绝密★启封并使用完毕前

2012 年普通高等学校招生全国统一考试

数学（文）（北京卷）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．（5 分）已知集合 $A=\{x\in R|3x+2>0\}$，$B=\{x\in R|(x+1)(x-3)>0\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$(-\infty,-1)$　　B．$(-1,-\frac{2}{3})$　　C．$(-\frac{2}{3},3)$　　D．$(3,+\infty)$

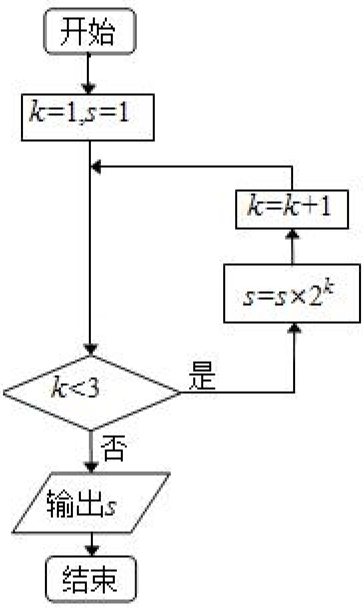
2．（5 分）在复平面内，复数 $\frac{10i}{3+i}$ 对应的点的坐标为（　　）

A．(1，3)　　B．(3，1)　　C．(－1，3)　　D．(3，－1)

3．（5 分）设不等式组 $\begin{cases}0\leqslant x\leqslant 2\\0\leqslant y\leqslant 2\end{cases}$，表示的平面区域为 D，在区域 D 内随机取一个点，则此点到坐标原点的距离大于 2 的概率是（　　）

A．$\frac{\pi}{4}$　　B．$\frac{\pi-2}{2}$　　C．$\frac{\pi}{6}$　　D．$\frac{4-\pi}{4}$

4．（5 分）执行如图所示的程序框图，输出的 S 值为（　　）



A．2　　B．4　　C．8　　D．16

5．（5 分）函数 $f(x)=x^{\frac{1}{2}}-(\frac{1}{2})^x$ 的零点个数为（　　）

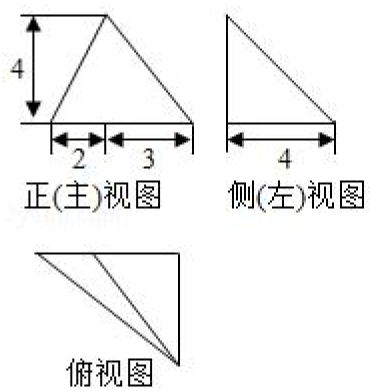
A．0　　B．1　　C．2　　D．3

6．（5 分）已知$\{a_n\}$为等比数列，下面结论中正确的是（　　）

A．$a_1+a_3\geqslant 2a_2$　　B．$a_1^2+a_3^2\geqslant 2a_2^2$

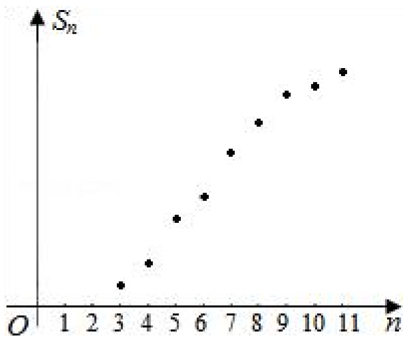
C．若 $a_1=a_3$，则 $a_1=a_2$　　D．若 $a_3>a_1$，则 $a_4>a_2$

7．（5 分）某三棱锥的三视图如图所示，该三棱锥的表面积是（　　）



A．$28+6\sqrt{5}$　　B．$30+6\sqrt{5}$　　C．$56+12\sqrt{5}$　　D．$60+12\sqrt{5}$

8．（5 分）某棵果树前 n 年的总产量 S_n 与 n 之间的关系如图所示．从目前记录的结果看，前 m 年的年平均产量最高，则 m 的值为（　　）



A．5　　B．7　　C．9　　D．11

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．

9．（5 分）直线 $y=x$ 被圆 $x^2+(y-2)^2=4$ 截得的弦长为_______．

10．（5 分）已知$\{a_n\}$为等差数列，S_n为其前 n 项和，若 $a_1=\frac{1}{2}$，$S_2=a_3$，则 $a_2=$_______，$S_n=$_______．

11．（5 分）在△ABC中，若 $a=3$，$b=\sqrt{3}$，$\angle A=\frac{\pi}{3}$，则$\angle C$的大小为_______．

12．（5 分）已知函数 $f(x)=lgx$，若 $f(ab)=1$，则 $f(a^2)+f(b^2)=$_______．

13. （5分）已知正方形 $ABCD$ 的边长为1，点 E 是 AB 边上的动点．则 $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{CB}$ 的值为________．

14. （5分）已知 $f(x)=m(x-2m)(x+m+3)$，$g(x)=2^x-2$．若 $\forall x\in R$，$f(x)<0$ 或 $g(x)<0$，则 m 的取值范围是________．

三、解答题共6小题，共80分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

15. （13分）已知函数 $f(x)=\dfrac{(\sin x-\cos x)\sin 2x}{\sin x}$．

（1）求 $f(x)$ 的定义域及最小正周期；

（2）求 $f(x)$ 的单调递减区间．

16. （14分）如图1，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，D，E 分别为 AC，AB 的中点，点 F 为线段 CD 上的一点，将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起到 $\triangle A_1DE$ 的位置，使 $A_1F\perp CD$，如图2．

（1）求证：$DE\parallel$ 平面 A_1CB；

（2）求证：$A_1F\perp BE$；

（3）线段 A_1B 上是否存在点 Q，使 $A_1C\perp$ 平面 DEQ？说明理由．

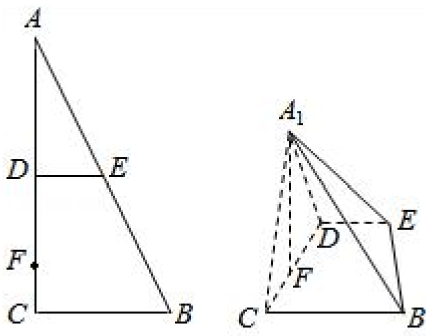


图1 图2

17. （13分）近年来，某市为促进生活垃圾的分类处理，将生活垃圾分为厨余垃圾、可回收物和其他垃圾三类，并分别设置了相应的垃圾箱，为调查居民生活垃圾分类投放情况，先随机抽取了该市三类垃圾箱总计1000吨生活垃圾，数据统计如下（单位：吨）；

	“厨余垃圾”箱	“可回收物”箱	“其他垃圾”箱
厨余垃圾	400	100	100
可回收物	30	240	30
其他垃圾	20	20	60

（1）试估计厨余垃圾投放正确的概率；

（2）试估计生活垃圾投放错误的概率；

（3）假设厨余垃圾在“厨余垃圾”箱、“可回收物”箱、“其他垃圾”箱的投放量分别为 a，b，c，其中 $a>0$，$a+b+c=600$．当数据 a，b，c 的方差 s^2 最大时，写出 a，b，c 的值（结论不要求证明），并求此时 s^2 的值．

（求：$S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2]$，其中 $\overline{x}$ 为数据 x_1，x_2，…，x_n 的平均数）

18．（13 分）已知函数 $f(x)=ax^2+1$（$a>0$），$g(x)=x^3+bx$．

（1）若曲线 $y=f(x)$ 与曲线 $y=g(x)$ 在它们的交点（1，c）处有公共切线，求 a，b 的值；

（2）当 $a=3$，$b=-9$ 时，函数 $f(x)+g(x)$ 在区间 $[k,2]$ 上的最大值为 28，求 k 的取值范围．

19．（14 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的一个长轴顶点为 $A(2,0)$，离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，直线 $y=k(x-1)$ 与椭圆 C 交于不同的两点 M，N，

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）当△AMN 的面积为 $\frac{\sqrt{10}}{3}$ 时，求 k 的值．

20．（13 分）设 A 是如下形式的 2 行 3 列的数表，

a	b	c
d	e	f

满足性质 P：a，b，c，d，e，$f\in[-1,1]$，且 $a+b+c+d+e+f=0$．

记 $r_i(A)$ 为 A 的第 i 行各数之和（$i=1,2$），$c_j(A)$ 为 A 的第 j 列各数之和（$j=1,2,3$）；记 $k(A)$ 为 $|r_1(A)|$，$|r_2(A)|$，$|c_1(A)|$，$|c_2(A)|$，$|c_3(A)|$ 中的最小值．

（1）对如下数表 A，求 $k(A)$ 的值

1	1	-0.8
0.1	-0.3	-1

（2）设数表 A 形如

1	1	$-1-2d$
d	d	-1

其中 $-1\leqslant d\leqslant 0$．求 $k(A)$ 的最大值；

（III）对所有满足性质 P 的 2 行 3 列的数表 A，求 $k(A)$ 的最大值．

数学试题答案

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1．【分析】求出集合 B，然后直接求解 $A\cap B$.

【解答】解：因为 $B=\{x\in\mathrm{R}|(x+1)(x-3)>0\}=\{x|x<-1$ 或 $x>3\}$，

又集合 $A=\{x\in\mathrm{R}|3x+2>0\}=\{x|x>-\frac{2}{3}\}$，

所以 $A\cap B=\{x|x>-\frac{2}{3}\}\cap\{x|x<-1$ 或 $x>3\}=\{x|x>3\}$，

故选：D.

【点评】本题考查一元二次不等式的解法，交集及其运算，考查计算能力.

2．【分析】由 $\frac{10i}{3+i}=\frac{10i(3-i)}{(3+i)(3-i)}=1+3i$，能求出在复平面内，复数 $\frac{10i}{3+i}$ 对应的点的坐标.

【解答】解：$\because\frac{10i}{3+i}=\frac{10i(3-i)}{(3+i)(3-i)}$

$=\frac{30i+10}{10}=1+3i$，

∴在复平面内，复数 $\frac{10i}{3+i}$ 对应的点的坐标为（1，3），

故选：A.

【点评】本题考查复数的代数形式的乘积运算，是基础题．解题时要认真审题，注意复数的几何意义的求法.

3．【分析】本题属于几何概型，利用“测度”求概率，本例的测度即为区域的面积，故只要求出题中两个区域：由不等式组表示的区域 和到原点的距离大于 2 的点构成的区域的面积后再求它们的比值即可.

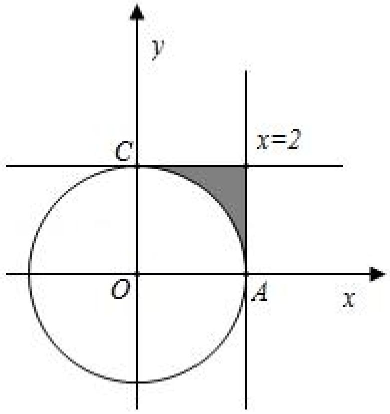
【解答】解：其构成的区域 D 如图所示的边长为 2 的正方形，面积为 $S_1=4$，

满足到原点的距离大于 2 所表示的平面区域是以原点为圆心，以 2 为半径的圆外部，

面积为 $S_2=4-\frac{\pi\times2^2}{4}=4-\pi$，

∴在区域 D 内随机取一个点，则此点到坐标原点的距离大于 2 的概率 $P=\frac{4-\pi}{4}$

故选：D.



【点评】本题考查几何概型，几何概型的概率的值是通过长度、面积、和体积、的比值得到，本题是通过两个图形的面积之比得到概率的值．

4．【分析】列出循环过程中 S 与 K 的数值，不满足判断框的条件即可结束循环．

【解答】解：第 1 次判断后 $S=1$，$k=1$，

第 2 次判断后 $S=2$，$k=2$，

第 3 次判断后 $S=8$，$k=3$，

第 4 次判断后 3＜3，不满足判断框的条件，结束循环，输出结果：8．

故选：C.

【点评】本题考查循环框图的应用，注意判断框的条件的应用，考查计算能力．

5．【分析】先判断函数的单调性，由于在定义域上两个增函数的和仍为增函数，故函数 $f(x)$ 为单调增函数，而 $f(0)<0$，$f(\frac{1}{2})>0$

由零点存在性定理可判断此函数仅有一个零点

【解答】解：函数 $f(x)$ 的定义域为$[0，+\infty)$

$\because y=x^{\frac{1}{2}}$在定义域上为增函数，$y=-(\frac{1}{2})^{x}$在定义域上为增函数

$\therefore$函数 $f(x)=x^{\frac{1}{2}}-(\frac{1}{2})^{x}$在定义域上为增函数

而 $f(0)=-1<0$，$f(1)=\frac{1}{2}>0$

故函数 $f(x)=x^{\frac{1}{2}}-(\frac{1}{2})^{x}$的零点个数为 1 个

故选：B.

【点评】本题主要考查了函数零点的判断方法，零点存在性定理的意义和运用，函数单调性的判断和意义，属基础题

6. 【分析】$a_1+a_3=\frac{a_2}{q}+a_2q$，当且仅当 a_2，q 同为正时，$a_1+a_3\geqslant 2a_2$ 成立；$a_1^2+a_3^2=(\frac{a_2}{q})^2+(a_2q)^2\geqslant 2a_2^2$，所以 $a_1^2+a_3^2\geqslant 2a_2^2$；若 $a_1=a_3$，则 $a_1=a_1q^2$，从而可知 $a_1=a_2$ 或 $a_1=-a_2$；若 $a_3>a_1$，则 $a_1q^2>a_1$，而 $a_4-a_2=a_1q(q^2-1)$，其正负由 q 的符号确定，故可得结论．

【解答】解：设等比数列的公比为 q，则 $a_1+a_3=\frac{a_2}{q}+a_2q$，当且仅当 a_2，q 同为正时，$a_1+a_3\geqslant 2a_2$ 成立，故 A 不正确；

$a_1^2+a_3^2=(\frac{a_2}{q})^2+(a_2q)^2\geqslant 2a_2^2$，$\therefore a_1^2+a_3^2\geqslant 2a_2^2$，故 B 正确；

若 $a_1=a_3$，则 $a_1=a_1q^2$，$\therefore q^2=1$，$\therefore q=\pm 1$，$\therefore a_1=a_2$ 或 $a_1=-a_2$，故 C 不正确；

若 $a_3>a_1$，则 $a_1q^2>a_1$，$\therefore a_4-a_2=a_1q(q^2-1)$，其正负由 q 的符号确定，故 D 不正确

故选：B.

【点评】本题主要考查了等比数列的性质．属基础题．

7. 【分析】通过三视图复原的几何体的形状，利用三视图的数据求出几何体的表面积即可．

【解答】解：三视图复原的几何体是底面为直角边长为 4 和 5 的三角形，

一个侧面垂直底面的等腰三角形，高为 4，底边长为 5，如图，

所以 $S_{底}=\frac{1}{2}\times 4\times 5=10$，

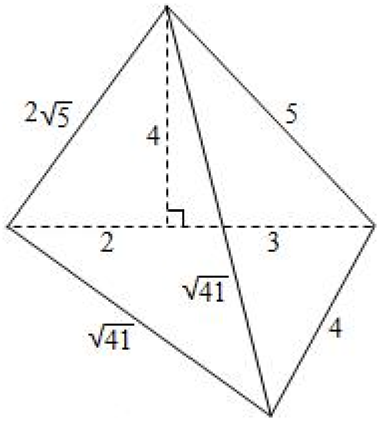
$S_{后}=\frac{1}{2}\times 5\times 4=10$，

$S_{右}=\frac{1}{2}\times 4\times 5=10$，

$S_{左}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{5}\times\sqrt{(\sqrt{41})^2-(\sqrt{5})^2}=6\sqrt{5}$.

几何体的表面积为：$S=S_{底}+S_{后}+S_{右}+S_{左}=30+6\sqrt{5}$.

故选：B.



【点评】本题考查三视图与几何体的关系，注意表面积的求法，考查空间想象能力计算能力.

8. 【分析】由已知中图象表示某棵果树前 n 年的总产量 S 与 n 之间的关系，可分析出平均产量的几何意义为原点与该点边线的斜率，结合图象可得答案.

【解答】解：若果树前 n 年的总产量 S 与 n 在图中对应 P（S，n）点

则前 n 年的年平均产量即为直线 OP 的斜率

由图易得当 $n=9$ 时，直线 OP 的斜率最大

即前 9 年的年平均产量最高，

故选：C.

【点评】本题以函数的图象与图象变化为载体考查了斜率的几何意义，其中正确分析出平均产量的几何意义是解答本题的关键.

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9. 【分析】确定圆的圆心坐标与半径，求得圆心到直线 $y=x$ 的距离，利用垂径定理构造直角三角形，即可求得弦长.

【解答】解：圆 $x^2+(y-2)^2=4$ 的圆心坐标为（0，2），半径为 2

∵圆心到直线 $y=x$ 的距离为 $\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

∴直线 $y=x$ 被圆 $x^2+(y-2)^2=4$ 截得的弦长为 $2\sqrt{4-2}=2\sqrt{2}$

故答案为：$2\sqrt{2}$

【点评】本题考查直线与圆相交，考查圆的弦长，解题的关键是求得圆心到直线 $y=x$ 的距离，利用垂径定理构造直角三角形求得弦长.

10. 【分析】根据等差数列的性质可求出公差，从而可求出第二项，以及等差数列的前 n 项和.

【解答】解：根据$\{a_n\}$为等差数列，$S_2=a_1+a_2=a_3=\frac{1}{2}+a_2$；

$\therefore d=a_3-a_2=\frac{1}{2}$

$\therefore a_2=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

$S_n=\frac{1}{2}n+\frac{n(n-1)}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}n(n+1)$

故答案为：1，$\frac{1}{4}n(n+1)$

【点评】本题主要考查了等差数列的前n项和，以及等差数列的通项公式，属于容易题．

11．【分析】利用正弦定理$\frac{a}{\sin\angle A}=\frac{b}{\sin\angle B}$，可求得$\angle B$，从而可得$\angle C$的大小．

【解答】解：∵$\triangle ABC$中，$a=3$，$b=\sqrt{3}$，$\angle A=\frac{\pi}{3}$，

∴由正弦定理$\frac{a}{\sin\angle A}=\frac{b}{\sin\angle B}$得：$\frac{3}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{\sin\angle B}$，

$\therefore \sin\angle B=\frac{1}{2}$．又$b<a$，

$\therefore \angle B<\angle A=\frac{\pi}{3}$．

$\therefore \angle B=\frac{\pi}{6}$．

$\therefore \angle C=\pi-\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$．

故答案为：$\frac{\pi}{2}$．

【点评】本题考查正弦定理，求得$\angle B$是关键，易错点在于忽视“△中大变对大角，小边对小角”结论的应用，属于基础题．

12．【分析】由函数$f(x)=lgx$，$f(ab)=lg(ab)=1$，知$f(a^2)+f(b^2)=lga^2+lgb^2=2lg(ab)$．由此能求出结果．

【解答】解：∵函数$f(x)=lgx$，$f(ab)=lg(ab)=1$，

$f(a^2)+f(b^2)=lga^2+lgb^2$

$=lg(ab)^2=2lg(ab)=2$.

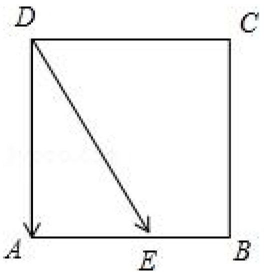
故答案为：2.

【点评】本题考查对数的运算性质，是基础题．解题时要认真审题，仔细解答．

13．【分析】直接利用向量转化，求出数量积即可．

【解答】解：因为 $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DA}=|\overrightarrow{DE}|\cdot|\overrightarrow{DA}|\cos<\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DA}>=\overrightarrow{DA}^2=1$.

故答案为：1



【点评】本题考查平面向量数量积的应用，考查计算能力．

14．【分析】由于 $g(x)=2^x-2\geq0$ 时，$x\geq1$，根据题意有 $f(x)=m(x-2m)(x+m+3)<0$ 在 $x>1$ 时成立，根据二次函数的性质可求

【解答】解：∵$g(x)=2^x-2$，当 $x\geq1$ 时，$g(x)\geq0$，

又∵$\forall x\in R$，$f(x)<0$ 或 $g(x)<0$

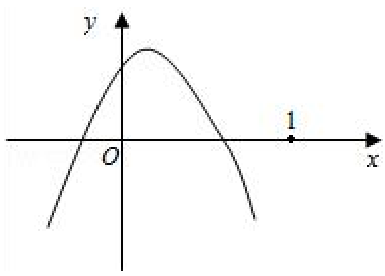
∴此时 $f(x)=m(x-2m)(x+m+3)<0$ 在 $x\geq1$ 时恒成立

则由二次函数的性质可知开口只能向下，且二次函数与 x 轴交点都在（1，0）的左面

则 $\begin{cases}m<0\\-m-3<1\\2m<1\end{cases}$

∴ $-4<m<0$

故答案为：$(-4,0)$



【点评】本题主要考查了全称命题与特称命题的成立，指数函数与二次函数性质的应用是解答本题的关键

三、解答题共 6 小题，共 80 分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

15. 【分析】（1）由 $\sin x\neq0$ 可得 $x\neq k\pi$（$k\in Z$），将 $f(x)$ 化为 $f(x)=\sqrt{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})-1$ 即可求其最小正周期；

（2）由（1）得 $f(x)=\sqrt{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})-1$，再由 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\leqslant2x-\frac{\pi}{4}\leqslant2k\pi+\frac{3\pi}{2}$，$x\neq k\pi$（$k\in Z$）即可求 $f(x)$ 的单调递减区间．

【解答】解：（1）由 $\sin x\neq0$ 得 $x\neq k\pi$（$k\in Z$），

故求 $f(x)$ 的定义域为 $\{x|x\neq k\pi,\ k\in Z\}$．

$\because f(x)=\frac{(\sin x-\cos x)\sin 2x}{\sin x}$

$=2\cos x(\sin x-\cos x)$

$=\sin 2x-\cos 2x-1$

$=\sqrt{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})-1$

$\therefore f(x)$ 的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$．

（2）$\because$ 函数 $y=\sin x$ 的单调递减区间为 $[2k\pi+\frac{\pi}{2},\ 2k\pi+\frac{3\pi}{2}]$（$k\in Z$）

$\therefore$ 由 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\leqslant2x-\frac{\pi}{4}\leqslant2k\pi+\frac{3\pi}{2}$，$x\neq k\pi$（$k\in Z$）

得 $k\pi+\frac{3\pi}{8}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{7\pi}{8}$，（$k\in Z$）

$\therefore f(x)$ 的单调递减区间为：$[k\pi+\frac{3\pi}{8},\ k\pi+\frac{7\pi}{8}]$（$k\in Z$）

【点评】本题考查三角函数中的恒等变换应用，着重考查正弦函数的单调性，注重辅助角公式的考察应用，求得 $f(x=\sqrt{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})-1$ 是关键，属于中档题．

16. 【分析】（1）D，E 分别为 AC，AB 的中点，易证 $DE//$ 平面 A_1CB；

（2）由题意可证 $DE\perp$ 平面 A_1DC，从而有 $DE\perp A_1F$，又 $A_1F\perp CD$，可证 $A_1F\perp$ 平面 $BCDE$，问题解决；

（3）取 A_1C，A_1B 的中点 P，Q，则 $PQ// BC$，平面 DEQ 即为平面 DEP，由 $DE\perp$ 平面，P 是等腰三角形 DA_1C 底边 A_1C 的中点，可证 $A_1C\perp$ 平面 DEP，从而 $A_1C\perp$ 平面 DEQ.

【解答】解：（1）∵D，E 分别为 AC，AB 的中点，

∴$DE// BC$，又 $DE\not\subset$ 平面 A_1CB，

∴$DE//$ 平面 A_1CB.

（2）由已知得 $AC\perp BC$ 且 $DE// BC$，

∴$DE\perp AC$，

∴$DE\perp A_1D$，又 $DE\perp CD$，

∴$DE\perp$ 平面 A_1DC，而 $A_1F\subset$ 平面 A_1DC，

∴$DE\perp A_1F$，又 $A_1F\perp CD$，

∴$A_1F\perp$ 平面 $BCDE$，

∴$A_1F\perp BE$.

（3）线段 A_1B 上存在点 Q，使 $A_1C\perp$ 平面 DEQ. 理由如下：如图，分别取 A_1C，A_1B 的中点 P，Q，则 $PQ// BC$.

∵$DE// BC$，

∴$DE// PQ$.

∴平面 DEQ 即为平面 DEP.

由（Ⅱ）知 $DE\perp$ 平面 A_1DC，

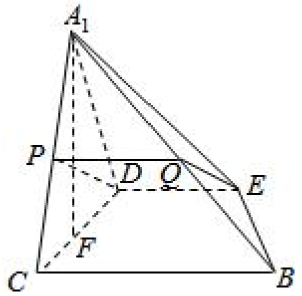
∴$DE\perp A_1C$，

又∵P 是等腰三角形 DA_1C 底边 A_1C 的中点，

∴$A_1C\perp DP$，

∴$A_1C\perp$ 平面 DEP，从而 $A_1C\perp$ 平面 DEQ，

故线段 A_1B 上存在点 Q，使 $A_1C\perp$ 平面 DEQ.



【点评】本题考查直线与平面平行的判定，直线与平面垂直的判定与性质，考查学生的分析推理证明与逻辑思维能力，综合性强，属于难题．

17．【分析】（1）厨余垃圾600吨，投放到“厨余垃圾”箱400吨，故可求厨余垃圾投放正确的概率；

（2）生活垃圾投放错误有200+60+20+20＝300，故可求生活垃圾投放错误的概率；

（3）计算方差可得 $s^2=\frac{1}{3}[(a-200)^2+(b-200)^2+(c-200)^2]=\frac{1}{3}(a^2+b^2+c^2-120000)$，因此有当 a＝600，b＝0，c＝0 时，有 s^2＝80000．

【解答】解：（1）由题意可知：厨余垃圾600吨，投放到“厨余垃圾”箱400吨，故厨余垃圾投放正确的概率为 $\frac{400}{600}=\frac{2}{3}$；

（2）由题意可知：生活垃圾投放错误有200+60+20+20＝300，故生活垃圾投放错误的概率为 $\frac{300}{1000}=\frac{3}{10}$；

（3）由题意可知：∵$a+b+c$＝600，∴a，b，c 的平均数为200

∴ $s^2=\frac{1}{3}[(a-200)^2+(b-200)^2+(c-200)^2]=\frac{1}{3}(a^2+b^2+c^2-120000)$，

∵ $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac\geqslant a^2+b^2+c^2$，因此有当 a＝600，b＝0，c＝0 时，有 s^2＝80000．

【点评】本题考查概率知识的运用，考查学生的阅读能力，属于中档题．

18．【分析】（1）根据曲线 $y=f(x)$ 与曲线 $y=g(x)$ 在它们的交点（1，c）处具有公共切线，可知切点处的函数值相等，切点处的斜率相等，故可求 a、b 的值；

（2）当 a＝3，b＝－9 时，设 $h(x)=f(x)+g(x)=x^3+3x^2-9x+1$，求导函数，确定函数的极值点，进而可得 $k\leqslant-3$ 时，函数 $h(x)$ 在区间 $[k,2]$ 上的最大值为 $h(-3)=28$；$-3<k<2$ 时，函数 $h(x)$ 在区间 $[k,2]$ 上的最大值小于28，由此可得结论．

【解答】解：（1）$f(x)=ax^2+1$（$a>0$），则 $f'(x)=2ax$，$k_1=2a$，

$g(x)=x^3+bx$，则 $g'(x)=3x^2+b$，$k_2=3+b$，

由（1，c）为公共切点，可得：$2a=3+b$①

又 $f(1)=a+1$，$g(1)=1+b$，

∴$a+1=1+b$，

即 $a=b$，代入①式，可得：$a=3$，$b=3$．

（2）当 $a=3$，$b=-9$ 时，设 $h(x)=f(x)+g(x)=x^3+3x^2-9x+1$

则 $h'(x)=3x^2+6x-9$，

令 $h'(x)=0$，

解得：$x_1=-3$，$x_2=1$；

∴$k\leqslant-3$ 时，函数 $h(x)$ 在 $(-\infty,-3)$ 上单调增，在 $(-3,1]$ 上单调减，$(1,2)$ 上单调增，所以在区间 $[k,2]$ 上的最大值为 $h(-3)=28$

$-3<k<2$ 时，函数 $h(x)$ 在区间 $[k,2]$ 上的最大值小于 28

所以 k 的取值范围是 $(-\infty,-3]$

【点评】本题考查导数知识的运用，考查导数的几何意义，考查函数的单调性与最值，解题的关键是正确求出导函数．

19．【分析】（Ⅰ）根据椭圆一个顶点为 A（2，0），离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，可建立方程组，从而可求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）直线 $y=k(x-1)$ 与椭圆 C 联立 $\begin{cases}y=k(x-1)\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1\end{cases}$，消元可得 $(1+2k^2)x^2-4k^2x+2k^2-4=0$，从而可求 $|MN|$，A（2，0）到直线 $y=k(x-1)$ 的距离，利用△AMN 的面积为 $\frac{\sqrt{10}}{3}$，可求 k 的值．

【解答】解：（Ⅰ）∵椭圆一个顶点为 A（2，0），离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∴$\begin{cases}a=2\\ \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}$

∴$b=\sqrt{2}$

∴椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$；

（Ⅱ）直线 $y=k(x-1)$ 与椭圆 C 联立 $\begin{cases}y=k(x-1)\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1\end{cases}$，消元可得 $(1+2k^2)x^2-4k^2x+2k^2-4=0$

设 $M(x_1, y_1)$，$N(x_2, y_2)$，则 $x_1+x_2=\frac{4k^2}{1+2k^2}$，$x_1x_2=\frac{2k^2-4}{1+2k^2}$

∴ $|MN|=\sqrt{1+k^2}\times\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\frac{2\sqrt{(1+k^2)(4+6k^2)}}{1+2k^2}$

∵ $A(2, 0)$ 到直线 $y=k(x-1)$ 的距离为 $d=\frac{|k|}{\sqrt{1+k^2}}$

∴△AMN 的面积 $S=\frac{1}{2}|MN|d=\frac{|k|\sqrt{4+6k^2}}{1+2k^2}$

∵△AMN 的面积为 $\frac{\sqrt{10}}{3}$，

∴ $\frac{|k|\sqrt{4+6k^2}}{1+2k^2}=\frac{\sqrt{10}}{3}$

∴ $k=\pm1$.

【点评】本题考查椭圆的标准方程，考查直线与椭圆的位置关系，考查三角形面积的计算，解题的关键是正确求出 $|MN|$.

20. 【分析】（1）根据 $r_i(A)$ 为 A 的第 i 行各数之和（$i=1$，2），$c_j(A)$ 为 A 的第 j 列各数之和（$j=1$，2，3）；记 $k(A)$ 为 $|r_1(A)|$，$|r_2(A)|$，$|c_1(A)|$，$|c_2(A)|$，$|c_3(A)|$ 中的最小值可求出所求；

（2）$k(A)$ 的定义可求出 $k(A)=1+d$，然后根据 d 的取值范围可求出所求；

（III）任意改变 A 三维行次序或列次序，或把 A 中的每个数换成它的相反数，所得数表 A^* 仍满足性质 P，并且 $k(A)=k(A^*)$

因此，不防设 $r_1(A)\geqslant0$，$c_1(A)\geqslant0$，$c_2(A)\geqslant0$，然后利用不等式的性质可知 $3k(A)\leqslant r_1(A)+c_1(A)+c_2(A)$，从而求出 $k(A)$ 的最大值.

【解答】解：（1）因为 $r_1(A)=1.2$，$r_2(A)=-1.2$，$c_1(A)=1.1$，$c_2(A)=0.7$，$c_3(A)=-1.8$，

所以 $k(A)=0.7$

（2）$r_1(A)=1-2d$，$r_2(A)=-1+2d$，$c_1(A)=c_2(A)=1+d$，$c_3(A)=-2-2d$

因为 $-1\leqslant d\leqslant0$，

所以$|r_1(A)|=|r_2(A)|\geqslant 1+d\geqslant 0$，$|c_3(A)|\geqslant 1+d\geqslant 0$

所以$k(A)=1+d\leqslant 1$

当$d=0$时，$k(A)$取得最大值1

（III）任给满足性质P的数表A（如下所示）

a	b	c
d	e	f

任意改变A三维行次序或列次序，或把A中的每个数换成它的相反数，所得数表A^*仍满足性质P，并且$k(A)=k(A^*)$

因此，不防设$r_1(A)\geqslant 0$，$c_1(A)\geqslant 0$，$c_2(A)\geqslant 0$，

由$k(A)$的定义知，$k(A)\leqslant r_1(A)$，$k(A)\leqslant c_1(A)$，$k(A)\leqslant c_2(A)$，

从而$3k(A)\leqslant r_1(A)+c_1(A)+c_2(A)=(a+b+c)+(a+d)+(b+e)=(a+b+c+d+e+f)+(a+b-f)=a+b-f\leqslant 3$

所以$k(A)\leqslant 1$

由（2）可知，存在满足性质P的数表A使$k(A)=1$，故$k(A)$的最大值为1．

【点评】本题主要考查了进行简单的演绎推理，同时分析问题的能力以及不等式性质的应用，同时考查了转化的思想，属于中档题．