2019北京门头沟区高三一模

数 学（理） 2019.3

一、选择题（本大题共8个小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. 已知集合，则等于

A．  B． C．  D. 

2. 复数满足，那么是

A． B． C．2 D. 

 3. 一个体积为的正三棱柱的三视图如图所示，则这个三棱柱的左视图的面积为

A. B．8 C． D．12

4. 右面的程序框图，如果输入三个实数要求输出这三个数中最大的数，那么在空白的判断框中，应该填入下面四个选项中的

开始

输入









输出

结束

是

是

否

否

A．B．C． D．

5.已知向量满足，且其夹角为，则“”是“”的

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

6. 如图，在下列四个正方体中，*A*，*B*为正方体的两个顶点，*M*，*N*，*Q*为所在棱的中点，则在这四个正方体中，直线*AB*与平面*MNQ*不垂直的是

 A. B. C. D.

7.某学校需要从3名男生和2名女生中选出4人，到甲、乙、丙三个社区参加活动，其中甲社区需要选派2人，且至少有1名是女生；乙社区和丙社区各需要选派1人。则不同的选派方法的种数是

 A．18 B．21 C． 36 D．42

8. 若函数图象上存在两个点，关于原点对称，则点对称为函数的“友好点对”，且点对与可看作同一个“友好点对”.若函数（其中为自然对数的底数，）恰好有两个“友好点对”，则实数的取值范围为

A． B．  C． D． 

二、填空题（本大题共6小题，每小题5分，满分30分. ）

9. 若满足条件，则的最大值为 ．

10. 双曲线的渐近线方程是 .

11．等比数列中，则数列的通项公式 .

12．已知直线的参数方程为（为参数），以坐标原点为极点，轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线的极坐标方程为，若直线与曲线相交于两点，则 .

13．已知，求的最值.

甲、乙两位同学分别给出了两种不同的解法：

甲： 乙：

①你认为甲、乙两人解法正确的是 .

②请你给出一个类似的利用基本不等式求最值的问题，使甲、乙的解法都正确

14．一半径为的水轮,水轮圆心距离水面2,已知水轮每分钟转动(按逆时针方向)3圈,当水轮上点从水中浮现时开始计时,即从图中点开始计算时间.

(Ⅰ)当秒时点离水面的高度 ；

(Ⅱ)将点距离水面的高度(单位: )表示为

时间(单位: )的函数，则此函数表达式为 .

三、解答题：（本大题共6小题，满分80分.）

15. （本小题满分12分）

在中，且满足已知.

（Ⅰ）求的大小；

（Ⅱ）若的面积为，，求的周长.

16．（本小题满分12分）在某区“创文明城区”（简称“创城”）活动中，教委对本区四所高中校按各校人数分层抽样调查，将调查情况进行整理后制成下表：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 学校 |  |  |  |  |
| 抽查人数 | 50 | 15 | 10 | 25 |
| “创城”活动中参与的人数 | 40 | 10 | 9 | 15 |

（注：参与率是指：一所学校“创城”活动中参与的人数与被抽查人数的比值）

假设每名高中学生是否参与“创城”活动是相互独立的.

（Ⅰ）若该区共2000名高中学生，估计学校参与“创城”活动的人数；

（Ⅱ）在随机抽查的100名高中学生中，从两学校抽出的高中学生中各随机抽取1名学生，求恰有1人参与“创城”活动的概率；

（Ⅲ）若将上表中的参与率视为概率，从学校高中学生中随机抽取3人，求这3人参与“创城”活动人数的分布列及数学期望.

17.（本小题满分14分）在四棱锥中，底面是边长为6的菱形，且，，，是棱上的一个动点，为的中点.

（Ⅰ）求证：

（Ⅱ）若,

（）求与平面所成角的正弦值；

（）侧面内是否存在过点的一条直线，

使得该直线上任一点与的连线,

都满足平面，若存在,求出此直线

被直线所截线段的长度，若不存在，请明理由.

18. （本题满分14分）如图， 已知椭圆,分别为其左、右焦点，过的直线与此椭圆相交于两点，且的周长为,椭圆的离心率为.

 (Ⅰ)求椭圆C的方程；

（Ⅱ）在平面直角坐标系中，已知点与点，过P的动直线（不与轴平行）与椭圆相交于两点，点是点关于轴的对称点.

求证：

（）三点共线.

（）.

19.（本题满分14分）已知在点处的切线与直线平行。

(Ⅰ)求实数的值；

（Ⅱ）设

（）若函数在上恒成立,求实数的最大值；

（）当时，判断函数有几个零点，并给出证明.

20.（本题满分14分）给定数列，若满足，对于任意的，都有，则称数列为“指数型数列”.

（Ⅰ）已知数列，的通项公式分别为，试判断数列，是不是“指数型数列”；

（Ⅱ）已知数列满足，判断数列是否为“指数型数列”，若是给出证明，若不是说明理由；

（Ⅲ）若数列是“指数型数列”，且，证明数列中任意三项都不能构成等差数列.

数学试题答案

一、选择题（本大题共8个小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 答案 | B | A | A | A | C | D | D | C |

二、填空题（本大题共6小题，每小题5分，满分30分. ）

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 答案 | 2 |  |  | 8 |
| 题号 | 13 | 14 |
| 答案 | 甲 开放性试题 |  |

 三、解答题：（本大题共6小题，满分80分.）

15. （本小题满分12分）

解：（Ⅰ）由正弦定理得：

 

（Ⅱ）由三角形面积公式得：

由余弦定理得：

所以，的周长为

16．（本小题满分12分）

 解：（Ⅰ）学校高中生的总人数为人，

学校参与“创城”活动的人数为人

（Ⅱ）设有1人参与“创城”活动这一事件为，

则

（Ⅲ）设参与“创城”活动人数为，则可取0，1，2，3

由题意可知，学校高中学生参与率为，

， ，

 

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 |
|  |  |  |  |  |



17.（本小题满分14分）

解：（Ⅰ）由题意可知，，则，又底面是菱形，

，所以，，

（Ⅱ）

()由（Ⅰ）可知，，过作，建立如图所示的坐标系，则



设平面的法向量为



设与平面所成角为，

则

（）设是的中点，连结，

则

所以直线上任一点与的连线,都满足平面，直线被直线所截线段的长度为:由（）可知，

18. （本题满分14分）

解：（Ⅰ）由题意知：

（Ⅱ）（）当直线的斜率不存在时，满足题意.

当直线的斜率存在时，可设直线的方程为，A、B的坐标分别为.联立得.

.……8分



所以，三点共线。

（）由（）可知，

19.（本题满分14分）

解：(Ⅰ)由题意得：

（Ⅱ）（）

当时，若，递增，则

当时，若，在递减，则不恒成立，所以，的最大值为1.

（），显然有一个零点0；

设

当时，无零点；所以只有一个零点0

当时，有，所以在上单增，

又，由零点存在定理可知，

所以在上有唯一一个零点，所以有二个零点

综上所述，时，只有一个零点0，时，有二个零点.

20.（本题满分14分）

解：（Ⅰ）数列, ,所以数列不是“指数型数列”。

，所以数列是“指数型数列”

（Ⅱ）数列是“指数型数列”，

所以是等比数列，，

所以数列是“指数型数列”

（Ⅲ）若数列是“指数型数列”，由定义得：



假设数列中存在三项成等差数列，不妨设

则，得：

整理得： （\*）

若为偶数时，右边为偶数，为奇数，则左边为奇数，（\*）不成立；

若为奇数时，右边为偶数，为奇数，则左边为奇数，（\*）不成立；

所以，对任意的，（\*）式不成立.