2018 北京市海淀区高二（上）期末

数　　学（文）

2018.1

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

（1）直线 $2x+y-1=0$ 在轴上的截距为

A. -2　　B. -1　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. 1

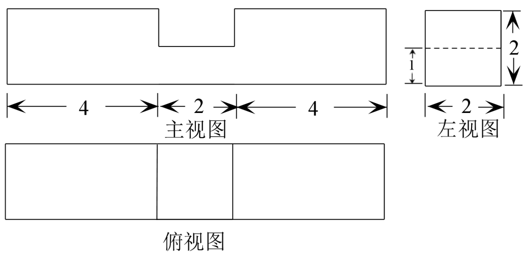
（2）双曲线 $C:\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ 的渐近线方程为

A. $y=\pm\frac{3}{4}x$　　B. $y=\pm\frac{4}{3}x$　　C. $y=\pm\frac{9}{16}x$　　D. $y=\pm\frac{16}{9}x$

（3）已知圆 $x^2+y^2-3x+m+1=0$ 经过原点，则实数 m 等于

A. $-\frac{3}{2}$　　B. -1　　C. 1　　D. $\frac{3}{2}$

（4）鲁班锁是曾广泛流传于民间的智力玩具，它起源于中国古代建筑中首创的榫卯结构，不用钉子和绳子，完全靠自身结构的连接支撑. 它看似简单，却凝结着不平凡的智慧. 下图为鲁班锁的其中一个零件的三视图，则该零件的体积为



A. 32　　B. 34　　C. 36　　D. 40

（5）椭圆 $C:\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$ 的焦点为 F_1,F_2，若点 M 在 C 上且满足 $|MF_1|-|MF_2|=2$，则 ΔF_1MF_2 中最大角为

A. 90^0　　B. 105^0　　C. 120^0　　D. 150^0

（6）“$m \prec 0$”是“方程 $x^2+my^2=m$ 表示双曲线”的

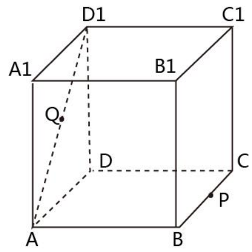
A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

（7）已知两条直线 m,n，两个平面 α,β，下面说法正确的是

A. $\left.\begin{array}{l}\alpha\perp\beta\\ m\subset\alpha\\ n\subset\beta\end{array}\right\}\Rightarrow m\perp n$　B. $\left.\begin{array}{l}\alpha//\beta\\ m\subset\alpha\\ n\subset\beta\end{array}\right\}\Rightarrow m//n$

C. $\left.\begin{array}{l}\alpha\perp\beta\\ m\subset\alpha\end{array}\right\}\Rightarrow m\perp\beta$　D. $\left.\begin{array}{l}\alpha//\beta\\ m\subset\alpha\end{array}\right\}\Rightarrow m//\beta$

（8）在正方体的 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 是 BC 的中点，点 Q 为线段 AD_1（与 AD_1 不重合）上一动点. 给出如下四个推断：



①对任意的点 Q，$A_1Q//$ 平面 B_1BCC_1；

②存在点 Q，使得 $A_1Q//B_1P$；

③对任意的点 Q，$B_1Q\perp A_1C$

则上面推断中所有正确的为 zz

A. ①②　　B. ②③　　C. ①③　　D. ①②③

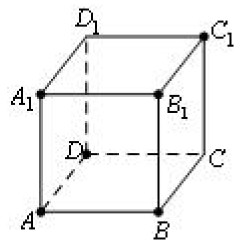
第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分。

（9）直线 $l:x+y-1=0$ 的倾斜角为______，经过点 $(1,1)$ 且与直线 l 平行的直线方程为______________.

（10）抛物线 $y^2=4x$ 的焦点坐标为________，点 $(4,4)$ 到其准线的距离为________.

（11）请从正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的 8 个顶点中，找出 4 个点构成一个三棱锥，使得这个三棱锥的 4 个面都是直角三角形，则这 4 个点
可以是_________．（只需写出一组）



（12）直线 $x+y-1=0$ 被圆 $x^2+y^2=1$ 所截得的弦长为______________.

（13）已知椭圆 C_1 和双曲线 C_2 的中心均在原点，且焦点均在 x 轴上，从每条曲线上取两个点，将其坐标记录于下表中，则双曲线的离心率为_________.

x	0	4	$2\sqrt{6}$
y	$2\sqrt{2}$	-2	$-2\sqrt{2}$

（14）曲线W的方程为$\sqrt{x^2+(y+1)^2}\times\sqrt{x^2+(y-1)^2}=3$

①请写出曲线W的一条对称轴方程________；

②请写出曲线W上的两个点的坐标________；

③曲线W上的点的纵坐标的取值范围是________.

三、解答题共 4 小题，共 44 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（15）（本小题 10 分）

在平面直角坐标系xOy中，圆C的半径为 1，其圆心在射线$y=x(x\geq 0)$上，且$|OC|=2\sqrt{2}$.

（Ⅰ）求圆C的方程；

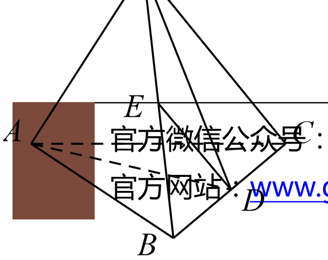
（Ⅱ）若直线l过点$P(1,0)$，且与圆C相切，求直线l的方程.

（16）（本小题 10 分）

如图，在三棱锥$P-ABC$中，$PB=PC, AB=AC$，且点D,E分别是BC,PB的中点.

（Ⅰ）求证：$DE//$平面PAC；

（Ⅱ）求证：$BC\perp PA$.



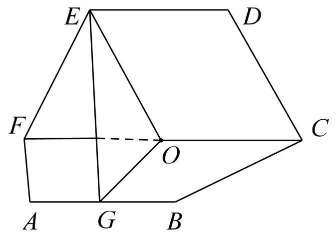
（17）（本小题 12 分）

如图，平面 $ABCF \perp$ 平面 $FCDE$，四边形 $ABCF$ 和 $FCDE$ 是全等的等腰梯形，其中 $AB//FC//ED$，且 $AB=BC=\frac{1}{2}FC=2$，点 O 为 FC 的中点，点 G 是 AB 的中点.

（Ⅰ）求证：$OG \perp$ 平面 $FCDE$；

（Ⅱ）请在图中所给的点中找出两个点，使得这两点所在的直线与平面 EGO 垂直，并给出证明；

（Ⅲ）在线段 CD 上是否存在点，使得 $BH//$ 平面 EGO？如果存在，求出 DH 的长度；如果不存在，请说明理由.



（18）（本小题 12 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a\succ b\succ 0)$ 的左，右焦点分别为 F_1,F_2，上顶点为 A，ΔAF_1F_2 是斜边长为 $2\sqrt{2}$ 的等腰直角三角形.

（Ⅰ）求椭圆 C 的标准方程;

（Ⅱ）若直线 $l:y=x+m$ 与椭圆 C 交于不同两点 P,Q.

（i）当 $m=1$ 时，求线段 PQ 的长度;

（ii）是否存在 m，使得 $S_{\Delta OPQ}=\frac{4}{3}$？若存在，求出 m 的值；若不存在，请说明理由.

数学试题答案

一. 选择题:本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	A	B	C	A	C	D	D

二. 填空题：本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分.

9. $\frac{3\pi}{4}$，$x+y-2=0$　　10. $(1,0)$，5　　11. A_1,A,B,C（此答案不唯一）

12. $\sqrt{2}$　　13. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

14. ① $x=0$ （或 $y=0$）

② $(0,2),(0,-2)$ 此答案不唯一

③ $[-2,2]$

说明：9，10 题每空 2 分，　14 题中 ① ②空 各给 1 分，③给 2 分

三. 解答题:本大题共 4 小题, 共 44 分.

15.（本小题满分 10 分）

解：（I）设圆心 $C(a,a)$，则 $|OC|=\sqrt{a^2+a^2}=2\sqrt{2}$ ……………………1 分

解得 $a=2$，$a=-2$（舍掉） ……………………2 分

所以圆 $C:(x-2)^2+(y-2)^2=1$ ……………………4 分

（II）

① 若直线 l 的斜率不存在，直线 l：$x=1$，符合题意 ……………………5 分

② 若直线 l 的斜率存在，设直线 l 为 $y=k(x-1)$，

即 $kx-y-k=0$ ……………………6 分

由题意, 圆心到直线的距离 $d=\dfrac{|k-2|}{\sqrt{k^2+1}}=1$， ……………………8 分

解得 $k=\dfrac{3}{4}$ ……………………9 分

所以直线 l 的方程为 $3x-4y-3=0$ ……………………10 分

综上所述，所求直线 l 的方程为 $x=1$ 或 $3x-4y-3=0$.

16.（本小题满分 10 分）

解：（Ⅰ）证明：在 ΔPBC 中，

因为 D，E 分别是 BC，PB 的中点 ，

所以 $DE//PC$ ……………………1 分

因为 $DE\not\subset$ 平面 PAC，$PC\subset$ 平面 PAC ……………………3 分

说明：上面两个必须有，少一个扣 1 分.

所以 $DE//$ 平面 PAC . ……………………4 分

（Ⅱ）证明：因为 $PB=PC$，$AB=AC$，D 是 BC 的中点,

所以 $PD\perp BC$，$AD\perp BC$ ……………………6 分

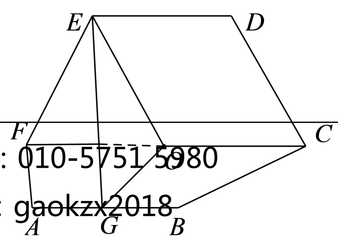
因为 $PD\cap AD=D$， $PD, AD\subset$ 平面 PAD ……………………8 分

所以 $BC\perp$ 平面 PAD ……………………9 分

因为 $BC\subset$ 平面 ABC

所以 平面 $ABC\perp$ 平面 PAD ……………………10 分

17.（本小题满分 12 分）



解：（Ⅰ） 因为四边形 $ABCF$ 是等腰梯形，

点 O 为 FC 的中点，点 G 是 AB 的中点

所以 $OG \perp FC$ ……………………1 分

又平面 $ABCF \perp$ 平面 $FCDE$，平面 $ABCF \cap$ 平面 $FCDE = FC$ ………………3 分

所以 $OG \perp$ 平面 $FCDE$ ……………………4 分

（II） F，D 点为所求的点

因为 $FD \subset$ 平面 $FCDE$，所以 $OG \perp FD$ ……………………5 分

又 $ED \underline{\underline{//}} FO$，且 $EF = ED$，所以 $EFOD$ 为菱形 ……………………6 分

所以 $FD \perp EO$ ……………………7 分

因为 $EO \cap OG = O$，

所以 $FD \perp$ 平面 EGO ……………………8 分

（Ⅲ）假设存在点 H，使得 $BH //$ 平面 EOG ……………………9 分

由 $ED \underline{\underline{//}} OC$，所以 $EOCD$ 为平行四边形，

所以 $EO // DC$ ……………………10 分

因为 $EO \subset$ 平面 EOG

所以 $DC //$ 平面 EOG ……………………11 分

又 $BH \cap DC = H$，所以平面 $EOG //$ 平面 BCD，

所以 $BC //$ 平面 EOG，所以 $BC // OG$，

所以 $GBCO$ 为平行四边形，所以 $GB = CO$，矛盾，

所以不存在点 H，使得 $BH //$ 平面 EOG ……………………12 分

18.（本小题满分 12 分）

解：（I）由题意，$|F_1F_2| = 2\sqrt{2}$，且 $b = c$ ……………………1 分

所以 $b = c = \sqrt{2}, a = 2$ ……………………3 分

椭圆 C 的标准方程为 $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{2} = 1$ ……………………4 分

（II）把直线 l_1 和椭圆的方程联立

$$\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1\\ y=x+m\end{cases}$$

$3x^2+4mx+2m^2-4=0$ ……………………5 分

当 $m=1$ 时，有 $3x^2+4x-2=0$，$x_1+x_2=-\dfrac{4}{3}$，　$x_1x_2=-\dfrac{2}{3}$ ……………………6 分

所以 $|PQ|=\sqrt{1+1}\,|x_1-x_2|=\dfrac{4\sqrt{5}}{3}$ ……………………8 分

（III）假设存在 m，使得 $S_{\Delta OPQ}=\dfrac{4}{3}$.

因为 $|PQ|=\sqrt{1+1}\,|x_1-x_2|=\dfrac{4}{3}\sqrt{6-m^2}$ ……………………9 分

点 O 到直线 $y=x+m$ 的距离为 $d=\dfrac{|m|}{\sqrt{2}}$ ……………………10 分

所以 $S_{\Delta OPQ}=\dfrac{1}{2}|PQ|\cdot d=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{4}{3}\sqrt{6-m^2}\cdot\dfrac{|m|}{\sqrt{2}}=\dfrac{4}{3}$

所以 $m^4-6m^2+8=0$，解得 $m=\pm2,\pm\sqrt{2}$ ……………………11 分

代入 $\Delta=16m^2-12(2m^2-4)>0$,

所以 $m=\pm2,\pm\sqrt{2}$ 均符合题意 ……………………12 分 说明：解答题有其它正确解法的请酌情给分.