

2019 北京十三中学高三（上）期中

数 学

2019 年 11 月

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，第 I 卷从第 1 页至第 2 页；第 II 卷从第 3 页至第 5 页；答题纸从第 1 页至第 3 页。共 150 分，考试时间 120 分钟，请在答题纸规定处书写班级、姓名、准考证号，考试结束后，将本试卷的答题纸一并交回。

第 I 卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分）

1. 若复数 $(1 - i)(a + i)$ 在复平面内对应的点在第四象限，则实数 a 的取值范围是（ ）

A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, -1)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(-1, +\infty)$
2. 已知集合 $A = \{x \mid x - a < 0\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 a 的取值范围为（ ）

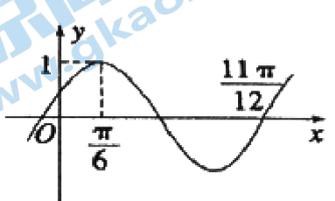
A. $(-\infty, 1]$ B. $[1, +\infty)$ C. $(-\infty, 3]$ D. $[3, +\infty)$
3. 已知 $a \in (0, \pi)$, $\cos a = -\frac{3}{5}$, 则 $\tan a =$ （ ）

A. $\frac{3}{4}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $-\frac{4}{3}$
4. 下列函数中，是偶函数且在 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是（ ）

A. $f(x) = x^2 - |x|$ B. $f(x) = \frac{1}{x^2}$ C. $f(x) = |\ln x|$ D. $f(x) = e^{|x|}$
5. 设 A, B 为直线 $\sqrt{3}x - 3y + \sqrt{3} = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的两个交点，则 $|AB| =$ （ ）

A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2
6. 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \phi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\phi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示，则将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后，得到的图象的解析式为（ ）

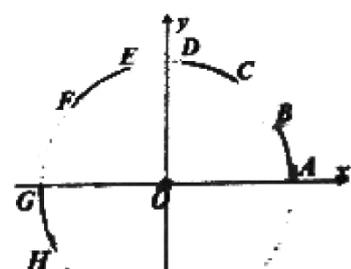
A. $y = \sin 2x$ B. $y = \cos 2x$
 C. $y = \sin(2x + \frac{2\pi}{3})$ D. $y = \sin(2x - \frac{\pi}{6})$


7. “ $m = n$ ”是“方程 $mx^2 + nx^2 = 1$ 表示圆”的（ ）

A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分而不必要条件
8. 已知函数 $f(x) = |2^x - 2|$, 若 $f(a) = f(b)$ ($a \neq b$) 的取值范围是（ ）

A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, 2)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(2, +\infty)$
9. 自平面坐标系中， AB, CD, EF, GH 是圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上的四段弧（如图），点 P 在其中一段上，角 a 以 Ox 为始边， OP 为终边，若 $\tan a < \cos a < \sin a$, 则 P 所在的圆弧是（ ）

A. AB B. CD
 C. EF D. GH



10. 地震里氏震级是地震强度大小的一种度量, 地震释放的能量 E (单位: 焦耳) 与地震里氏震级 M 之间的关系为 $\lg E = 4.8 + 1.5M$. 已知两次地震的里氏震级分别为 8.0 级和 7.5 级, 若它们释放的能量分别为 E_1 和 E_2 , 则 $\frac{E_1}{E_2}$ 的值所在的区间为 ()

- A. (1, 2) B. (5, 6) C. (7, 8) D. (15, 16)

第 II 卷 (非选择题 共 100 分)

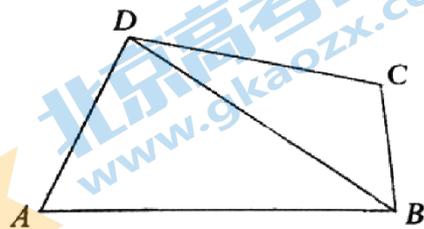
二、填空题: (本大题共 7 小题, 每小题 5 分, 共 35 分)

11. 已知 $(2x - 1)^n$ 展开式中, 各项的二项式系数和为 64, 则展开式中第四项的系数为_____。
12. 已知直线 $l_1: x + (a - 2)y - 2 = 0$ 与 $l_2: (a - 2)x + ay - 4 = 0$ 互相垂直, 则 a 的值是_____。
13. 已知 F 是抛物线 $C: y^2 = 8x$ 的焦点, M 是 C 上的一点, FM 的延长线交 Y 轴于点 N . 若 M 为 FN 的中点, 则 $|FN| =$ _____。
14. 甲、乙两名大学生从 4 个公司中各选 2 个作为实习单位, 则两人所选的实习单位中, 恰有 1 个相同的选法种数是_____。(用数字作答)
15. 能够说明“设 a, b, c 是任意实数, 若 $a > b > c$, 则 $a + b > c$ ”是假命题的一组整数 a, b, c 的值依次为_____。(写出满足条件的一组值即可)
16. 函数 $f(x) = \left| \sin^x - a \right|$ 在区间 $[0, \pi]$ 上的最大值为 2, 则 $a =$ _____。
17. 已知椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > c$), $N: \frac{x^2}{m^2} - \frac{y^2}{n^2} = 1$. 若双曲线 N 的两条渐近线与椭圆 M 的四个交点及椭圆 M 的两个焦点恰为一个正六边形的顶点, 则椭圆 M 的离心率为_____; 双曲线 N 的离心率为_____。

三、解答题 (本大题共 5 小题, 共 65 分)

18. (本小题满分 12 分)

如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $\angle ABC = 90^\circ$. 已知 $AD = \sqrt{3}$, $BD = \sqrt{6}$.



- (I) 求 $\sin \angle ABD$ 的值;
- (II) 若 $CD = 2$, 且 $CD > BC$, 求 BC 的长。

19. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \cos \omega x$, $g(x) = \sin(\omega x - \frac{\pi}{3})$ ($\omega > 0$), 且 $g(x)$ 的最小正周期为 π .

- (I) 若 $f(a) = \frac{\sqrt{6}}{2}$, $a \in [-\pi, \pi]$, 求 a 的值;
- (II) 求函数 $y = f(x) + g(x)$ 的单调增区间。

20. (本小题满分 13 分)

某花店每天以每枝4元的价格从农场购进若干枝玫瑰花，然后以每枝10元的价格出售，如果当天卖不完，剩下的玫瑰花作垃圾处理。

(I) 若花店一天购进16枝玫瑰花，写出当天的利润 y (单位：元) 关于当天需求量 n (单位：枝， $n \in \mathbb{N}$) 的函数解析式。

(II) 花店记录了 100 天玫瑰花的日需求量 (单位：枝)，整理得下表：

日需求量 n	14	15	16	17	18	19	20
频数	10	20	16	16	15	13	10

以 100 天记录的各需求量的频率作为各需求量发生的概率。

(i) 若花店一天购进16枝玫瑰花， X 表示当天的利润 (单位：元) 求 X 的分布列及数学期望；

(ii) 若花店计划一天购进16枝或17枝玫瑰花，你认为应该购进16枝还是17枝？ (只写结论)

21. (本小题满分 14 分)

已知椭圆 $W: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ ，直线 l 过点 $(0, -2)$ 与椭圆 W 交于两点 A, B ， O 为坐标原点。

(I) 设 C 为 AB 的中点，当直线 l 的斜率为 $\frac{3}{2}$ 时，求线段 OC 的长；

(II) 当 $\triangle OAB$ 面积等于1时，求直线 l 的斜率。

22. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = (x^2 - ax) \ln x - \frac{1}{2}x^2 + ax$ ($a > 0$)

(I) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程；

(II) 试判断函数 $f(x)$ 的单调性并证明；

(III) 若函数 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处取得极大值，记函数 $f(x)$ 的极小值为 $g(a)$ ，试求 $g(a)$ 的最大值。

关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（www.gaokzx.com）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。
北京高考在线官方网站：www.gaokzx.com

北京高考资讯 (ID: bj-gaokao)
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](https://www.gaokzx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。