绝密★启封并使用完毕前

2012 年普通高等学校招生全国统一考试

数学（理）（北京卷）

一、选择题共 8 小题．每小题 5 分．共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合胜目要求的一项．

1．（5 分）已知集合 $A=\{x\in R|3x+2>0\}$，$B=\{x\in R|(x+1)(x-3)>0\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$(-\infty,-1)$　　B．$(-1,-\frac{2}{3})$　　C．$(-\frac{2}{3},3)$　　D．$(3,+\infty)$

2．（5 分）设不等式组 $\begin{cases}0\leqslant x\leqslant 2\\0\leqslant y\leqslant 2\end{cases}$，表示的平面区域为 D，在区域 D 内随机取一个点，则此点到坐标原点的距离大于 2 的概率是（　　）

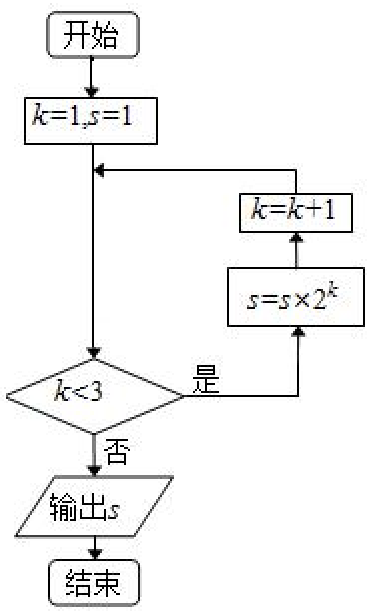
A．$\frac{\pi}{4}$　　B．$\frac{\pi-2}{2}$　　C．$\frac{\pi}{6}$　　D．$\frac{4-\pi}{4}$

3．（5 分）设 a，$b\in R$．“$a=0$”是“复数 $a+bi$ 是纯虚数”的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

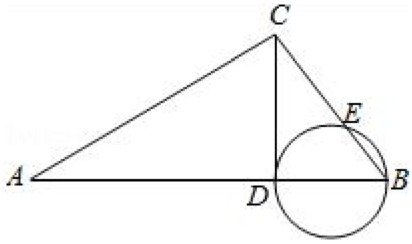
C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

4．（5 分）执行如图所示的程序框图，输出的 S 值为（　　）



A．2　　B．4　　C．8　　D．16

5．（5 分）如图，$\angle ACB=90^\circ$，$CD\perp AB$ 于点 D，以 BD 为直径的圆与 BC 交于点 E．则（　　）



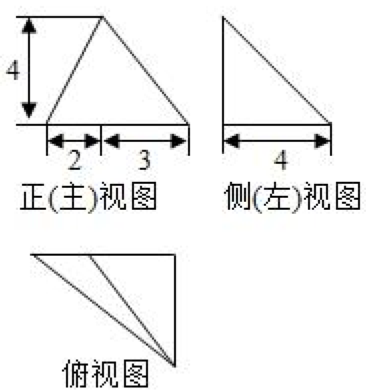
A．$CE\bullet CB=AD\bullet DB$　　B．$CE\bullet CB=AD\bullet AB$

C．$AD\bullet AB=CD^2$　　D．$CE\bullet EB=CD^2$

6．（5 分）从 0、2 中选一个数字．从 1、3、5 中选两个数字，组成无重复数字的三位数．其中奇数的个数为（　　）

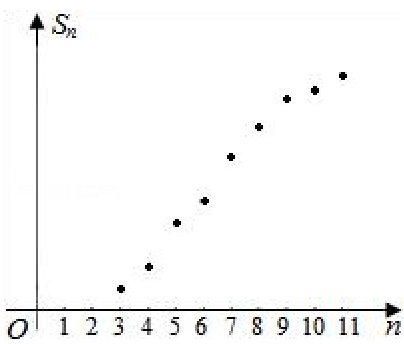
A．24　　B．18　　C．12　　D．6

7．（5 分）某三棱锥的三视图如图所示，该三棱锥的表面积是（　　）



A．$28+6\sqrt{5}$　　B．$30+6\sqrt{5}$　　C．$56+12\sqrt{5}$　　D．$60+12\sqrt{5}$

8．（5 分）某棵果树前 n 年的总产量 S_n 与 n 之间的关系如图所示．从目前记录的结果看，前 m 年的年平均产量最高，则 m 的值为（　　）



A．5　　B．7　　C．9　　D．11

二. 填空题共 6 小题．每小题 5 分．共 30 分．

9. （5 分）直线$\begin{cases}x=2+t\\y=-1-t\end{cases}$（$t$ 为参数）与曲线$\begin{cases}x=3\cos\alpha\\y=3\sin\alpha\end{cases}$（α 为参数）的交点个数为_______.

10. （5 分）已知｛a_n｝是等差数列，s_n为其前 n 项和．若 $a_1=\frac{1}{2}$，$s_2=a_3$，则 $a_2=$_______.

11. （5 分）在△ABC 中，若 $a=2$，$b+c=7$，$\cos B=-\frac{1}{4}$，则 $b=$_______.

12. （5 分）在直角坐标系 xOy 中．直线 l 过抛物线 $y^2=4x$ 的焦点 F．且与该抛物线相交于 A、B 两点．其中点 A 在 x 轴上方．若直线 l 的倾斜角为 60° ．则△OAF 的面积为_______.

13. （5 分）已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1，点 E 是 AB 边上的动点．则$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{CB}$的值为_______.

14. （5 分）已知 $f(x)=m(x-2m)(x+m+3)$，$g(x)=2^x-2$，若同时满足条件：

①$\forall x\in R$，$f(x)<0$ 或 $g(x)<0$；

②$\exists x\in(-\infty,-4)$，$f(x)g(x)<0$.

则 m 的取值范围是_______.

三、解答题公 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

15. （13 分）已知函数 $f(x)=\frac{(\sin x-\cos x)\sin 2x}{\sin x}$.

（1）求 $f(x)$ 的定义域及最小正周期；

（2）求 $f(x)$ 的单调递增区间.

16. （14 分）如图 1，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$BC=3$，$AC=6$，D，E 分别是 AC，AB 上的点，且 $DE/\!/BC$，$DE=2$，将△ADE 沿 DE 折起到△A_1DE 的位置，使 $A_1C\perp CD$，如图 2.

（1）求证：$A_1C\perp$平面 $BCDE$；

（2）若 M 是 A_1D 的中点，求 CM 与平面 A_1BE 所成角的大小；

（3）线段 BC 上是否存在点 P，使平面 A_1DP 与平面 A_1BE 垂直？说明理由.

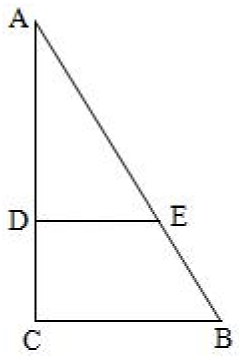


图 1

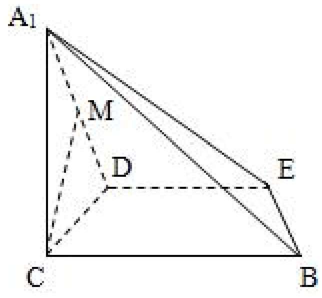


图 2

17．（13 分）近年来，某市为促进生活垃圾的分类处理，将生活垃圾分为厨余垃圾、可回收物和其他垃圾三类，并分别设置了相应的垃圾箱，为调查居民生活垃圾分类投放情况，先随机抽取了该市三类垃圾箱总计 1000 吨生活垃圾，数据统计如下（单位：吨）；

	“厨余垃圾”箱	“可回收物”箱	“其他垃圾”箱
厨余垃圾	400	100	100
可回收物	30	240	30
其他垃圾	20	20	60

（1）试估计厨余垃圾投放正确的概率；

（2）试估计生活垃圾投放错误的概率；

（3）假设厨余垃圾在“厨余垃圾”箱、“可回收物”箱、“其他垃圾”箱的投放量分别为 a，b，c，其中 $a>0$，$a+b+c=600$．当数据 a，b，c 的方差 s^2 最大时，写出 a，b，c 的值（结论不要求证明），并求此时 s^2 的值．

（求：$S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2]$，其中 $\overline{x}$ 为数据 x_1，x_2，…，x_n 的平均数）

18．（13 分）已知函数 $f(x)=ax^2+1$（$a>0$），$g(x)=x^3+bx$

（1）若曲线 $y=f(x)$ 与曲线 $y=g(x)$ 在它们的交点（1，c）处具有公共切线，求 a、b 的值；

（2）当 $a^2=4b$ 时，求函数 $f(x)+g(x)$ 的单调区间，并求其在区间（$-\infty$，-1）上的最大值．

19．（14 分）已知曲线 C：$(5-m)x^2+(m-2)y^2=8$（$m\in R$）

（1）若曲线 C 是焦点在 x 轴点上的椭圆，求 m 的取值范围；

（2）设 $m=4$，曲线 c 与 y 轴的交点为 A，B（点 A 位于点 B 的上方），直线 $y=kx+4$ 与曲线 c 交于不同的两点 M、N，直线 $y=1$ 与直线 BM 交于点 G．求证：A，G，N 三点共线．

20．（13 分）设 A 是由 $m\times n$ 个实数组成的 m 行 n 列的数表，满足：每个数的绝对值不大于 1，且所有数的和为零，记 s（m，n）为所有这样的数表构成的集合．对于 $A\in S$（m，n），记 r_i（A）为 A 的第 i 行各数之和（$1\leqslant i\leqslant m$），c_j（A）为 A 的第 j 列各数之和（$1\leqslant j\leqslant n$）；记 K（A）为 $|r_1(A)|$，$|R_2(A)|$，…，$|Rm(A)|$，$|C_1(A)|$，$|C_2(A)|$，…，$|Cn(A)|$ 中的最小值．

（1）如表 A，求 K（A）的值；

1	1	－0.8
0.1	－0.3	－1

（2）设数表 $A\in S$（2，3）形如

1	1	c
a	b	－1

求 K（A）的最大值；

（3）给定正整数 t，对于所有的 $A\in S$（2，$2t+1$），求 K（A）的最大值．

数学试题答案

一、选择题共 8 小题．每小题 5 分．共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合胜目要求的一项．

1．【分析】求出集合 B，然后直接求解 $A\cap B$.

【解答】解：因为 $B=\{x\in R|(x+1)(x-3)>0\}=\{x|x<-1$ 或 $x>3\}$，

又集合 $A=\{x\in R|3x+2>0\}=\{x|x>-\frac{2}{3}\}$，

所以 $A\cap B=\{x|x>-\frac{2}{3}\}\cap\{x|x<-1$ 或 $x>3\}=\{x|x>3\}$，

故选：D.

【点评】本题考查一元二次不等式的解法，交集及其运算，考查计算能力．

2．【分析】本题属于几何概型，利用“测度”求概率，本例的测度即为区域的面积，故只要求出题中两个区域：由不等式组表示的区域 和到原点的距离大于 2 的点构成的区域的面积后再求它们的比值即可．

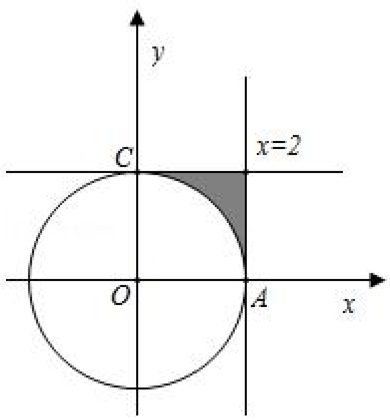
【解答】解：其构成的区域 D 如图所示的边长为 2 的正方形，面积为 $S_1=4$，

满足到原点的距离大于 2 所表示的平面区域是以原点为圆心，以 2 为半径的圆外部，

面积为 $S_2=4-\frac{\pi\times 2^2}{4}=4-\pi$，

∴在区域 D 内随机取一个点，则此点到坐标原点的距离大于 2 的概率 $P=\frac{4-\pi}{4}$

故选：D.



【点评】本题考查几何概型，几何概型的概率的值是通过长度、面积、和体积、的比值得到，本题是通过两个图形的面积之比得到概率的值．

3．【分析】利用前后两者的因果关系，即可判断充要条件．

【解答】解：因为 a，$b\in R$．“$a=0$”时“复数 $a+bi$ 不一定是纯虚数”．

“复数 $a+bi$ 是纯虚数”则“$a=0$”一定成立．

所以 a，$b\in R$．“$a=0$”是“复数 $a+bi$ 是纯虚数”的必要而不充分条件．

故选：B．

【点评】本题考查复数的基本概念，必要条件、充分条件与充要条件的判断，考查基本知识的掌握程度．

4．【分析】列出循环过程中 S 与 K 的数值，不满足判断框的条件即可结束循环．

【解答】解：第 1 次判断后 $S=1$，$k=1$，

第 2 次判断后 $S=2$，$k=2$，

第 3 次判断后 $S=8$，$k=3$，

第 4 次判断后 $3<3$，不满足判断框的条件，结束循环，输出结果：8．

故选：C．

【点评】本题考查循环框图的应用，注意判断框的条件的应用，考查计算能力．

5．【分析】连接 DE，以 BD 为直径的圆与 BC 交于点 E，$DE\perp BE$，由 $\angle ACB=90°$，$CD\perp AB$ 于点 D，$\triangle ACD\backsim\triangle CBD$，由此利用三角形相似和切割线定理，能够推导出 $CE\cdot CB=AD\cdot BD$．

【解答】解：连接 DE，

$\because$ 以 BD 为直径的圆与 BC 交于点 E，

$\therefore DE\perp BE$，

$\because \angle ACB=90°$，$CD\perp AB$ 于点 D，

$\therefore \triangle ACD\backsim\triangle CBD$，

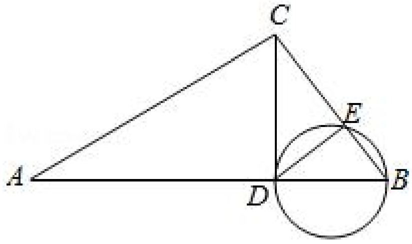
$\therefore \frac{CD}{BD}=\frac{AD}{CD}$，

$\therefore CD^2=AD\cdot BD$．

$\because CD^2=CE\cdot CB$，

$\therefore CE\cdot CB=AD\cdot BD$，

故选：A．



【点评】本题考查与圆有关的比例线段的应用，是基础题．解题时要认真审题，仔细解答，注意三角形相似和切割线定理的灵活运用．

6．【分析】分类讨论：从 0、2 中选一个数字 0，则 0 只能排在十位；从 0、2 中选一个数字 2，则 2 排在十位或百位，由此可得结论．

【解答】解：从 0、2 中选一个数字 0，则 0 只能排在十位，从 1、3、5 中选两个数字排在个位与百位，共有 $A_3^2=6$ 种；

从 0、2 中选一个数字 2，则 2 排在十位，从 1、3、5 中选两个数字排在个位与百位，共有 $A_3^2=6$ 种；

2 排在百位，从 1、3、5 中选两个数字排在个位与十位，共有 $A_3^2=6$ 种；

故共有 $3A_3^2=18$ 种

故选：B.

【点评】本题考查计数原理的运用，考查分类讨论的数学思想，正确分类是关键．

7．【分析】通过三视图复原的几何体的形状，利用三视图的数据求出几何体的表面积即可．

【解答】解：三视图复原的几何体是底面为直角边长为 4 和 5 的三角形，

一个侧面垂直底面的等腰三角形，高为 4，底边长为 5，如图，

所以 $S_{底}=\frac{1}{2}\times4\times5=10$，

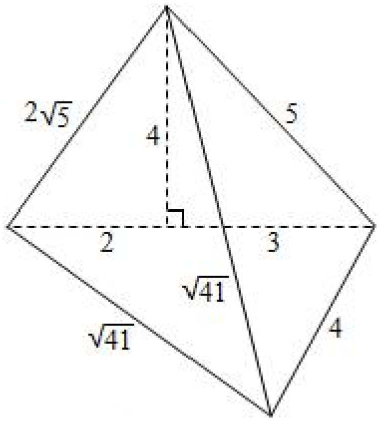
$S_{后}=\frac{1}{2}\times5\times4=10$，

$S_{右}=\frac{1}{2}\times4\times5=10$，

$S_{左}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times\sqrt{(\sqrt{41})^2-(\sqrt{5})^2}=6\sqrt{5}$.

几何体的表面积为：$S=S_{底}+S_{后}+S_{右}+S_{左}=30+6\sqrt{5}$.

故选：B.



【点评】本题考查三视图与几何体的关系，注意表面积的求法，考查空间想象能力计算能力．

8．【分析】由已知中图象表示某棵果树前 n 年的总产量 S 与 n 之间的关系，可分析出平均产量的几何意义为原点与该点边线的斜率，结合图象可得答案．

【解答】解：若果树前 n 年的总产量 S 与 n 在图中对应 P（S，n）点

则前 n 年的年平均产量即为直线 OP 的斜率

由图易得当 $n=9$ 时，直线 OP 的斜率最大

即前 9 年的年平均产量最高，

故选：C.

【点评】本题以函数的图象与图象变化为载体考查了斜率的几何意义，其中正确分析出平均产量的几何意义是解答本题的关键．

二．填空题共 6 小题．每小题 5 分．共 30 分．

9．【分析】将参数方程化为普通方程，利用圆心到直线的距离与半径比较，即可得到结论．

【解答】解：直线 $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-t\end{cases}$ （t 为参数）化为普通方程为 $x+y-1=0$

曲线 $\begin{cases}x=3\cos\alpha\\y=3\sin\alpha\end{cases}$ （α 为参数）化为普通方程为 $x^2+y^2=9$

∵圆心（0，0）到直线 $x+y-1=0$ 的距离为 $d=\frac{1}{\sqrt{2}}<3$

∴直线与圆有两个交点

故答案为：2

【点评】本题考查参数方程与普通方程的互化，考查直线与圆的位置关系，属于基础题．

10. 【分析】由｛a_n｝是等差数列，$a_1=\frac{1}{2}$，$S_2=a_3$，知$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+d=\frac{1}{2}+2d$，解得$d=\frac{1}{2}$，由此能求出$a_2$.

【解答】解：∵｛a_n｝是等差数列，$a_1=\frac{1}{2}$，$S_2=a_3$，

$\therefore\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+d=\frac{1}{2}+2d$，

解得$d=\frac{1}{2}$，

$a_2=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$.

故答案为：1.

【点评】本题考查等差数列的性质和应用，是基础题．解题时要认真审题，仔细解答．

11. 【分析】根据$a=2$，$b+c=7$，$\cos B=-\frac{1}{4}$，利用余弦定理可得$b^2=2^2+(7-b)^2-2\times2\times(7-b)\times(-\frac{1}{4})$，即可求得$b$的值．

【解答】解：由题意，∵$a=2$，$b+c=7$，$\cos B=-\frac{1}{4}$，

$\therefore b^2=2^2+(7-b)^2-2\times2\times(7-b)\times(-\frac{1}{4})$

$\therefore b=4$

故答案为：4

【点评】本题考查余弦定理的运用，解题的关键是构建关于b的方程，属于基础题．

12. 【分析】确定直线l的方程，代入抛物线方程，确定A的坐标，从而可求△OAF的面积．

【解答】解：抛物线$y^2=4x$的焦点F的坐标为（1，0）

∵直线l过F，倾斜角为60°

∴直线l的方程为：$y=\sqrt{3}(x-1)$，即$x=\frac{\sqrt{3}}{3}y+1$

代入抛物线方程，化简可得$y^2-\frac{4\sqrt{3}}{3}y-4=0$

$\therefore y=2\sqrt{3}$，或$y=-\frac{2}{3}\sqrt{3}$

∵A 在 x 轴上方

∴△OAF 的面积为 $\frac{1}{2}\times1\times2\sqrt{3}=\sqrt{3}$

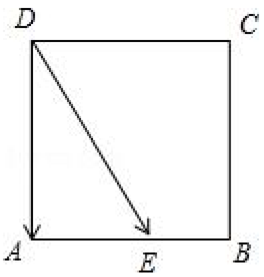
故答案为：$\sqrt{3}$

【点评】本题考查抛物线的性质，考查直线与抛物线的位置关系，确定 A 的坐标是解题的关键.

13. 【分析】直接利用向量转化，求出数量积即可.

【解答】解：因为 $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DA}=|\overrightarrow{DE}|\cdot|\overrightarrow{DA}|\cos<\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DA}>=\overrightarrow{DA}^2=1$.

故答案为：1



【点评】本题考查平面向量数量积的应用，考查计算能力.

14. 【分析】①由于 $g(x)=2^x-2\geq0$ 时，$x\geq1$，根据题意有 $f(x)=m(x-2m)(x+m+3)<0$ 在 $x>1$ 时成立，根据二次函数的性质可求

②由于 $x\in(-\infty,-4)$，$f(x)g(x)<0$，而 $g(x)=2^x-2<0$，则 $f(x)=m(x-2m)(x+m+3)>0$ 在 $x\in(-\infty,-4)$ 时成立，结合二次函数的性质可求

【解答】解：对于①∵$g(x)=2^x-2$，当 $x<1$ 时，$g(x)<0$，

又∵①$\forall x\in R$，$f(x)<0$ 或 $g(x)<0$

∴$f(x)=m(x-2m)(x+m+3)<0$ 在 $x\geq1$ 时恒成立

则由二次函数的性质可知开口只能向下，且二次函数与 x 轴交点都在（1，0）的左面

则 $\begin{cases}m<0\\-m-3<1\\2m<1\end{cases}$

∴ $-4<m<0$ 即①成立的范围为 $-4<m<0$

又∵②$x\in(-\infty,-4)$，$f(x)g(x)<0$

∴此时 $g(x)=2^x-2<0$ 恒成立

∴$f(x)=m(x-2m)(x+m+3)>0$ 在 $x\in(-\infty,-4)$ 有成立的可能，则只要 -4 比 x_1，x_2 中的较小的根大即可，

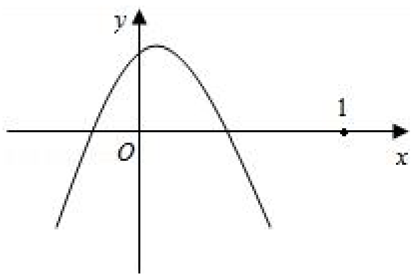
（i）当 $-1<m<0$ 时，较小的根为 $-m-3$，$-m-3<-4$ 不成立，

（ii）当 $m=-1$ 时，两个根同为 $-2>-4$，不成立，

（iii）当 $-4<m<-1$ 时，较小的根为 $2m$，$2m<-4$ 即 $m<-2$ 成立.

综上可得①②成立时 $-4<m<-2$.

故答案为：$(-4,-2)$.



【点评】本题主要考查了全称命题与特称命题的成立，指数函数与二次函数性质的应用是解答本题的关键.

三、解答题公 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

15．【分析】通过二倍角与两角差的正弦函数，化简函数的表达式，（1）直接求出函数的定义域和最小正周期.

（2）利用正弦函数的单调增区间，结合函数的定义域求出函数的单调增区间即可.

【解答】解：$f(x)=\frac{(\sin x-\cos x)\sin 2x}{\sin x}=\frac{(\sin x-\cos x)2\sin x\cos x}{\sin x}=2(\sin x-\cos x)\cos x$

$=\sin 2x-1-\cos 2x=\sqrt{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})-1$ $k\in Z$，$\{x|x\neq k\pi，k\in Z\}$

（1）原函数的定义域为 $\{x|x\neq k\pi，k\in Z\}$，最小正周期为 π.

（2）由 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant 2x-\frac{\pi}{4}\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，

解得 $k\pi-\frac{\pi}{8}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{3\pi}{8}$，$k\in Z$，又 $\{x|x\neq k\pi，k\in Z\}$，

原函数的单调递增区间为 $[k\pi-\frac{\pi}{8}，k\pi)$，$k\in Z$，$(k\pi，k\pi+\frac{3\pi}{8}]$，$k\in Z$

【点评】本题考查三角函数中的恒等变换应用，三角函数的周期性及其求法，复合三角函数的单调性，注意函数的定义域在单调增区间的应用，考查计算能力.

16．【分析】（1）证明 $A_1C\perp$ 平面 $BCDE$，因为 $A_1C\perp CD$，只需证明 $A_1C\perp DE$，即证明 $DE\perp$ 平面 A_1CD;

（2）建立空间直角坐标系，用坐标表示点与向量，求出平面 A_1BE 法向量 $\vec{n}=(-1,2,\sqrt{3})$，$\overrightarrow{CM}=(-1,0,\sqrt{3})$，利用向量的夹角公式，即可求得 CM 与平面 A_1BE 所成角的大小；

（3）设线段 BC 上存在点 P，设 P 点坐标为（0，a，0），则 $a\in[0,3]$，求出平面 A_1DP 法向量为 $\overrightarrow{n_1}=(-3a,6,\sqrt{3}a)$

假设平面 A_1DP 与平面 A_1BE 垂直，则 $\overrightarrow{n_1}\cdot\vec{n}=0$，可求得 $0\leqslant a\leqslant 3$，从而可得结论．

【解答】（1）证明：∵ $CD\perp DE$，$A_1D\perp DE$，$CD\cap A_1D=D$，

∴ $DE\perp$ 平面 A_1CD，

又∵ $A_1C\subset$ 平面 A_1CD，∴ $A_1C\perp DE$

又 $A_1C\perp CD$，$CD\cap DE=D$

∴ $A_1C\perp$ 平面 $BCDE$

（2）解：如图建系，则 C（0，0，0），D（－2，0，0），A_1（0，0，$2\sqrt{3}$），B（0，3，0），E（－2，2，0）

∴ $\overrightarrow{A_1B}=(0,3,-2\sqrt{3})$，$\overrightarrow{A_1E}=(-2,2,-2\sqrt{3})$

设平面 A_1BE 法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$

则 $\begin{cases}\overrightarrow{A_1B}\cdot\vec{n}=0\\ \overrightarrow{A_1E}\cdot\vec{n}=0\end{cases}$ ∴ $\begin{cases}3y-2\sqrt{3}z=0\\ -2x+2y-2\sqrt{3}z=0\end{cases}$ ∴ $\begin{cases}z=\dfrac{\sqrt{3}}{2}y\\ x=-\dfrac{y}{2}\end{cases}$

∴ $\vec{n}=(-1,2,\sqrt{3})$

又∵ M（－1，0，$\sqrt{3}$），∴ $\overrightarrow{CM}=(-1,0,\sqrt{3})$

∴ $\cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{CM}\cdot\vec{n}}{|\overrightarrow{CM}|\cdot|\vec{n}|}=\dfrac{1+3}{\sqrt{1+4+3}\cdot\sqrt{1+3}}=\dfrac{4}{2\cdot 2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

∴ CM 与平面 A_1BE 所成角的大小 45°

（3）解：设线段 BC 上存在点 P，设 P 点坐标为（0，a，0），则 $a\in[0,3]$

∴ $\overrightarrow{A_1P}=(0,a,-2\sqrt{3})$，$\overrightarrow{DP}=(2,a,0)$

设平面 A_1DP 法向量为 $\overrightarrow{n_1}=(x_1,y_1,z_1)$

则 $\begin{cases} ay_1-2\sqrt{3}z_1=0 \\ 2x_1+ay_1=0 \end{cases}$ ∴ $\begin{cases} z_1=\frac{\sqrt{3}}{6}ay_1 \\ x_1=-\frac{1}{2}ay_1 \end{cases}$

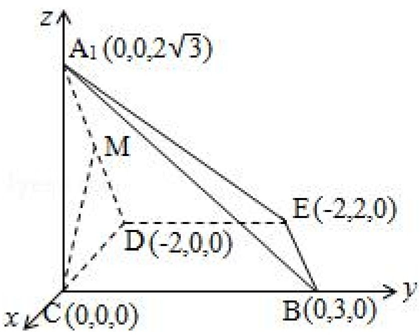
∴ $\overrightarrow{n_1}=(-3a,\ 6,\ \sqrt{3}a)$

假设平面 A_1DP 与平面 A_1BE 垂直，则 $\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n}=0$，

∴$3a+12+3a=0$，$6a=-12$，$a=-2$

∵$0\leqslant a\leqslant 3$

∴不存在线段 BC 上存在点 P，使平面 A_1DP 与平面 A_1BE 垂直



【点评】本题考查线面垂直，考查线面角，考查面面垂直，既有传统方法，又有向量知识的运用，要加以体会．

17．【分析】（1）厨余垃圾 600 吨，投放到“厨余垃圾”箱 400 吨，故可求厨余垃圾投放正确的概率；

（2）生活垃圾投放错误有 200+60+20+20＝300，故可求生活垃圾投放错误的概率；

（3）计算方差可得 $s^2=\frac{1}{3}[(a-200)^2+(b-200)^2+(c-200)^2]=\frac{1}{3}(a^2+b^2+c^2-120000)$，因此有当 $a=600$，$b=0$，$c=0$ 时，有 $s^2=80000$．

【解答】解：（1）由题意可知：厨余垃圾 600 吨，投放到“厨余垃圾”箱 400 吨，故厨余垃圾投放正确的概率为 $\frac{400}{600}=\frac{2}{3}$；

（2）由题意可知：生活垃圾投放错误有 200+60+20+20＝300，故生活垃圾投放错误的概率为 $\frac{300}{1000}=\frac{3}{10}$；

（3）由题意可知：∵$a+b+c=600$，∴a，b，c 的平均数为 200

∴ $s^2=\frac{1}{3}[(a-200)^2+(b-200)^2+(c-200)^2]=\frac{1}{3}(a^2+b^2+c^2-120000)$，

∵ $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac\geqslant a^2+b^2+c^2$，因此有当 $a=600$，$b=0$，$c=0$ 时，有 $s^2=80000$．

【点评】本题考查概率知识的运用，考查学生的阅读能力，属于中档题．

18．【分析】（1）根据曲线 $y=f(x)$ 与曲线 $y=g(x)$ 在它们的交点（1，c）处具有公共切线，可知切点处的函数值相等，切点处的斜率相等，故可求 a、b 的值；

（2）根据 $a^2=4b$，构建函数 $h(x)=f(x)+g(x)=x^3+ax^2+\frac{1}{4}a^2x+1$，求导函数，利用导数的正负，可确定函数的单调区间，进而分类讨论，确定函数在区间（－∞，－1）上的最大值．

【解答】解：（1）$f(x)=ax^2+1$（$a>0$），则 $f'(x)=2ax$，$k_1=2a$，$g(x)=x^3+bx$，则 $g'(x)=3x^2+b$，$k_2=3+b$，

由（1，c）为公共切点，可得：$2a=3+b$①

又 $f(1)=a+1$，$g(1)=1+b$，

∴$a+1=1+b$，即 $a=b$，代入①式可得：$\begin{cases}a=3\\b=3\end{cases}$．

（2）由题设 $a^2=4b$，设 $h(x)=f(x)+g(x)=x^3+ax^2+\frac{1}{4}a^2x+1$

则 $h'(x)=3x^2+2ax+\frac{1}{4}a^2$，令 $h'(x)=0$，解得：$x_1=-\frac{a}{2}$，$x_2=-\frac{a}{6}$；

∵$a>0$，∴ $-\frac{a}{2}<-\frac{a}{6}$，

x	$(-\infty,-\frac{a}{2})$	$-\frac{a}{2}$	$(-\frac{a}{2},-\frac{a}{6})$	$-\frac{a}{6}$	$(-\frac{a}{6},+\infty)$
$h'(x)$	+		-		+
$h(x)$		极大值		极小值	

∴原函数在（－∞，$-\frac{a}{2}$）单调递增，在 $(-\frac{a}{2},-\frac{a}{6})$ 单调递减，在 $(-\frac{a}{6},+\infty)$ 上单调递增

①若 $-1\leqslant-\frac{a}{2}$，即 $0<a\leqslant2$ 时，$h(x)$ 在（－∞，－1]递增，无最大值；

②若 $-\frac{a}{2}<-1<-\frac{a}{6}$，即 $2<a<6$ 时，最大值为 $h(-\frac{a}{2})=1$；

③若 $-1\geqslant-\frac{a}{6}$ 时，即 $a\geqslant6$ 时，最大值为 $h(-\frac{a}{2})=1$．

综上所述：当 $a\in$（0，2]时，无最大值；当 $a\in$（2，+∞）时，最大值为 $h(-\frac{a}{2})=1$.

【点评】本题考查导数知识的运用，考查导数的几何意义，考查函数的单调性与最值，解题的关键是正确求出导函数.

19. 【分析】（1）原曲线方程，化为标准方程，利用曲线 C 是焦点在 x 轴点上的椭圆可得不等式组，即可求得 m 的取值范围；

（2）由已知直线代入椭圆方程化简得：$(2k^2+1)x^2+16kx+24=0$，$\triangle=32(2k^2-3)$，解得：$k^2>\frac{3}{2}$，设 $N(x_N,kx_N+4)$，$M(x_M,kx_M+4)$，$G(x_G,1)$，MB 方程为：$y=\frac{kx_M+6}{x_M}x-2$，则 $G(\frac{3x_M}{kx_M+6},1)$，从而可得 $\overrightarrow{AG}=(\frac{3x_M}{kx_M+6},-1)$，$\overrightarrow{AN}=(x_N,kx_N+2)$，欲证 A，G，N 三点共线，只需证 $\overrightarrow{AG}$，$\overrightarrow{AN}$ 共线，利用韦达定理，可以证明.

【解答】（1）解：原曲线方程可化简得：$\frac{x^2}{\frac{8}{5-m}}+\frac{y^2}{\frac{8}{m-2}}=1$

由题意，曲线 C 是焦点在 x 轴点上的椭圆可得：$\begin{cases}\frac{8}{5-m}>\frac{8}{m-2}\\ \frac{8}{5-m}>0\\ \frac{8}{m-2}>0\end{cases}$，解得：$\frac{7}{2}<m<5$

（2）证明：由已知直线代入椭圆方程化简得：$(2k^2+1)x^2+16kx+24=0$，$\triangle=32(2k^2-3)>0$，解得：$k^2>\frac{3}{2}$

由韦达定理得：$x_M+x_N=-\frac{16k}{2k^2+1}$①，$x_Mx_N=\frac{24}{2k^2+1}$，②

设 $N(x_N,kx_N+4)$，$M(x_M,kx_M+4)$，$G(x_G,1)$，MB 方程为：$y=\frac{kx_M+6}{x_M}x-2$，则 $G(\frac{3x_M}{kx_M+6},1)$，

∴ $\overrightarrow{AG}=(\frac{3x_M}{kx_M+6},-1)$，$\overrightarrow{AN}=(x_N,kx_N+2)$，

欲证 A，G，N 三点共线，只需证 $\overrightarrow{AG}$，$\overrightarrow{AN}$ 共线

即 $\frac{3x_M}{x_Mk+6}(x_Nk+2)=-x_N$ 成立，化简得：$(3k+k)x_Mx_N=-6(x_M+x_N)$

将①②代入可得等式成立，则 A，G，N 三点共线得证.

【点评】本题考查椭圆的标准方程，考查直线与椭圆的位置关系，考查三点共线，解题的关键是直线与椭圆方程联立，利用韦达定理进行求解．

20．【分析】（1）根据 r_i（A），c_j（A），定义求出 r_1（A），r_2（A），c_1（A），c_2（A），c_3（A），再根据 K（A）为$|r_1$（A）$|$，$|R_2$（A）$|$，$|R_3$（A）$|$，$|C_1$（A）$|$，$|C_2$（A）$|$，$|C_3$（A）$|$中的最小值，即可求出所求．

（2）先用反证法证明 k（A）$\leqslant 1$，然后证明 k（A）$=1$ 存在即可；

（3）首先构造满足 $k(A)=\frac{2t+1}{t+2}$ 的 $A=\{a_{i,j}\}$（$i=1$，2，$j=1$，2，…，$2t+1$），然后证明 $\frac{2t+1}{t+2}$ 是最大值即可．

【解答】解：（1）由题意可知 r_1（A）$=1.2$，r_2（A）$=-1.2$，c_1（A）$=1.1$，c_2（A）$=0.7$，c_3（A）$=-1.8$

∴K（A）$=0.7$

（2）先用反证法证明 k（A）$\leqslant 1$：

若 k（A）>1

则$|c_1$（A）$|=|a+1|=a+1>1$，∴$a>0$

同理可知 $b>0$，∴$a+b>0$

由题目所有数和为 0

即 $a+b+c=-1$

∴$c=-1-a-b<-1$

与题目条件矛盾

∴k（A）$\leqslant 1$．

易知当 $a=b=0$ 时，k（A）$=1$ 存在

∴k（A）的最大值为 1

（3）k（A）的最大值为$\frac{2t+1}{t+2}$．

首先构造满足 k（A）$=\frac{2t+1}{t+2}$ 的 $A=\{a_{i,j}\}$（$i=1$，2，$j=1$，2，…，$2t+1$）：

$a_{1,1}=a_{1,2}=\cdots=a_{1,t}=1$，

$a_{1,t+1}=a_{1,t+2}=\cdots=a_{1,2t+1}=-\frac{t-1}{t+2}$，

$a_{2,1}=a_{2,2}=\cdots=a_{2,t}=\dfrac{t^2+t+1}{t(t+2)}$,

$a_{2,t+1}=a_{2,t+2}=\cdots=a_{2,2t+1}=-1$.

经计算知，A 中每个元素的绝对值都小于 1，所有元素之和为 0，

且 $|r_1(A)|=|r_2(A)|=\dfrac{2t+1}{t+2}$,

$|c_1(A)|=|c_2(A)|=\cdots=|c_t(A)|=1+\dfrac{t^2+t+1}{t(t+2)}>1+\dfrac{t+1}{t+2}>\dfrac{2t+1}{t+2}$,

$|c_{t+1}(A)|=|c_{t+2}(A)|=\cdots=|c_{2t+1}(A)|=1+\dfrac{t-1}{t+2}=\dfrac{2t+1}{t+2}$.

下面证明 $\dfrac{2t+1}{t+2}$ 是最大值．若不然，则存在一个数表 $A\in S(2,2t+1)$，使得 $k(A)=x>\dfrac{2t+1}{t+2}$.

由 $k(A)$ 的定义知 A 的每一列两个数之和的绝对值都不小于 x，而两个绝对值不超过 1 的数的和，其绝对值不超过 2，故 A 的每一列两个数之和的绝对值都在区间 $[x,2]$ 中．由于 $x>1$，故 A 的每一列两个数符号均与列和的符号相同，且绝对值均不小于 $x-1$.

设 A 中有 g 列的列和为正，有 h 列的列和为负，由对称性不妨设 $g<h$，则 $g\leqslant t$，$h\geqslant t+1$．另外，由对称性不妨设 A 的第一行行和为正，第二行行和为负．

考虑 A 的第一行，由前面结论知 A 的第一行有不超过 t 个正数和不少于 $t+1$ 个负数，每个正数的绝对值不超过 1（即每个正数均不超过 1），每个负数的绝对值不小于 $x-1$（即每个负数均不超过 $1-x$）．因此 $|r_1(A)|=r_1(A)\leqslant t\cdot 1+(t+1)(1-x)=2t+1-(t+1)x=x+(2t+1-(t+2)x)<x$,

故 A 的第一行行和的绝对值小于 x，与假设矛盾．因此 $k(A)$ 的最大值为 $\dfrac{2t+1}{t+2}$.

【点评】本题主要考查了进行简单的演绎推理，以及新定义的理解和反证法的应用，同时考查了分析问题的能力，属于难题．