

数学

(清华附中初 21 级)

一. 选择题 (本大题共 24 分, 每小题 3 分)

1. 据共青团中央 2023 年 5 月 3 日发布的中国共青团团内统计公报, 截至 2022 年 12 月底, 全国共有共青团员 7358 万. 数据 73580000 用科学记数法表示为()

- A. 7.358×10^7 B. 7.358×10^3 C. 7.358×10^4 D. 7.358×10^6

2. 下面图形中, 既是中心对称图形又是轴对称图形的是()



3. 如果 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互余, $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 互补, 则 $\angle 3$ 与 $\angle 1$ 的关系是()

- A. $\angle 3 = \angle 1$ B. $\angle 3 = 90^\circ + \angle 1$ C. $\angle 3 = 90^\circ - \angle 1$ D. $\angle 3 = 180^\circ - \angle 1$

4. 已知实数 a, b 满足 $a+1 > b+1$, 则下列选项错误的是()

- A. $a > b$ B. $-a > -b$ C. $a-2 > b-2$ D. $2a > 2b$

5. 下列多边形中, 内角和等于外角和的是()

- A. 三角形 B. 四边形 C. 五边形 D. 六边形

6. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + x + m = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的值可以是()

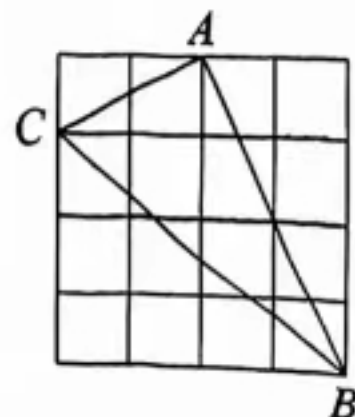
- A. 4 B. 2 C. 1 D. -1

7. 小熙同学连续抛了两次硬币, 都是正面向上, 那么他第三次抛硬币时, 正面向上的概率是()

- A. 0 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

8. 如图, 在 4×4 的网格中, 每个小正方形的边长均为 1, 点 A, B, C 都在格点上, 则下列结论错误的是()

- A. $AB = 2\sqrt{5}$ B. $\angle BAC = 90^\circ$
C. $\triangle ABC$ 的面积为 10 D. 点 A 到直线 BC 的距离是 2



二. 填空题 (本大题共 24 分, 每小题 3 分)

9. 若 $\sqrt{x-5}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

10. 已知 a 、 b 为两个连续整数，且 $a < \sqrt{3} < b$ ，则 $a+b =$ _____.

11. 分解因式： $x^3 - 4x^2 + 4x =$ _____.

12. 方程 $\frac{2}{x+1} = \frac{1}{x}$ 的解为 _____.

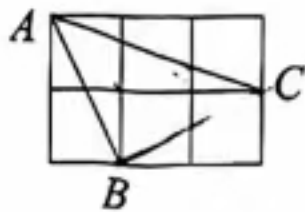
13. 为了了解某地区初中学生的视力情况，随机抽取了该地区 500 名初中学生进行调查. 整理样本数据，得到下表：

视力	4.7 以下	4.7	4.8	4.9	5.0	5.0 以上
人数	98	96	86	95	82	43

根据抽样调查结果，估计该地区 20000 名初中学生视力不低于 4.9 的人数为 _____.

14. 如图，在 3×2 的网格中，每个小正方形的边长均为 1，点 A 、 B 、 C 均在格点上，则

$\angle BAC =$ _____°.



15. 点 $A(3, y_1)$ 、 $B(a, y_2)$ 在二次函数 $y = x^2 - 4x + 3$ 的图象上. 若 $y_1 < y_2$ ，写出一个符合条件的整数 a 的值 _____.

16. C21 级数学活动中，有小菲、小冬、小敏三位同学进入最后冠军的角逐. 决赛共分为六轮，规定：每轮分别决出第一二三名（不并列），对应名次的得分分别为 a, b, c ($a > b > c$ ，且 a, b, c 均为正整数)；选手最后得分为各轮得分之和，得分最高者为冠军，下表是三位选手在每轮比赛中的部分得分情况：

	第一轮	第二轮	第三轮	第四轮	第五轮	第六轮	最后得分
小菲	a						26
小冬					b	c	12
小敏		b					10

根据表中信息可得，每轮比赛第二名得分为 _____ 分，小敏恰有 _____ 轮获得第二名.

三. 解答题 (本题共 72 分，第 17~22 题，每小题 5 分，第 23~24 题，每小题 6 分，第 25~26 题，每小题 7 分，第 27~28 题，每小题 8 分)

17. 计算： $|3 - \sqrt{3}| - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \sqrt{27} + (\pi - 1)^0$

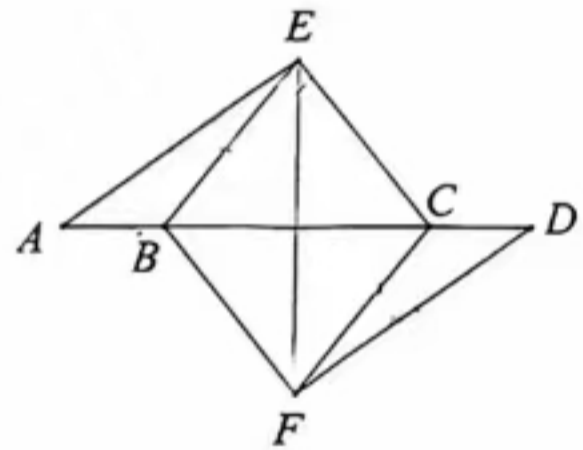
18. 解不等式组
$$\begin{cases} 2(x-1) \leq x+1 \\ \frac{x+2}{2} \geq \frac{x+3}{3} \end{cases}$$

19. 已知 $x^2 + 2x - 1 = 0$, 求代数式 $(x-1)(x+1) + (x+2)^2$ 的值.

20. 如图, 点 A, B, C, D 在同一直线上, 点 E 和点 F 分别在直线 AD 的两侧, 且 $AE = DF$, $\angle A = \angle D$, $AB = CD$.

(1) 求证: 四边形 $BECF$ 是平行四边形;

(2) 若 $\angle AEC = 90^\circ$, $AE = 4$, $CE = 3$, 当 $AB = \underline{\quad}$ 时, 四边形 $BECF$ 是菱形.



21. “曹冲称象”是流传很广的故事, 如图. 按照他的方法: 先将象牵到大船上, 并在船侧面标记水位, 再将象牵出, 然后往船上抬入 20 块等重的条形石, 并在船上留 3 个搬运工, 这时水位恰好到达标记位置, 如果再抬入 1 块同样的条形石, 船上只留 1 个搬运工, 水位也恰好到达标记位置. 已知搬运工体重均为 130 斤, 求大象的体重. 请将下列解答过程补充完整:



孙权曾致巨象, 太祖欲知其斤重, 访之群下, 咸莫能出其理, 冲曰: “置象大船之上, 而刻其水痕所至, 称物以载之, 则校可知矣.”
——《三国志》

解: 由题意得等量关系: 20 块等重的条形石的重量 + 3 个搬运工的体重和 = 21 块等重的条形石的重量 + 1 个搬运工的体重, 所以

① 已知搬运工体重均为 130 斤, 设每块条形石的重量是 x 斤, 则可列方程为: $\underline{\hspace{2cm}}$.

② 解这个方程得, $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

③ 实际上由题也可直接得到: 一块条形石的重量 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 个搬运工的体重;

④ 最终可求得: 大象的体重为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 斤.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图象经过点 $(1,3)$, $(0,2)$.

(1) 求这个函数的解析式;

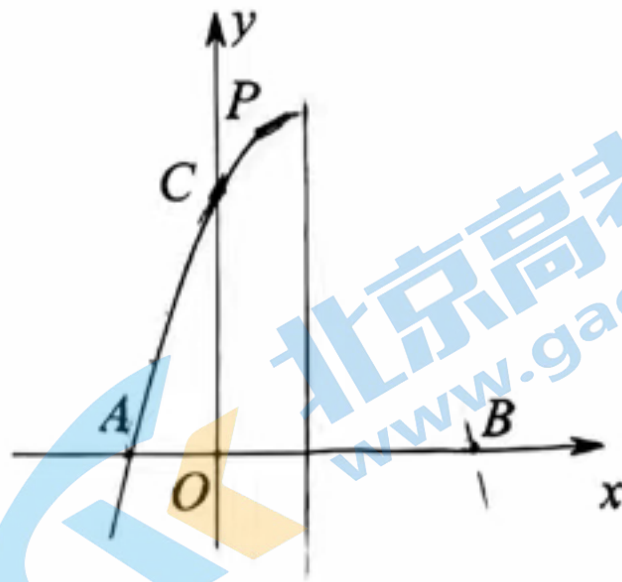
(2) 当 $x < 2$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y=nx(n \neq 0)$ 的值小于函数 $y=kx+b$ 的值, 直接写出 n 的取值范围.

23. 如图, 抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 交 x 轴于 $A(-1,0)$ 、 B 两点, 交 y 轴于 $C(0,3)$, 点 P 在抛物线上, 设点 P 横坐标为 m .

(1) 求抛物线的顶点坐标;

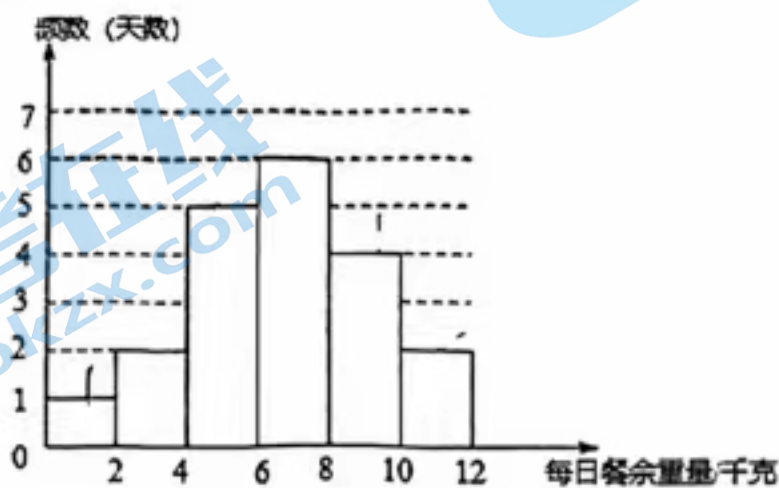
(2) 当点 P 在 x 轴上方时, 直接写出 m 的取值范围;

(3) 若抛物线在点 P 右侧部分 (含点 P) 的最高点的纵坐标为 $-1-m$, 直接写出 m 的值.



24. 某公司的午餐采用自助的形式，并倡导员工“适度取餐，减少浪费”。该公司共有 10 个部门，且各部门的人数相同。为了解午餐的浪费情况，公司从这 10 个部门中随机抽取了 A 、 B 两个部门，进行了连续四周（20 个工作日）的调查，得到这两个部门每天午餐浪费饭菜的重量，以下简称“每日餐余重量”（单位：千克），并对这些数据进行了整理、描述和分析。下面给出了部分信息。

a. A 部门每日餐余重量的频数分布直方图如下（数据分成 6 组： $0 \leq x < 2$ ， $2 \leq x < 4$ ， $4 \leq x < 6$ ， $6 \leq x < 8$ ， $8 \leq x < 10$ ， $10 \leq x \leq 12$ ）：



b. A 部门每日餐余重量在 $6 \leq x < 8$ 这一组的是：

6.1 6.6 7.0 7.0 7.0 7.8

c. B 部门每日餐余重量如下：

第 1 周	1.4	2.8	6.9	7.8	1.9
第 2 周	6.9	2.6	7.5	6.9	9.5
第 3 周	9.7	3.1	4.6	6.9	10.8
第 4 周	7.8	8.4	8.3	9.4	8.8

d. A 、 B 两个部门这 20 个工作日每日餐余重量的平均数、中位数、众数如下：

部门	平均数	中位数	众数
A	6.4	m	7.0
B	6.6	7.2	n

根据以上信息，回答下列问题：

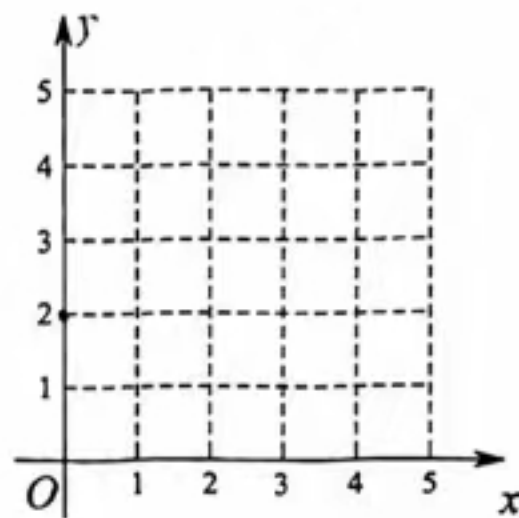
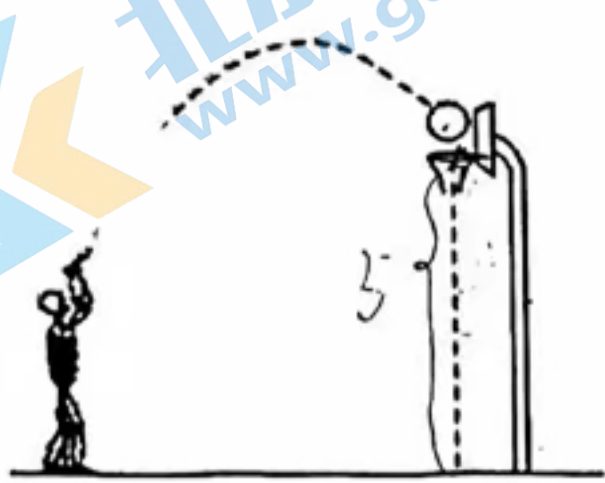
- 写出表中 m 、 n 的值， $m = \underline{\quad}$ ， $n = \underline{\quad}$ ；
- 在 A 、 B 这两个部门中，“适度取餐，减少浪费”做得较好的部门是 $\underline{\quad}$ （填“ A ”或“ B ”），理由是 $\underline{\quad}$ ；
- 结合 A 、 B 这两个部门每日餐余重量的数据，估计该公司（10 个部门）一年（按 240 个工作日计算）的餐余总重量为 $\underline{\quad}$ 千克；
- 食堂工作人员从 B 部门第 1 周和第 2 周各抽查一日餐余重量，两日餐余重量刚好都是 n 的概率是 $\underline{\quad}$ 。

25. 2023年8月5日，在成都举行的第31届世界大学生夏季运动会女子篮球金牌赛中，中国队以99比91战胜日本队，夺得冠军。女篮最重要的球员之一韩旭在日常训练中也迎难而上，勇往直前。投篮时篮球以一定速度斜向上抛出，不计空气阻力，在空中划过的运动路线可以看作是抛物线的一部分。建立平面直角坐标系 xOy ，篮球从出手到进入篮筐的过程中，它的竖直高度 y （单位：m）与水平距离 x （单位：m）近似满足二次函数关系。篮筐中心距离地面的竖直高度是3m，韩旭进行了两次投篮训练。

(1) 第一次训练时，韩旭投出的篮球的水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下：

水平距离 x/m	0	1	2	3	4	...
竖直高度 y/m	2.0	3.0	3.6	3.8	3.6	...

①在平面直角坐标系 xOy 中，描出上表中各对对应值为坐标的点，并用平滑的曲线连接；



②结合表中数据或所画图象，直接写出篮球运行的最高点距离地面的竖直高度是____m，并求 y 与 x 满足的函数解析式；

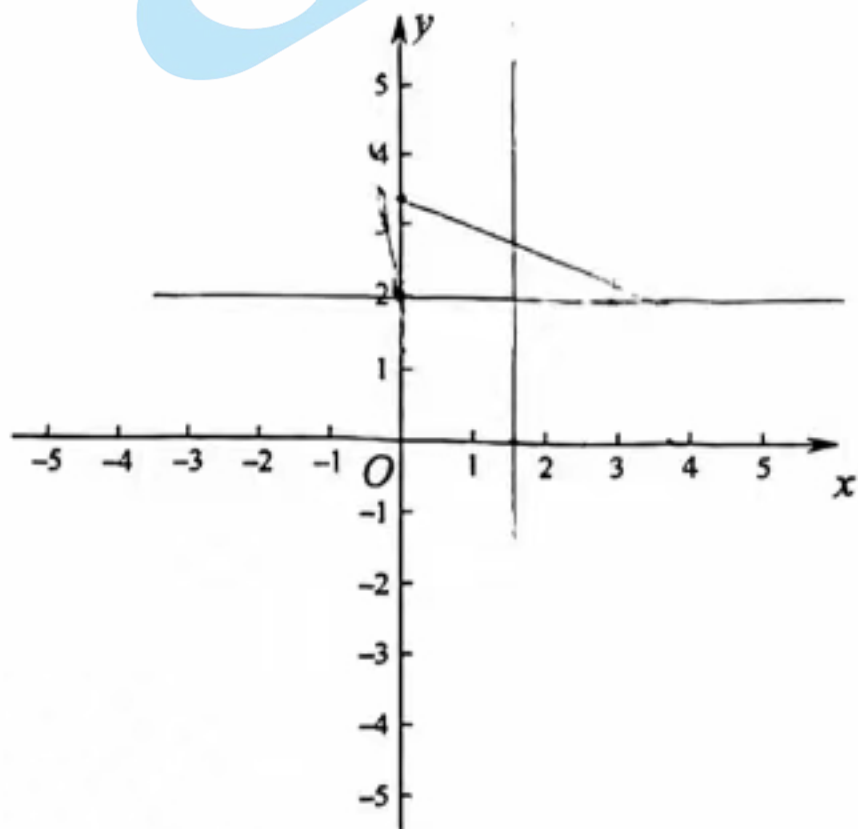
③已知此时韩旭距篮筐中心的水平距离5m，韩旭第一次投篮练习是否成功，请说明理由；

(2) 第二次训练时，韩旭出手时篮球的竖直高度与第一次训练相同，此时投出的篮球的竖直高度 y 与水平距离 x 近似满足函数关系 $y = a(x-3)^2 + 4.25$ ，若投篮成功，此时韩旭距篮筐中心的水平距离 d ____5（填“>”，“=”或“<”）。

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = mx^2 - 2m^2x + 2 (m \neq 0)$ 与 y 轴交于点 A , 点 A 关于抛物线对称轴的对称点为点 B .

(1) 求 B 点的横坐标 (用含 m 的式子表示);

(2) 已知点 $P(m+2, 2)$, $Q(0, m+2)$, 若抛物线与线段 PQ 恰有一个公共点, 结合函数图象, 求 m 的取值范围.



27. 如图 1, E 为正方形 $ABCD$ 对角线 BD 上一点 (不与 B, D 重合), F 为 DE 中点, 作 $EG \perp BC$ 于 G , 连接 AF, FG .

(1) 直接写出线段 AF 与 FG 的数量关系和位置关系, 不必证明;

(2) 将 $\triangle BEG$ 绕点 B 逆时针旋转 $\alpha (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$.

①如图 2, 若 $0^\circ < \alpha < 45^\circ$, (1) 中的结论是否还成立, 若成立, 请给出证明, 若不成立, 请说明理由;

②如图 3, 若 $45^\circ < \alpha < 90^\circ$, 连接 AE 且满足 $AE \perp EG$, 直接用等式表示线段 EA, EF, EG 之间的数量关系, 不必证明.

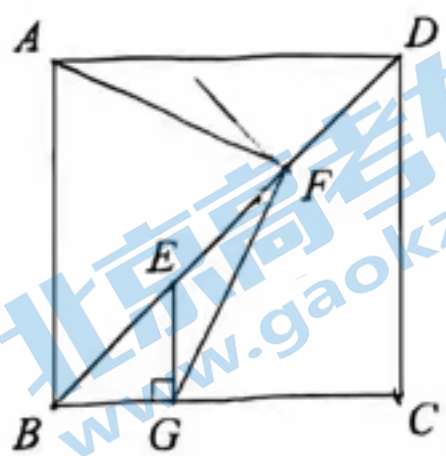


图 1

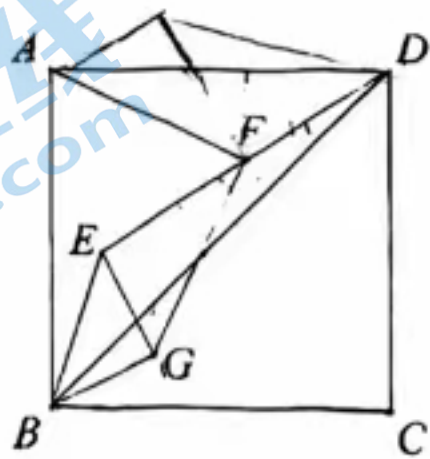


图 2

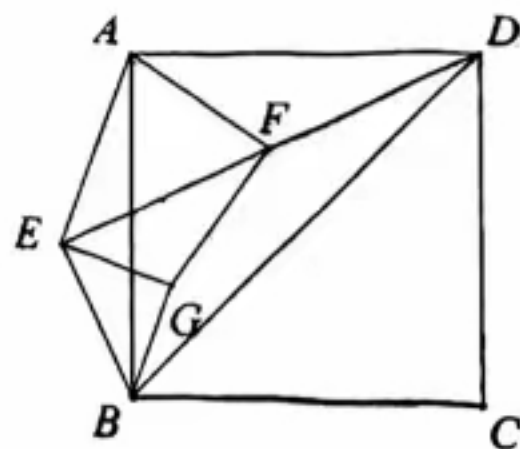


图 3

28. 在平面直角坐标系中, 对于点 $P(a,b)$, $Q(c,d)$, 当 $c \geq 0$ 时, 将点 P 向右平移 c 个单位, 当 $c < 0$ 时, 将点 P 向左平移 $-c$ 个单位, 得到点 P' , 再将点 P' 关于直线 $y=d$ 对称得到点 M , 我们称点 M 为点 P 关于点 Q 的跳跃点.

例如, 如图 1, 已知点 $P(1,3)$, $Q(3,2)$, 点 P 关于点 Q 的跳跃点为 $M(4,1)$.

(1) 已知点 $A(3,1)$, $B(2,2)$,

①若点 C 为点 A 关于点 B 的跳跃点, 则点 C 的坐标为_____.

②若点 A 为点 B 关于点 C 的跳跃点, 则点 C 的坐标为_____.

(2) 已知点 D 在直线 $y=2x$ 上, 点 D 的横坐标为 m , 点 E 的坐标为 $(0,3m)$.

①点 K 为点 E 关于点 D 的跳跃点, 若 $\triangle DKO$ 的面积为 4, 直接写出 m 的值;

②点 E 向上平移 1 个单位得到点 F , 以 EF 一边向右作正方形 $EFGH$, 点 R 为正方形 $EFGH$ 的边上的一个动点, 在运动过程中, 直线 $y=2x$ 上存在点 D 关于点 R 的跳跃点, 请直接写出 m 的取值范围.

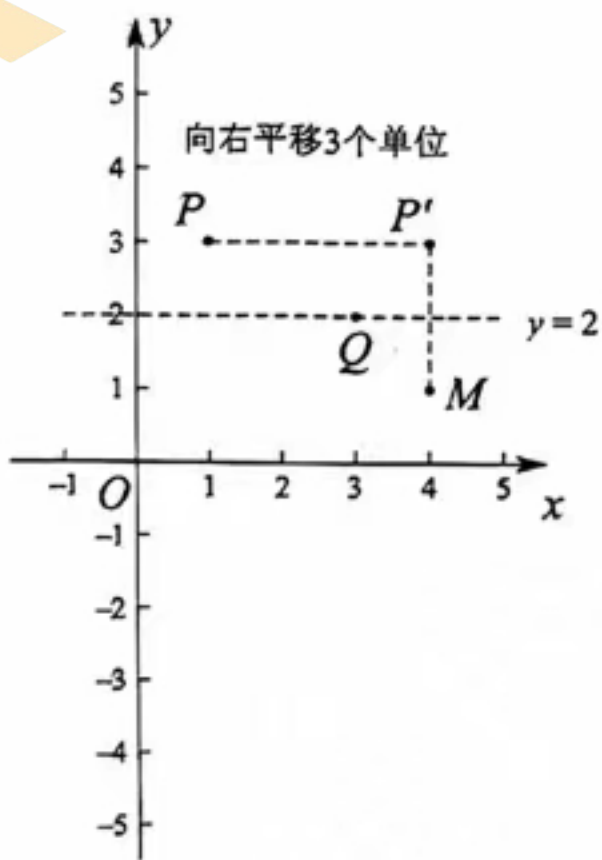
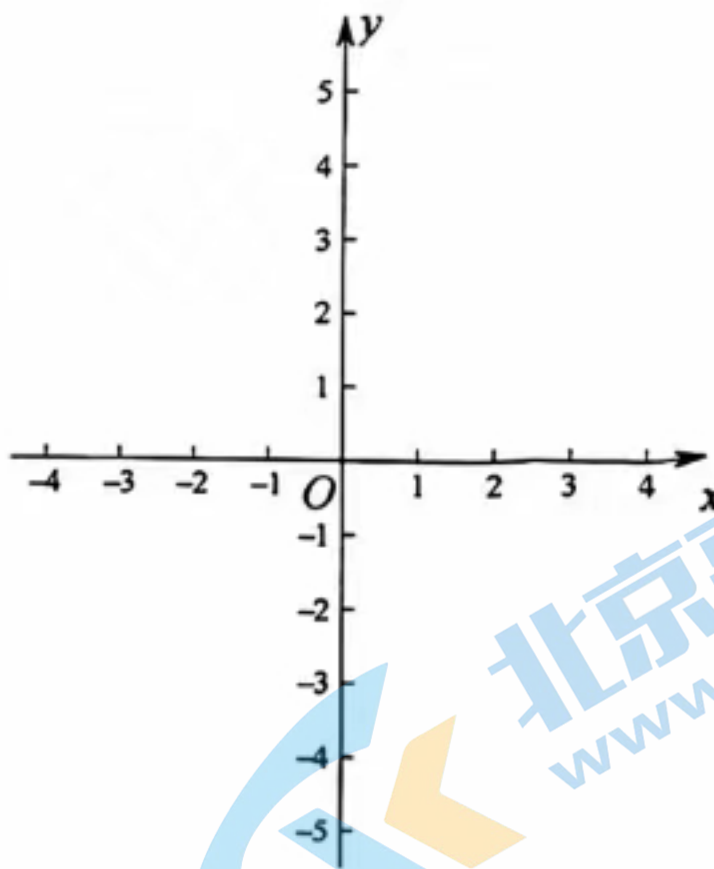


图 1



备用图

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

