frac{1}{x}, & c < x \leq 3 \end{cases}$ 若 $c=0$, 则 $f(x)$ 的值域是 ____; 若 $f(x)$ 的

值域是 $[-\frac{1}{4}, 2]$, 则实数 c 的取值范围是 ____.

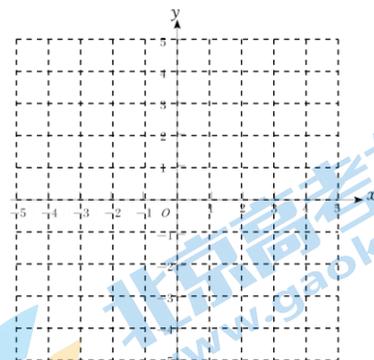
三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 85 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

16. (15 分) 解下列关于 x 的不等式:

(1) $x^2 + x - 6 < 0$ (2) $\frac{x}{5-x} \leq 0$ (3) $|2x+1| > 3$

17. (14 分) 已知函数 $f(x) = x|x| - 4x$.

- (1) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性并证明;
- (2) 用分段函数的形式表示函数 $f(x)$ 的解析式, 并画出函数 $f(x)$ 的图像;
- (3) 写出函数 $f(x)$ 的单调区间以及不等式 $f(x) < 0$ 的解集 (直接写出结果).



18. (14 分) 已知二次函数 $f(x) = x^2 - 2(a-1)x + 4$.

- (1) 若 $f(x)$ 为偶函数, 求 $f(x)$ 在 $[-1, 3]$ 上的值域;
- (2) 若 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 2]$ 上是减函数, 求实数 a 的取值范围;
- (3) 若 $x \in [1, 2]$ 时, $f(x)$ 的图像恒在直线 $y = ax$ 的上方, 求实数 a 的取值范围.

19. (14分) 已知定义在 R 上的奇函数 $f(x) = \frac{x+m}{x^2+1}$, $m \in R$.

(1) 求 m ;

(2) 用定义证明: $f(x)$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上单调递减;

(3) 若实数 a 满足 $f(a^2+2a+2) < \frac{2}{5}$, 求 a 的取值范围.

20. (13分) 2022年某新能源汽车厂计划引进新能源汽车生产设备, 通过市场分析, 全年需投入固定成本 2500 万元, 若生产 $100x$ 辆时, 需另投入成本 $C(x)$ 万元,

满足 $C(x) = \begin{cases} 10x^2 + 100x, & 0 < x < 40 \\ 501x + \frac{10000}{x} - 4500, & x \geq 40 \end{cases}$. 由市场调研知, 每辆车售价 5 万元, 且全

年内生产的车辆当年能全部销售完 (其中 $x \in N^*$)

(1) 求出 2022 年的利润 $L(x)$ (万元) 的函数关系式 (利润 = 销售额 - 成本);

(2) 2022 年产量为多少辆时, 企业所获利润最大? 并求出最大利润.

21. (15分) 对于正整数集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} (n \in N^*, n \geq 3)$, 如果去掉其中任意一个元素 $a_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 之后, 剩余的所有元素组成的集合都能分为两个交集为空集的集合, 且这两个集合的所有元素之和相等, 就称集合 A 为“和谐集”.

(1) 判断集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 是否是“和谐集” (不必写过程);

(2) 请写出一个只含有 7 个元素的“和谐集”, 并证明此集合为“和谐集”;

(3) 当 $n=5$ 时, 集合 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$, 求证: 集合 A 不是“和谐集”.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯