

高一数学参考答案

2023.01

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	A	B	D	C	C	C	A	D	C

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

11. 9

12. $(0,1) \cup (1,+\infty)$

13. 40

14. 0 (答案不唯一)

15. ①②④

(注：15 题给出的结论中，有多个符合题目要求，全部选对得 5 分，不选或有错选得 0 分，其他得 3 分。)

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16. (本小题 13 分)

解：(I) 由已知得 $-2, 1$ 是方程 $x^2 + ax + b = 0$ 的两个实数根，

$$\text{所以 } \begin{cases} 4 - 2a + b = 0, \\ 1 + a + b = 0. \end{cases}$$

解得 $a = 1, b = -2$.

..... 6 分

(II) 选择条件①：

因为 $B = \{x | m \leq x \leq m + 1\}$,

由 $A \cap B = \emptyset$,

$$\text{所以 } \begin{cases} m \geq -2, \\ m + 1 \leq 1. \end{cases} \text{ 解得 } -2 \leq m \leq 0.$$

所以实数 m 的取值范围为 $[-2, 0]$.

..... 13 分

选择条件②：

因为 $B = \{x | m \leq x \leq m + 1\}$,

当 $B = \emptyset$ 时，得 $2m > m + 1$ ，解得 $m > 1$ ，符合题意。

当 $B \neq \emptyset$ 时，由 $A \cap B = \emptyset$,

$$\text{所以 } \begin{cases} 2m \leq m + 1, \\ 2m \geq -2, \\ m + 1 \leq 1. \end{cases} \text{ 解得 } -1 \leq m \leq 0.$$

综上，实数 m 的取值范围为 $[-1, 0] \cup (1, +\infty)$.

..... 13 分

17. (本小题 14 分)

解: (I) 因为平行四边形 $ABCD$, $\vec{AB} = \mathbf{a}$, $\vec{AD} = \mathbf{b}$,

$$\text{所以 } \vec{AC} = \mathbf{a} + \mathbf{b}.$$

$$\text{又因为 } \vec{AE} = 2\vec{AB} = 2\mathbf{a},$$

$$\text{所以 } \vec{DE} = \vec{AE} - \vec{AD} = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}.$$

..... 6 分

(II) 因为 $\vec{DF} = \frac{1}{3}\vec{DE}$, 且 $\vec{DE} = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}$,

$$\text{所以 } \vec{DF} = \frac{1}{3}(2\mathbf{a} - \mathbf{b}).$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } \vec{AF} &= \vec{AD} + \vec{DF} \\ &= \mathbf{b} + \frac{1}{3}(2\mathbf{a} - \mathbf{b}) \\ &= \frac{2}{3}(\mathbf{a} + \mathbf{b}). \end{aligned}$$

$$\text{即 } \vec{AF} = \frac{2}{3}\vec{AC}.$$

所以 A, F, C 三点共线.

..... 14 分

18. (本小题 14 分)

解: (I) 因为 $1 - 100 \times (0.0013 + 0.0032 + 0.0034 + 0.0016 + 0.0002) = 0.03$,

所以样本中停车时长在区间 $(400, 500]$ 上的频率为 0.03.

..... 4 分

(II) 由图可知, 停车时长在区间 $(100, 400]$ 上的频率为 $100 \times (0.0032 + 0.0034 + 0.0016) = 0.82$,

所以该天停车时长在区间 $(100, 400]$ 上的车辆数为 $1000 \times 0.82 = 820$.

..... 9 分

(III) 设免费停车时长标准为 x 分钟,

$$\text{由题可知 } (x - 100) \times 0.0032 = 0.25 - 0.13,$$

$$\text{解得 } x = 137.5.$$

所以建议将免费停车时长标准定为 137.5 分钟.

..... 14 分

19. (本小题 14 分)

解: (I) 函数 $f(x)$ 为偶函数, 证明如下:

$$\text{函数 } f(x) = -2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|} + 2 \text{ 的定义域为 } \mathbf{R},$$

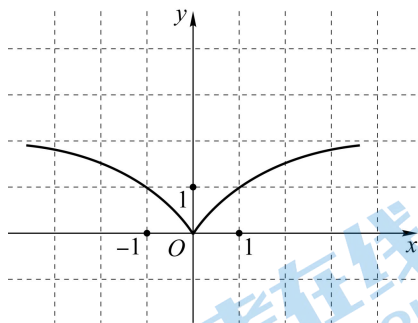
因为 $\forall x \in \mathbf{R}$, 都有 $-x \in \mathbf{R}$,

且 $f(-x) = -2 \times (\frac{1}{2})^{-x} + 2 = -2 \times (\frac{1}{2})^{|x|} + 2 = f(x)$,

所以函数 $f(x) = -2 \times (\frac{1}{2})^{|x|} + 2$ 为偶函数.

..... 5 分

(II)



函数 $f(x)$ 的值域为 $[0, 2)$.

..... 11 分

(III) $(-\infty, 0) \cup (0, 1)$.

..... 14 分

20. (本小题 15 分)

解: (I) 函数 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 证明如下:

任取 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, 且 $x_1 < x_2$,

$$\begin{aligned} \text{则 } f(x_1) - f(x_2) &= (x_1 - \frac{4}{x_1}) - (x_2 - \frac{4}{x_2}) \\ &= x_1 - x_2 + \frac{4}{x_2} - \frac{4}{x_1} \\ &= x_1 - x_2 + \frac{4(x_1 - x_2)}{x_1 x_2} \\ &= (x_1 - x_2)(1 + \frac{4}{x_1 x_2}). \end{aligned}$$

因为 $0 < x_1 < x_2$,

所以 $x_1 - x_2 < 0$, 且 $1 + \frac{4}{x_1 x_2} > 0$,

即 $(x_1 - x_2)(1 + \frac{4}{x_1 x_2}) < 0$,

所以 $f(x_1) < f(x_2)$.

故 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增.

..... 7 分

(II) 由 (I) 知, $f(x)$ 在区间 $[1, 4]$ 上单调递增,

所以 $f(1) \leq f(x) \leq f(4)$.

又 $f(1) = -3$, $f(4) = 3$,

所以 $-3 \leq f(x) \leq 3$, 即 $f(x)$ 的值域为 $[-3, 3]$.

因为 $g(x) = a - 3x$ 在区间 $[1, 4]$ 上单调递减,

所以 $g(4) \leq g(x) \leq g(1)$.

又 $g(4) = a - 12$, $g(1) = a - 3$,

所以 $a - 12 \leq g(x) \leq a - 3$, 即 $g(x)$ 的值域为 $[a - 12, a - 3]$.

由题可知 $[-3, 3] \subseteq [a - 12, a - 3]$,

所以 $\begin{cases} a - 12 \leq -3 \\ a - 3 \geq 3 \end{cases}$, 解得 $6 \leq a \leq 9$.

故实数 a 的取值范围为 $[6, 9]$.

..... 15 分

21. (本小题 15 分)

解: (I) U 的所有“2元零子集”为: $\{-1, 1\}, \{-2, 2\}, \{-3, 3\}, \{-4, 4\}$.

..... 4 分

(II) 当 $k \in \mathbf{N}^*, k \leq 8$ 时, 设 M 是 U 的任意一个“ k 元零子集”, 则 M 中所有元素之和为 0,

因为 U 中所有元素之和为 0, 所以 $\delta_U M$ 中所有元素之和也为 0,

即 $\delta_U M$ 是集合 U 的“ $(9 - k)$ 元零子集”;

反之, 设 N 是 U 的任意一个“ $(9 - k)$ 元零子集”,

同理得 $\delta_U N$ 是 U 的“ k 元零子集”. 所以 $f(k) = f(9 - k)$.

..... 9 分

(III) U 的“1元零子集”只有 $\{0\}$, 所以 $f(1) = 1$;

由 (I) 知: $f(2) = 4$.

U 的“3元零子集”中含有 0 的有 4 个: $\{-1, 0, 1\}, \{-2, 0, 2\}, \{-3, 0, 3\}, \{-4, 0, 4\}$;

不含有 0 的有 4 个: $\{-4, 1, 3\}, \{-3, -1, 4\}, \{-3, 1, 2\}, \{-2, -1, 3\}$.

所以 $f(3) = 4 + 4 = 8$.

U 的“4元零子集”中含有 0 的有 4 个: $\{-4, 0, 1, 3\}, \{-3, -1, 0, 4\}, \{-3, 0, 1, 2\}, \{-2, -1, 0, 3\}$;

不含有 0 的有 8 个: $\{-4, -3, 3, 4\}, \{-4, -2, 2, 4\}, \{-4, -1, 1, 4\}, \{-4, -1, 2, 3\}, \{-3, -2, 1, 4\}, \{-3, -2, 2, 3\}$,

$\{-3, -1, 1, 3\}, \{-2, -1, 1, 2\}$.

所以 $f(4) = 4 + 8 = 12$.

由 (II) 知: $f(5) = f(4) = 12, f(6) = f(3) = 8, f(7) = f(2) = 4, f(8) = f(1) = 1,$

又 $f(9) = 1,$

所以 $f(1) + f(2) + \dots + f(9) = 1 + 4 + 8 + 12 + 12 + 8 + 4 + 1 + 1 = 51.$ 15 分

(若用其他方法解题, 请酌情给分)

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯