

北京一零一中 2023-2024 学年度第二学期高三数学统考四

班级：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 成绩：\_\_\_\_\_

一、选择题共 10 小题。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合  $P = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$ ,  $M = \{-a, a\}$ , 若  $P \cup M = P$ , 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- (A)  $\{a \mid -1 \leq a \leq 1\}$  (B)  $\{a \mid -1 < a < 1\}$   
 (C)  $\{a \mid -1 < a < 1 \text{ 且 } a \neq 0\}$  (D)  $\{a \mid -1 \leq a \leq 1 \text{ 且 } a \neq 0\}$

2. 已知  $i$  是虚数单位, 若  $z = \frac{i+a}{1+i}$  为纯虚数, 则实数  $a =$  ( )

- (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2

3. 在  $(\sqrt{x} - \frac{1}{2}x)^n$  的展开式中, 第 4 项和第 5 项的二项式系数相等, 则展开式中  $x^5$  的系数为 ( )

- (A)  $\frac{35}{8}$  (B)  $-\frac{35}{8}$  (C)  $\frac{9}{2}$  (D)  $-\frac{9}{2}$

4. 函数  $f(x) = 2^x + x$ ,  $g(x) = \log_2 x + x$ ,  $h(x) = \sqrt{x} + x$  的零点分别为  $a, b, c$ , 则  $a, b, c$  的大小顺序为 ( )

- (A)  $a > b > c$  (B)  $b > a > c$  (C)  $b > c > a$  (D)  $c > a > b$

5. 已知向量  $\vec{BA} = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ,  $\vec{BC} = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ , 则点  $A$  到直线  $BC$  的距离为 ( )

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B) 1 (C)  $\sqrt{3}$  (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. 设  $\alpha, \beta$  是三角形的两个内角, 下列结论中正确的是 ( )

- (A) 若  $\alpha + \beta < \frac{\pi}{2}$ , 则  $\sin \alpha + \sin \beta < \sqrt{2}$  (B) 若  $\alpha + \beta < \frac{\pi}{2}$ , 则  $\cos \alpha + \cos \beta < \sqrt{2}$   
 (C) 若  $\alpha + \beta > \frac{\pi}{2}$ , 则  $\sin \alpha + \sin \beta > 1$  (D) 若  $\alpha + \beta > \frac{\pi}{2}$ , 则  $\cos \alpha + \cos \beta > 1$

7. 已知直线  $l: y = mx - m - 1$ ,  $P$  为圆  $C: x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$  上一动点, 设  $P$  到直线  $l$  距离的最大值为  $d(m)$ , 当  $d(m)$  最大时,  $m$  的值为 ( )

- (A)  $-\frac{1}{2}$  (B)  $-\frac{3}{2}$  (C)  $\frac{2}{3}$  (D) 2

8. 已知  $\{a_n\}$  是无穷等比数列, 则“存在  $n \in \mathbf{N}^*$ , 使得  $a_{n+2} > a_{n+1} > a_n$ ”是“对任意  $n \in \mathbf{N}^*$ , 均有  $a_{n+3} > a_n$ ”的 ( )

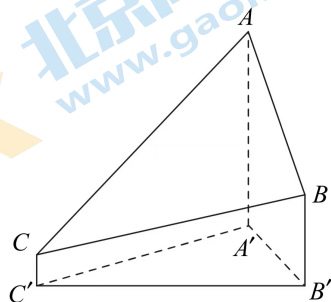
(A) 充分而不必要条件

(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既不充分也不必要条件

9. 2020年12月8日,中国和尼泊尔联合公布珠穆朗玛峰最新高程为8848.86(单位:m),三角高程测量法是珠穆朗玛峰测量法之一,右图是三角高程测量法的一个示意图,现有A, B, C三点,且A, B, C在同一水平面上的投影A', B', C'满足 $\angle A'C'B' = 45^\circ$ ,  $\angle A'B'C' = 60^\circ$ ,由C点测得B点的仰角为 $15^\circ$ ,  $BB'$ 与 $CC'$ 的差为100,由B点测得A点的仰角为 $45^\circ$ ,则A, C两点到水平面A'B'C'的高度差 $AA' - CC'$ 约为( $\sqrt{3} \approx 1.732$ )( )



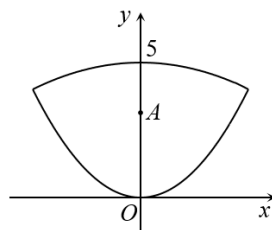
(A) 346

(B) 373

(C) 446

(D) 473

10. 已知抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 和 $y = -\frac{1}{16}x^2 + 5$ 所围成的封闭曲线如图所示,已知点 $A(0, a)$ ,若在此封闭曲线上至少存在两对不同的点,满足每一对点关于点A对称,则实数a的取值范围是( )



(A) (1, 4]

(B)  $[\frac{5}{2}, 4)$

(C)  $[\frac{5}{2}, 3)$

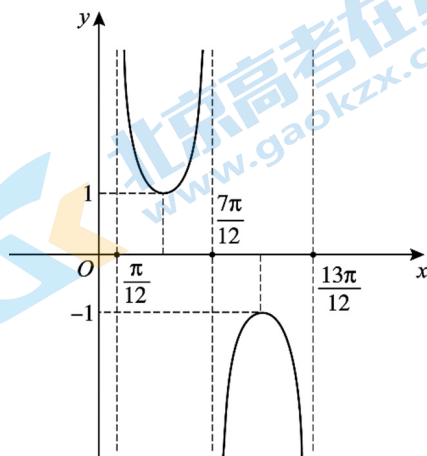
(D) (2, 3]

## 二、填空题共5小题。

11. 已知角 $\alpha$ 的终边经过点 $(-4, 3)$ ,则 $\cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$ 的值是\_\_\_\_\_.

12. 已知双曲线 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的离心率为2,则实数 $m =$ \_\_\_\_\_.

13. 已知函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ), 若  $g(x) \cdot f(x) = 1$ , 且函数  $g(x)$  的部分图象如图所示, 则  $\varphi$  等于 \_\_\_\_\_.

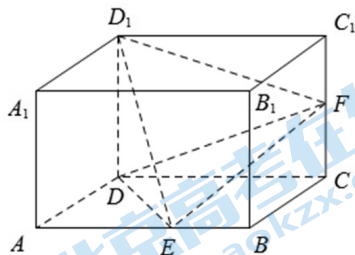


14. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x, & x \leq a, \\ -x, & x > a. \end{cases}$

- (1) 若  $a = 0$ , 则  $f(x)$  的最大值为 \_\_\_\_\_;  
 (2) 若  $f(x)$  无最大值, 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

15. 如图, 在长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB = 2, AA_1 = AD = 1$ , 动点  $E, F$  分别在线段  $AB$  和  $CC_1$  上. 给出下列四个结论:

- ① 四面体  $D_1DEF$  的体积为  $\frac{1}{3}$ ;  
 ②  $\triangle D_1EF$  可能是等边三角形;  
 ③ 当  $D_1E \perp DF$  时,  $D_1F \leq EF$ ;  
 ④ 有且仅有两组  $E, F$ , 使得三棱锥  $D_1 - DEF$  的四个面均为直角三角形.



其中所有正确结论的序号是 \_\_\_\_\_.

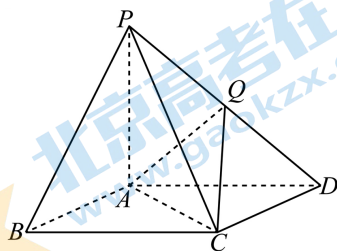
三、解答题共 6 小题. 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

16. 已知函数  $f(x) = \cos(2x - \frac{\pi}{3}) + 2 \sin(x - \frac{\pi}{4}) \sin(x + \frac{\pi}{4})$ .

- (1) 求函数  $f(x)$  的最小正周期和图象的对称轴方程;  
 (2) 求函数  $f(x)$  在区间  $[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{2}]$  上的最值.

17. 如图, 在四棱锥  $P - ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是边长为 1 的正方形,  $Q$  为棱  $PD$  的中点.

- (1) 求证:  $PB \parallel$  平面  $ACQ$ ;
- (2) 若  $BA \perp PD$ , 再从条件①、条件②、条件③中选择若干个作为已知, 使四棱锥  $P-ABCD$  唯一确定, 并求:
- (i) 直线  $PC$  与平面  $ACQ$  所成角的正弦值
- (ii) 点  $P$  到平面  $ACQ$  的距离.

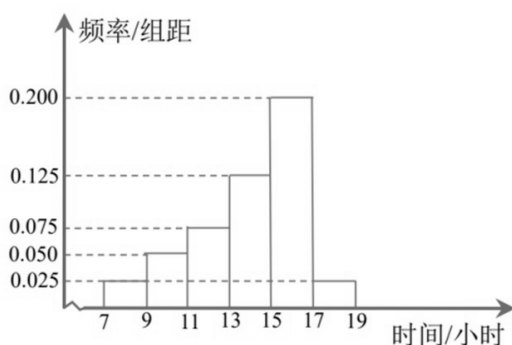


条件①: 二面角  $P-CD-A$  的大小为  $45^\circ$ ;

条件②:  $PD = \sqrt{2}$

条件③:  $AQ \perp PC$ .

18. “双减”政策执行以来, 中学生有更多的时间参加志愿服务和体育锻炼等课后活动. 某校为了解学生课后活动的情况, 从全校学生中随机选取 100 人, 统计了他们一周参加课后活动的时间 (单位: 小时), 分别位于区间  $[7, 9)$ ,  $[9, 11)$ ,  $[11, 13)$ ,  $[13, 15)$ ,  $[15, 17)$ ,  $[17, 19]$ , 用频率分布直方图表示如下:



假设用频率估计概率, 且每个学生参加课后活动的时间相互独立.

- (1) 估计全校学生一周参加课后活动的时间位于区间  $[13, 17)$  的概率;
- (2) 从全校学生中随机选取 3 人, 记  $\xi$  表示这 3 人一周参加课后活动的时间在区间  $[15, 17)$  的人数, 求  $\xi$  的分布列和数学期望  $E\xi$ ;
- (3) 设全校学生一周参加课后活动的时间的中位数估计值为  $a$ 、平均数的估计值为  $b$  (计算平均数时, 同组中的每个数据都用该组区间的中点值代替), 请直接写出  $a, b$  的大小关系.
19. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的右顶点  $A(2, 0)$ ,  $P$  为椭圆  $C$  上的动点, 且点  $P$  不在  $x$  轴上,  $O$  是坐标原点,  $\triangle AOP$  面积的最大值为 1.
- (1) 求椭圆  $C$  的方程及离心率;
- (2) 过点  $H(-1, 0)$  的直线  $PH$  与椭圆  $C$  交于另一点  $Q$ , 直线  $AP, AQ$  分别与  $y$  轴相交于点

$E, F$ . 当  $|EF| = 2$  时, 求直线  $PH$  的方程.

20. 已知函数  $f(x) = \sin x + e^x + a \ln(x+1)$ .

- (1) 求曲线  $y = f(x)$  在  $x = 0$  处的切线方程;
- (2) 当  $a \leq -2$  时, 求函数  $f(x)$  在  $(-1, 0]$  上的最小值;
- (3) 写出实数  $a$  的一个值, 使得  $f(x) \geq 1$  恒成立, 并证明.

21. 已知  $Q : a_1, a_2, \dots, a_k$  为有穷正整数数列, 且  $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_k$ , 集合  $X = \{-1, 0, 1\}$ . 若存在  $x_i \in X, i = 1, 2, \dots, k$ , 使得  $x_1 a_1 + x_2 a_2 + \dots + x_k a_k = t$ , 则称  $t$  为  $k$ -可表数, 称集合  $T = \{t \mid t = x_1 a_1 + x_2 a_2 + \dots + x_k a_k, x_i \in X, i = 1, 2, \dots, k\}$  为  $k$ -可表集.

- (1) 若  $k = 10, a_i = 2^{i-1}, i = 1, 2, \dots, k$ , 判定 31, 1024 是否为  $k$ -可表数, 并说明理由;
- (2) 若  $\{1, 2, \dots, n\} \subseteq T$ , 证明:  $n \leq \frac{3^k - 1}{2}$ ;
- (3) 设  $a_i = 3^{i-1}, i = 1, 2, \dots, k$ , 若  $\{1, 2, \dots, 2024\} \subseteq T$ , 求  $k$  的最小值.

北京一零一中 2023-2024 学年度第二学期高三数学统考四

一、选择题共 10 小题。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合  $P = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$ ,  $M = \{-a, a\}$ , 若  $P \cup M = P$ , 则实数  $a$  的取值范围是 ( )
- (A)  $\{a \mid -1 \leq a \leq 1\}$  (B)  $\{a \mid -1 < a < 1\}$   
(C)  $\{a \mid -1 < a < 1 \text{ 且 } a \neq 0\}$  (D)  $\{a \mid -1 \leq a \leq 1 \text{ 且 } a \neq 0\}$

【参考答案】D

由  $P \cup M = P$  得  $M \subseteq P$ , 所以  $a \in P$ ,  $-a \in P$ , 即  $-1 \leq -a \leq 1$ , 且  $-1 \leq a \leq 1$ , 解得  $-1 \leq a \leq 1$ , 又因为  $-a \neq a$ , 所以  $a \neq 0$ , 故选 D.

2. 已知  $i$  是虚数单位, 若  $z = \frac{i+a}{1+i}$  为纯虚数, 则实数  $a =$  ( )
- (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2

【参考答案】B

因为  $z = \frac{i+a}{1+i} = \frac{(a+i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{a-ai+i-i^2}{2} = \frac{a+1}{2} + \frac{1-a}{2}i$  为纯虚数, 所以

$$\begin{cases} \frac{a+1}{2} = 0, \\ \frac{1-a}{2} \neq 0, \end{cases} \text{ 所以 } a = -1.$$

3. 在  $(\sqrt{x} - \frac{1}{2}x)^n$  的展开式中, 第 4 项和第 5 项的二项式系数相等, 则展开式中  $x^5$  的系数为 ( )
- (A)  $\frac{35}{8}$  (B)  $-\frac{35}{8}$  (C)  $\frac{9}{2}$  (D)  $-\frac{9}{2}$

【参考答案】B

4. 函数  $f(x) = 2^x + x$ ,  $g(x) = \log_2 x + x$ ,  $h(x) = \sqrt{x} + x$  的零点分别为  $a, b, c$ , 则  $a, b, c$  的大小顺序为 ( )
- (A)  $a > b > c$  (B)  $b > a > c$  (C)  $b > c > a$  (D)  $c > a > b$

【参考答案】(2024 丰台高一上期末 7) C

5. 已知向量  $\vec{BA} = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ,  $\vec{BC} = (-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ , 则点 A 到直线 BC 的距离为 ( )
- (A)  $\frac{1}{2}$  (B) 1 (C)  $\sqrt{3}$  (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【参考答案】A

由题意得  $\cos \angle ABC = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| |\vec{BC}|} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}}{1 \times 1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 因为  $0^\circ < \angle ABC < 180^\circ$ ,

所以  $\angle ABC = 30^\circ$ , 又因为  $|\vec{BA}| = 1$ , 所以点  $A$  到  $BC$  的距离为  $|\vec{BA}| \sin \angle ABC = \frac{1}{2}$ .

6. 设  $\alpha, \beta$  是三角形的两个内角, 下列结论中正确的是 ( )
- (A) 若  $\alpha + \beta < \frac{\pi}{2}$ , 则  $\sin \alpha + \sin \beta < \sqrt{2}$       (B) 若  $\alpha + \beta < \frac{\pi}{2}$ , 则  $\cos \alpha + \cos \beta < \sqrt{2}$
- (C) 若  $\alpha + \beta > \frac{\pi}{2}$ , 则  $\sin \alpha + \sin \beta > 1$       (D) 若  $\alpha + \beta > \frac{\pi}{2}$ , 则  $\cos \alpha + \cos \beta > 1$

【参考答案】(2020 东城高三上期末 7) A

7. 已知直线  $l: y = mx - m - 1$ ,  $P$  为圆  $C: x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$  上一动点, 设  $P$  到直线  $l$  距离的最大值为  $d(m)$ , 当  $d(m)$  最大时,  $m$  的值为 ( )

- (A)  $-\frac{1}{2}$       (B)  $-\frac{3}{2}$       (C)  $\frac{2}{3}$       (D) 2

【参考答案】(2022 东城高三上期末 8) A

8. 已知  $\{a_n\}$  是无穷等比数列, 则“存在  $n \in \mathbf{N}^*$ , 使得  $a_{n+2} > a_{n+1} > a_n$ ”是“对任意  $n \in \mathbf{N}^*$ , 均有  $a_{n+3} > a_n$ ”的 ( )

- (A) 充分而不必要条件      (B) 必要而不充分条件
- (C) 充分必要条件      (D) 既不充分也不必要条件

【参考答案】C

设  $\{a_n\}$  公比为  $q$ , 显然  $q \neq 0$ , 且  $q \neq 1$ .

①由  $a_{n+2} > a_{n+1} > a_n$  可得  $\begin{cases} a_{n+2} - a_{n+1} = a_{n+1}(q-1) > 0, \\ a_{n+1} - a_n = a_n(q-1) > 0, \end{cases}$  显然有  $a_n$  与  $a_{n+1}$  符号相同, 则

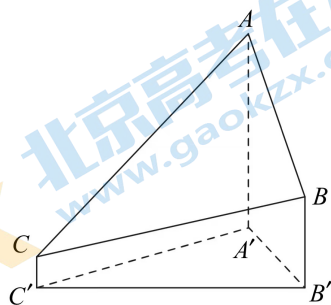
$q > 0$ . 若  $a_n > 0$ , 则有  $\begin{cases} q^2 - 1 > 0, \\ q - 1 > 0, \end{cases}$  解得  $q > 1$ , 此时  $a_{n+3} - a_n = a_n(q^3 - 1)$ . 因为  $q > 1$ , 所

以  $q^3 > 1$ , 又  $a_n > 0$ , 所以  $a_{n+3} - a_n > 0$ , 所以  $a_{n+3} > a_n$ ; 若  $a_n < 0$ , 则有  $\begin{cases} q^2 - 1 < 0, \\ q - 1 < 0, \end{cases}$  解

得  $-1 < q < 1$ . 又  $q > 0$ , 所以  $0 < q < 1$ , 此时  $a_{n+3} - a_n = a_n(q^3 - 1)$ . 因为  $0 < q < 1$ , 所以  $q^3 < 1$ , 又  $a_n < 0$ , 所以  $a_{n+3} - a_n > 0$ , 所以  $a_{n+3} > a_n$ .

②因为  $a_{n+3} > a_n$ , 所以  $a_{n+3} - a_n = a_n(q^3 - 1) > 0$ . 因为  $q$  是常数, 所以  $a_n$  符号恒定, 所以  $q > 0$ . 若  $a_n > 0$ , 则  $q^3 > 1$ , 所以  $q > 1$ , 显然此时有  $a_{n+2} > a_{n+1} > a_n$  成立; 若  $a_n < 0$ , 则  $q^3 < 1$ , 此时有  $-1 < q < 1$ , 所以  $0 < q < 1$ , 此时有  $a_{n+2} > a_{n+1} > a_n$  成立. 综上所述, “存在  $n \in \mathbf{N}^*$ , 使得  $a_{n+2} > a_{n+1} > a_n$ ”是“对任意  $n \in \mathbf{N}^*$ , 均有  $a_{n+3} > a_n$ ”的充分必要条件.

9. 2020年12月8日,中国和尼泊尔联合公布珠穆朗玛峰最新高程为8848.86(单位:m),三角高程测量法是珠穆朗玛峰测量法之一,右图是三角高程测量法的一个示意图,现有A, B, C三点,且A, B, C在同一水平面上的投影A', B', C'满足 $\angle A'C'B' = 45^\circ$ ,  $\angle A'B'C' = 60^\circ$ ,由C点测得B点的仰角为 $15^\circ$ ,  $BB'$ 与 $CC'$ 的差为100,由B点测得A点的仰角为 $45^\circ$ ,则A, C两点到水平面A'B'C'的高度差 $AA' - CC'$ 约为( $\sqrt{3} \approx 1.732$ ) ( )



- (A) 346 (B) 373 (C) 446 (D) 473

【参考答案】(2021 高考全国甲理 8) B

过C作 $CH \perp BB'$ ,过B作 $BD \perp AA'$ ,

故 $AA' - CC' = AA' - (BB' - BH) = AA' - BB' + 100 = AD + 100$ ,

由题,易知 $\triangle ADB$ 为等腰直角三角形,

所以 $AD = DB$ ,

所以 $AA' - CC' = DB + 100 = A'B' + 100$ ,

因为 $\angle BCH = 15^\circ$ ,

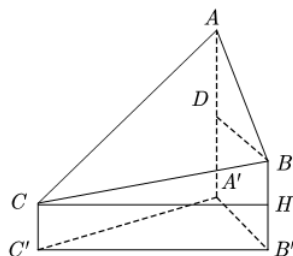
所以 $CH = C'B' = \frac{100}{\tan 15^\circ}$ ,

在 $\triangle A'B'C'$ 中,由正弦定理得: $\frac{A'B'}{\sin 45^\circ} = \frac{C'B'}{\sin 75^\circ} = \frac{100}{\tan 15^\circ \cos 15^\circ \sin 15^\circ}$ ,

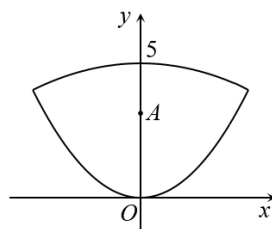
而 $\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ ,

所以 $A'B' = \frac{100 \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} = 100(\sqrt{3} + 1) \approx 273$ ,

所以 $AA' - CC' = A'B' + 100 \approx 373$ .



10. 已知抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 和 $y = -\frac{1}{16}x^2 + 5$ 所围成的封闭曲线如图所示,已知点 $A(0, a)$ ,若在此封闭曲线上至少存在两对不同的点,满足每一对点关于点A对称,则实数a的取值范围是 ( )



- (A) (1, 4] (B)  $[\frac{5}{2}, 4)$  (C)  $[\frac{5}{2}, 3)$  (D) (2, 3]

【参考答案】(2015 西城一模理(改编) 8) B



二、填空题共 5 小题。

11. 已知角  $\alpha$  的终边经过点  $(-4, 3)$ , 则  $\cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$  的值是 \_\_\_\_\_.

【参考答案】  $-\frac{3}{5}$ .

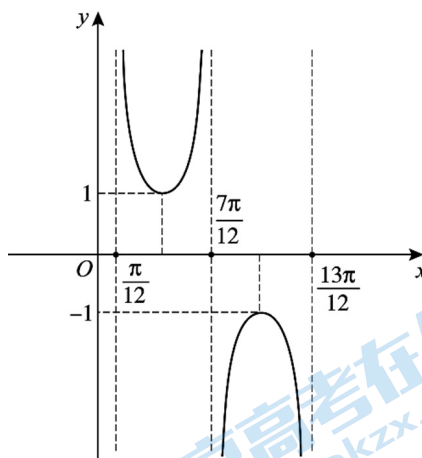
12. 已知双曲线  $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{3} = 1$  的离心率为 2, 则实数  $m =$  \_\_\_\_\_.

【参考答案】 (2023 平谷一模 12)  $-9$ .

由题知,  $m < 0$ , 则方程  $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{3} = 1$  表示焦点在  $y$  轴上的双曲线, 所以  $a^2 = 3, b^2 = -m$ , 则

$$e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 + (\frac{b}{a})^2} = \sqrt{1 - \frac{m}{3}} = 2, \text{ 所以 } 1 - \frac{m}{3} = 4, \text{ 解得 } m = -9.$$

13. 已知函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ), 若  $g(x) \cdot f(x) = 1$ , 且函数  $g(x)$  的部分图象如图所示, 则  $\varphi$  等于 \_\_\_\_\_.



【参考答案】 (2023 朝阳高三上期末 (改编) 7)  $-\frac{\pi}{6}$ .

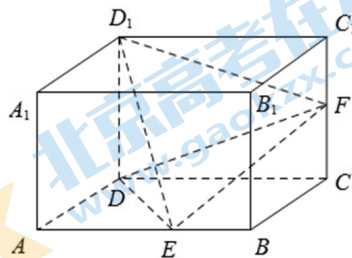
14. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x, & x \leq a, \\ -x, & x > a. \end{cases}$

(1) 若  $a = 0$ , 则  $f(x)$  的最大值为 \_\_\_\_\_;

(2) 若  $f(x)$  无最大值, 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

【参考答案】 (2023 石景山一模 14)  $2, (-\infty, -\sqrt{2})$ .

15. 如图, 在长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB = 2, AA_1 = AD = 1$ , 动点  $E, F$  分别在线段  $AB$  和  $CC_1$  上. 给出下列四个结论:



- ①四面体  $D_1DEF$  的体积为  $\frac{1}{3}$ ;
- ②  $\triangle D_1EF$  可能是等边三角形;
- ③当  $D_1E \perp DF$  时,  $D_1F \leq EF$ ;
- ④有且仅有两组  $E, F$ , 使得三棱锥  $D_1 - DEF$  的四个面均为直角三角形.

其中所有正确结论的序号是 \_\_\_\_\_.

【参考答案】(2023 昌平二模 (改编) 15) ①③.

### 三、解答题共 6 小题。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

16. 已知函数  $f(x) = \cos(2x - \frac{\pi}{3}) + 2 \sin(x - \frac{\pi}{4}) \sin(x + \frac{\pi}{4})$ .

- (1) 求函数  $f(x)$  的最小正周期和图象的对称轴方程;
- (2) 求函数  $f(x)$  在区间  $[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{2}]$  上的最值.

【参考答案】

$$\begin{aligned} (1) \text{ 因为 } f(x) &= \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + 2(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x)(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x) \\ &= \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \sin^2 x - \cos^2 x \\ &= \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \cos 2x \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x \\ &= \sin(2x - \frac{\pi}{6}), \end{aligned}$$

所以函数  $f(x)$  的最小正周期  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ ,

图象的对称轴方程为  $x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$ .

(2) 因为  $-\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ , 所以  $-\frac{\pi}{3} \leq 2x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{5\pi}{6}$ ,

所以当  $x = \frac{\pi}{3}$  时,  $f(x)$  取最大值  $f(\frac{\pi}{3}) = 1$ , 当  $x = -\frac{\pi}{12}$  时,  $f(x)$  取最小值  $f(-\frac{\pi}{12}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

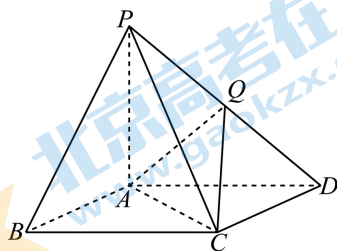
17. 如图, 在四棱锥  $P - ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是边长为 1 的正方形,  $Q$  为棱  $PD$  的中点.

- (1) 求证:  $PB \parallel$  平面  $ACQ$ ;  
 (2) 若  $BA \perp PD$ , 再从条件①、条件②、条件③中选择若干个作为已知, 使四棱锥  $P-ABCD$  唯一确定, 并求:  
 (i) 直线  $PC$  与平面  $ACQ$  所成角的正弦值  
 (ii) 点  $P$  到平面  $ACQ$  的距离.

条件①: 二面角  $P-CD-A$  的大小为  $45^\circ$ ;

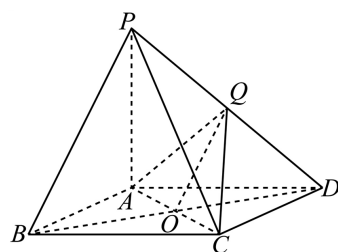
条件②:  $PD = \sqrt{2}$

条件③:  $AQ \perp PC$ .



【参考答案】(2023 房山高三上期末 (改编) 17)

- (1) 连接  $BD$ , 交  $AC$  于  $O$ , 连接  $OQ$ ,  
 底面  $ABCD$  是正方形, 故  $O$  是  $BD$  的中点,  
 又因为  $Q$  为棱  $PD$  的中点,  
 所以, 在  $\triangle PBD$  中  $OQ \parallel PB$ ,  
 而  $OQ \subset$  面  $ACQ$ ,  $PB \not\subset$  面  $ACQ$ ,  
 所以  $PB \parallel$  平面  $ACQ$ .



(2) 选①②:

因为四边形  $ABCD$  是正方形,

所以  $BA \perp AD$ ,  $AD \perp CD$ ,  $BA \parallel CD$ ,

又因为  $BA \perp PD$ , 所以  $CD \perp PD$ ,

因为二面角  $P-CD-A$  的大小为  $45^\circ$ , 平面  $PAD \cap$  平面  $ABCD = CD$ ,  $AD \perp CD$ ,  $PD \perp CD$ ,

所以  $\angle ADP = 45^\circ$ ,

在  $\triangle PAD$  中,  $PA^2 = AD^2 + PD^2 - 2 \cdot AD \cdot PD \cos \angle ADP = 1$ ,

所以  $PA^2 + AD^2 = PD^2$ ,

故  $PA \perp AD$ ,

又因为  $BA \perp AD$ ,  $BA \perp PD$ ,  $AD \cap PD = D$ ,  $AD$ 、 $PD \subset$  平面  $PAD$ ,

所以  $BA \perp$  平面  $PAD$ ,

选①③:

因为四边形  $ABCD$  是正方形,

所以  $BA \perp AD$ ,  $AD \perp CD$ ,  $BA \parallel CD$ ,

又因为  $BA \perp PD$ , 所以  $CD \perp PD$ ,

因为二面角  $P-CD-A$  的大小为  $45^\circ$ , 平面  $PAD \cap$  平面  $ABCD = CD$ ,  $AD \perp CD$ ,  $PD \perp CD$ ,

所以  $\angle ADP = 45^\circ$ ,

因为  $CD \perp PD$ ,  $CD \perp AD$ ,  $AD \cap PD = D$ ,  $AD$ 、 $PD \subset$  平面  $PAD$ ,

所以  $CD \perp$  平面  $PAD$ ,

又因为  $AQ \subset$  平面  $PAD$ , 所以  $CD \perp AQ$ ,

又因为  $AQ \perp PC$ ,  $PC \cap CD = C$ ,  $PC$ 、 $CD \subset$  平面  $PCD$ ,

所以  $AQ \perp$  平面  $PCD$ ,

因为  $PD \subset$  平面  $PCD$ , 所以  $AQ \perp PD$ ,

又因为  $Q$  为  $PD$  中点, 所以  $PA = AD$ ,

所以  $\angle APD = \angle ADP = 45^\circ$ ,

所以  $\angle PAD = 90^\circ$ , 即  $PA \perp AD$ ,

因为  $BA \parallel CD$ ,  $CD \perp$  平面  $PAD$ ,

所以  $BA \perp$  平面  $PAD$ ,

选②③:

因为四边形  $ABCD$  是正方形,

所以  $AD \perp CD$ ,  $BA \parallel CD$ ,

因为  $CD \perp PD$ ,  $CD \perp AD$ ,  $AD \cap PD = D$ ,  $AD$ 、 $PD \subset$  平面  $PAD$ ,

所以  $CD \perp$  平面  $PAD$ ,

又因为  $AQ \subset$  平面  $PAD$ , 所以  $CD \perp AQ$ ,

又因为  $AQ \perp PC$ ,  $PC \cap CD = C$ ,  $PC$ 、 $CD \subset$  平面  $PCD$ ,

所以  $AQ \perp$  平面  $PCD$ ,

因为  $PD \subset$  平面  $PCD$ , 所以  $AQ \perp PD$ ,

又因为  $Q$  为  $PD$  中点, 所以  $PA = AD = 1$ ,

在  $\triangle PAD$  中,  $PA^2 + AD^2 = PD^2$ ,

故  $PA \perp AD$ ,

因为  $BA \parallel CD$ ,  $CD \perp$  平面  $PAD$ ,

所以  $BA \perp$  平面  $PAD$ ,

选①②③同上.

以  $A$  为原点,  $AB$ ,  $AD$ ,  $AP$  为  $x$ ,  $y$ ,  $z$  轴建立空间直角坐标系,

则  $A(0, 0, 0)$ ,  $C(1, 1, 0)$ ,  $D(0, 1, 0)$ ,  $Q(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ,  $P(0, 0, 1)$ ,

故  $\vec{AQ} = (0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ,  $\vec{AC} = (1, 1, 0)$ ,  $\vec{PC} = (1, 1, -1)$ ,

令  $\mathbf{m} = (x, y, z)$  为面  $ACQ$  的一个法向量, 则  $\begin{cases} \mathbf{m} \cdot \vec{AQ} = \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z = 0, \\ \mathbf{m} \cdot \vec{AC} = x + y = 0. \end{cases}$

令  $x = 1$ , 则  $\mathbf{m} = (1, -1, 1)$ ,

所以  $|\cos\langle \mathbf{m}, \overrightarrow{PC} \rangle| = \frac{|\mathbf{m} \cdot \overrightarrow{PC}|}{|\mathbf{m}| |\overrightarrow{PC}|} = \frac{1}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{1}{3}$ ,

即直线  $PC$  与平面  $ACQ$  所成角的正弦值为  $\frac{1}{3}$ ,

所以点  $P$  到平面  $ACQ$  的距离  $\frac{1}{3}|\overrightarrow{PC}| = \frac{\sqrt{3}}{3}$ . 以  $A$  为原点,  $AB, AD, AP$  为  $x, y, z$  轴建立空间直角坐标系,

则  $A(0, 0, 0), C(1, 1, 0), D(0, 1, 0), Q(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}),$

$P(0, 0, 1),$

故  $\overrightarrow{AQ} = (0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}), \overrightarrow{AC} = (1, 1, 0), \overrightarrow{PC} = (1, 1, -1),$

令  $\mathbf{m} = (x, y, z)$  为面  $ACQ$  的一个法向量, 则

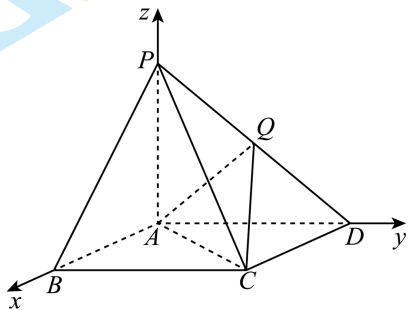
$$\begin{cases} \mathbf{m} \cdot \overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z = 0, \\ \mathbf{m} \cdot \overrightarrow{AC} = x + y = 0. \end{cases}$$

令  $x = 1$ , 则  $\mathbf{m} = (1, -1, 1),$

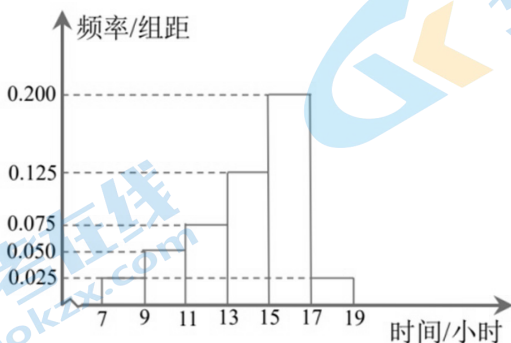
所以  $|\cos\langle \mathbf{m}, \overrightarrow{PC} \rangle| = \frac{|\mathbf{m} \cdot \overrightarrow{PC}|}{|\mathbf{m}| |\overrightarrow{PC}|} = \frac{1}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{1}{3}$ , 即

直线  $PC$  与平面  $ACQ$  所成角的正弦值为  $\frac{1}{3}$ ,

所以点  $P$  到平面  $ACQ$  的距离  $\frac{1}{3}|\overrightarrow{PC}| = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .



18. “双减”政策执行以来, 中学生有更多的时间参加志愿服务和体育锻炼等课后活动. 某校为了解学生课后活动的情况, 从全校学生中随机选取 100 人, 统计了他们一周参加课后活动的时间 (单位: 小时), 分别位于区间  $[7, 9), [9, 11), [11, 13), [13, 15), [15, 17), [17, 19]$ , 用频率分布直方图表示如下:



假设用频率估计概率, 且每个学生参加课后活动的时间相互独立.

- (1) 估计全校学生一周参加课后活动的时间位于区间  $[13, 17)$  的概率;
- (2) 从全校学生中随机选取 3 人, 记  $\xi$  表示这 3 人一周参加课后活动的时间在区间  $[15, 17)$

的人数, 求  $\xi$  的分布列和数学期望  $E\xi$ ;

(3) 设全校学生一周参加课后活动的时间的中位数估计值为  $a$ 、平均数的估计值为  $b$  (计算平均数时, 同组中的每个数据都用该组区间的中点值代替), 请直接写出  $a, b$  的大小关系.

【参考答案】(2023 东城高三上期末 (改编) 18)

(1) 根据频率分布直方图, 可得学生一周参加课后活动的时间位于区间  $[13, 17)$  的频率为  $(0.125 + 0.200) \times 2 = 0.65$ ,

因此估计全校学生一周参加课后活动的时间位于区间  $[13, 17)$  的概率为 0.65.

(2) 从全校学生中随机选取 1 人, 其一周参加课后活动的时间在区间  $[15, 17)$  的概率为 0.4. 因此  $\xi \sim B(3, 0.4)$ .

$$P(\xi = 0) = (1 - 0.4)^3 = 0.216, P(\xi = 1) = C_3^1 \times 0.4^1 \times (1 - 0.4)^2 = 0.432,$$

$$P(\xi = 2) = C_3^2 \times 0.4^2 \times (1 - 0.4)^1 = 0.288, P(\xi = 3) = 0.4^3 = 0.064.$$

则  $\xi$  的分布列为:

$\xi$	0	1	2	3
$P$	0.216	0.432	0.288	0.064

$$E\xi = 0 \times 0.216 + 1 \times 0.432 + 2 \times 0.288 + 3 \times 0.064 = 1.2.$$

(3)  $b < a$ .

19. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的右顶点  $A(2, 0)$ ,  $P$  为椭圆  $C$  上的动点, 且点  $P$  不在  $x$  轴上,  $O$  是坐标原点,  $\triangle AOP$  面积的最大值为 1.

(1) 求椭圆  $C$  的方程及离心率;

(2) 过点  $H(-1, 0)$  的直线  $PH$  与椭圆  $C$  交于另一点  $Q$ , 直线  $AP, AQ$  分别与  $y$  轴相交于点  $E, F$ . 当  $|EF| = 2$  时, 求直线  $PH$  的方程.

【参考答案】(2023 朝阳高三上期末 19)

(1) 因为  $\triangle AOP$  面积的最大值为  $\frac{1}{2}ab$ , 所以  $\frac{1}{2}ab = 1$ .

又因为  $a = 2, c^2 = a^2 - b^2$ , 所以  $b = 1, c = \sqrt{3}$ .

所以椭圆  $C$  的方程为  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ , 离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

(2) ①当直线  $PH$  的斜率不存在时, 直线  $PH$  的方程为  $x = -1$ . 显然  $\triangle APQ \sim \triangle AEF$ .

因为  $|PQ| = \sqrt{3}$ , 所以  $|EF| = \frac{2}{3}|PQ| = \frac{2\sqrt{3}}{3} \neq 2$ . 不合题意.

②当直线  $PH$  的斜率存在时, 设直线  $PH$  的方程为  $y = k(x + 1)$ .

$$\text{由 } \begin{cases} y = k(x+1), \\ x^2 + 4y^2 = 4 \end{cases} \text{ 得 } (1+4k^2)x^2 + 8k^2x + (4k^2-4) = 0.$$

显然  $\Delta > 0$ .

$$\text{设 } P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2), \text{ 且 } x_1 \neq \pm 2, \text{ 则 } x_1 + x_2 = -\frac{8k^2}{1+4k^2}, x_1x_2 = \frac{4k^2-4}{1+4k^2}.$$

$$\text{直线 } AP \text{ 的方程为 } y = \frac{y_1}{x_1-2}(x-2).$$

$$\text{令 } x = 0, \text{ 得点 } E \text{ 的纵坐标 } y_E = \frac{-2y_1}{x_1-2}, \text{ 则 } E(0, \frac{-2y_1}{x_1-2}).$$

$$\text{直线 } AQ \text{ 的方程为 } y = \frac{y_2}{x_2-2}(x-2).$$

$$\text{同理可得 } F(0, \frac{-2y_2}{x_2-2}).$$

$$\text{所以 } |EF| = \left| \frac{-2y_1}{x_1-2} - \frac{-2y_2}{x_2-2} \right| = 2 \left| \frac{y_2(x_1-2) - y_1(x_2-2)}{(x_1-2)(x_2-2)} \right|$$

$$= 2 \left| \frac{k(x_2+1)(x_1-2) - k(x_1+1)(x_2-2)}{(x_1-2)(x_2-2)} \right|$$

$$= 6|k| \cdot \left| \frac{x_1 - x_2}{x_1x_2 - 2(x_1+x_2) + 4} \right| = 2.$$

$$\text{所以 } 3|k| \cdot |x_1 - x_2| = |x_1x_2 - 2(x_1+x_2) + 4|.$$

$$\text{即 } 3|k| \sqrt{(x_1+x_2)^2 - 4x_1x_2} = |x_1x_2 - 2(x_1+x_2) + 4|.$$

$$\text{可得 } 3|k| \sqrt{\left(-\frac{8k^2}{1+4k^2}\right)^2 - 4 \times \frac{4k^2-4}{1+4k^2}} = \left| \frac{4k^2-4}{1+4k^2} + 2 \times \frac{8k^2}{1+4k^2} + 4 \right|.$$

$$\text{化简得 } 3|k| \cdot \frac{4\sqrt{3k^2+1}}{1+4k^2} = \frac{36k^2}{1+4k^2}. \text{ 解得 } k = \pm \frac{\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{所以直线 } PH \text{ 的方程为 } x - \sqrt{6}y + 1 = 0 \text{ 或 } x + \sqrt{6}y + 1 = 0.$$

20. 已知函数  $f(x) = \sin x + e^x + a \ln(x+1)$ .

(1) 求曲线  $y = f(x)$  在  $x = 0$  处的切线方程;

(2) 当  $a \leq -2$  时, 求函数  $f(x)$  在  $(-1, 0]$  上的最小值;

(3) 写出实数  $a$  的一个值, 使得  $f(x) \geq 1$  恒成立, 并证明.

**【参考答案】**

$$(1) \text{ 因为 } f(x) = \sin x + e^x + a \ln(x+1), \text{ 所以 } f'(x) = \cos x + e^x + \frac{a}{x+1},$$

$$\text{所以 } f'(0) = a + 2, f(0) = 1, \text{ 所以切线方程为 } y = (a+2)x + 1, \text{ 即 } (a+2)x - y + 1 = 0.$$

$$(2) \text{ 当 } a \leq -2 \text{ 时, } f(x) = \sin x + e^x + a \ln(x+1), f'(x) = \cos x + e^x + \frac{a}{x+1}.$$

$$\text{当 } x \in (-1, 0] \text{ 时, } \cos x + e^x \leq 2, \frac{-a}{x+1} \geq 2, \text{ 所以 } f'(x) \leq 0 \text{ 恒成立, } f(x) \text{ 单调递减.}$$

$$\text{所以 } f(x)_{\min} = f(0) = 1.$$

$$(3) a = -2.$$

证明: 当  $a = -2$  时,  $f'(x) = \cos x + e^x - \frac{2}{x+1}$ ,

根据 (2), 当  $x \in (-1, 0]$  时,  $f(x)$  单调递减.

当  $x \in (0, +\infty)$  时, 设  $g(x) = \cos x + e^x - \frac{2}{x+1}$ , 则  $g'(x) = e^x + \frac{2}{(x+1)^2} - \sin x$ ,

$e^x + \frac{2}{(x+1)^2} - \sin x > 1 + \frac{2}{(x+1)^2} - 1 > 0$ , 所以  $f'(x) = \cos x + e^x - \frac{2}{x+1}$  单调递增,

$f'(x) > f'(0) = 0$ , 所以  $f(x)$  单调递增.

综上所述,  $f(x)$  在  $(-1, 0]$  上单调递减, 在  $(0, +\infty)$  上单调递增, 所以  $f(x) \geq f(0) = 1$ .

21. 已知  $Q: a_1, a_2, \dots, a_k$  为有穷正整数数列, 且  $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_k$ , 集合  $X = \{-1, 0, 1\}$ . 若存在  $x_i \in X, i = 1, 2, \dots, k$ , 使得  $x_1 a_1 + x_2 a_2 + \dots + x_k a_k = t$ , 则称  $t$  为  $k$ -可表数, 称集合  $T = \{t \mid t = x_1 a_1 + x_2 a_2 + \dots + x_k a_k, x_i \in X, i = 1, 2, \dots, k\}$  为  $k$ -可表集.

(1) 若  $k = 10, a_i = 2^{i-1}, i = 1, 2, \dots, k$ , 判定 31, 1024 是否为  $k$ -可表数, 并说明理由;

(2) 若  $\{1, 2, \dots, n\} \subseteq T$ , 证明:  $n \leq \frac{3^k - 1}{2}$ ;

(3) 设  $a_i = 3^{i-1}, i = 1, 2, \dots, k$ , 若  $\{1, 2, \dots, 2024\} \subseteq T$ , 求  $k$  的最小值.

【参考答案】(2024 昌平高三上期末 21)

(1) 因为  $-1 \times 2^0 + 0 \times (2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9) + 1 \times 2^5 = 31$ ,

所以 31 为  $k$ -可表数.

又  $x_1 \times 2^0 + x_2 \times 2^1 + \dots + x_{10} \times 2^9 \leq 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + \dots + 1 \times 2^9 = 2^{10} - 1 = 1023 < 1024$ ,

所以 1024 不是  $k$ -可表数.

(2) 由题设,  $0 = 0 \times a_1 + 0 \times a_2 + \dots + 0 \times a_k$ , 所以  $0 \in T$ .

若  $s \in T$ , 则存在  $x_i \in X, i = 1, 2, \dots, k$ , 使得  $x_1 a_1 + x_2 a_2 + \dots + x_k a_k = s$ ,

所以  $-(x_1 a_1 + x_2 a_2 + \dots + x_k a_k) = -s$ , 且  $-x_i \in X$ .

所以  $-s \in T$ .

因为  $\{1, 2, \dots, n\} \subseteq T$ , 所以  $\{0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n\} \subseteq T$ .

所以集合  $\{0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n\}$  中元素的个数不超过集合  $T$  的元素个数.

又因为集合  $T$  中元素个数至多为  $3^k$ ,

所以  $2n + 1 \leq 3^k$ , 即  $n \leq \frac{3^k - 1}{2}$ .

(3) 由题设, 对于任意的  $n \in \mathbb{N}^*$ , 存在  $m \in \mathbb{N}^*$ , 使  $\frac{3^{m-1} - 1}{2} < n \leq \frac{3^m - 1}{2}$ .

又  $x_1 \times 1 + x_2 \times 3 + x_3 \times 3^2 + \dots + x_{m-1} \times 3^{m-2} \leq 1 \times 1 + 1 \times 3 + 1 \times 3^2 + \dots + 1 \times 3^{m-2} = \frac{3^{m-1} - 1}{2}$ ,

所以  $k > m - 1$ . 所以  $k \geq m$ .

而  $1 \times 1 + 1 \times 3 + 1 \times 3^2 + \dots + 1 \times 3^{m-1} = \frac{3^m - 1}{2}$ ,

即当  $n = \frac{3^m - 1}{2}$  时, 取  $a_1 = 1, a_2 = 3, \dots, a_m = 3^{m-1}$ ,  $n$  为  $m$ -可表数.



因为  $2(1 + 3 + 3^2 + \cdots + 3^{m-1}) = 2 \times \frac{3^m - 1}{2} = 3^m - 1$ ,

由三进制基本事实可知, 对任意的  $0 \leq p \leq 3^m - 1$ , 存在  $r_i \in \{0, 1, 2\}, i = 1, 2, \dots, m$ ,

使  $p = r_1 \times 3^0 + r_2 \times 3^1 + \cdots + r_m \times 3^{m-1}$ .

所以  $p - \frac{3^m - 1}{2} = (r_1 \times 3^0 + r_2 \times 3^1 + \cdots + r_m \times 3^{m-1}) - (3^0 + 3^1 + \cdots + 3^{m-1})$

$= (r_1 - 1) \times 3^0 + (r_2 - 1) \times 3^1 + \cdots + (r_m - 1) \times 3^{m-1}$ .

令  $x_i = r_i - 1$ , 则有  $x_i \in \{-1, 0, 1\}, i = 1, 2, \dots, m$ .

设  $t = p - \frac{3^m - 1}{2}$ , 则  $-\frac{3^m - 1}{2} \leq t \leq \frac{3^m - 1}{2}$ ,

由  $p$  任意性, 对任意的  $-\frac{3^m - 1}{2} \leq t \leq \frac{3^m - 1}{2}, t \in \mathbf{Z}$ ,

都有  $t = x_1 \times 3^0 + x_2 \times 3^1 + \cdots + x_m \times 3^{m-1}, x_i \in \{-1, 0, 1\}, i = 1, 2, \dots, m$ .

又因为  $n \leq \frac{3^m - 1}{2}$ , 所以对于任意的  $-n \leq t \leq n, t \in \mathbf{Z}, t$  为  $m$ -可表数.

综上, 可知  $k$  的最小值为  $m$ , 其中  $m$  满足  $\frac{3^{m-1} - 1}{2} < n \leq \frac{3^m - 1}{2}$ .

又因为当  $n = 2024$  时,  $\frac{3^7 - 1}{2} < n \leq \frac{3^8 - 1}{2}$ .

所以  $k$  的最小值为 8.

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：**京考一点通**，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！

