

# 百师联盟 2021 届高三 一轮复习联考(二) 全国卷 文科数学试卷

## 注意事项:

- 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
- 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟,满分 150 分

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 集合  $A = \{x | x = 2n + 1, n \in \mathbb{Z}\}$ ,  $B = \{x | x^2 \leq 10, x \in \mathbb{R}\}$ , 则  $A \cap B =$

- A.  $\{1, 3\}$       B.  $\{-3, -1, 1, 3\}$       C.  $\{-3, 3\}$       D.  $\{-3, -1\}$

2. 已知复数  $z = 1 + i$ ,  $\bar{z}$  为  $z$  的共轭复数, 则  $|\bar{z} \cdot (z + 1)| =$

- A.  $\sqrt{2}$       B. 2      C. 10      D.  $\sqrt{10}$

3. 函数  $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x \geq 2 \\ f(x+1), & x < 2 \end{cases}$ , 则  $f(0) =$

- A. -1      B. 0      C. 1      D. 2

4. 已知实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} x + y - 1 \geq 0 \\ x - 2y + 2 \geq 0 \\ 2x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$ , 则  $z = 2x + y$  的最大值为

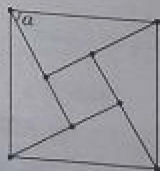
- A. 1      B. 2      C. 6      D. 8

5. 命题  $p$ : 若直线  $a \parallel$  平面  $\alpha$ , 直线  $b \subset \alpha$ , 则  $a \parallel b$ ; 命题  $q$ : 若平面  $\alpha \perp$  平面  $\beta$ , 直线  $a \subset \alpha, b \subset \beta$ , 则  $a \perp b$ . 下列命题中为真命题的是

- A.  $p \vee q$       B.  $p \wedge (\neg q)$   
C.  $(\neg p) \wedge q$       D.  $(\neg p) \wedge (\neg q)$

6. 三国时期, 吴国数学家赵爽绘制“勾股圆方图”证明了勾股定理(西方称之为“毕达哥拉斯定理”). 如图, 四个完全相同的直角三角形和中间的小正方形拼成一个大正方形, 若该勾股圆方图中小正方形的面积  $S_1$  与大正方形面积  $S_2$  之比  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{25}$ , 则图中角  $\alpha$  满足  $\tan \alpha =$

- A.  $\frac{3}{4}$       B.  $\frac{4}{3}$       C.  $\frac{5}{4}$



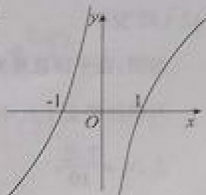
关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯(ID:bj\_gaokao), 获取更多试题资料及排名分析信息。

7.  $\triangle ABC$  中,  $AB=1, AC=\sqrt{5}$ , 面积  $S_{\triangle ABC}=1, m=\vec{AB}+\vec{CA}, n=\lambda\vec{AB}-\vec{CA}$ , 若  $m \perp n$ , 则实数  $\lambda=$   
 A. 0 B. 3 C. -3 D. 2

8. 命题  $p$ : 直线  $x+(m+1)y-2=0$  与直线  $mx+2y+4=0$  相交; 命题  $q$ : 直线  $mx-y-1=0$  与圆  $(x-3)^2+y^2=8$  相离. 若命题  $p \wedge q$  为真命题, 则实数  $m$  的取值范围为

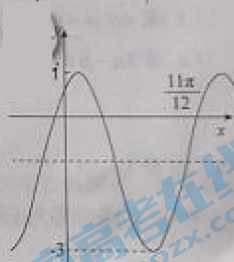
- A.  $(-\infty, -1) \cup (7, +\infty)$   
 B.  $(-1, 1) \cup (1, 7)$   
 C.  $(-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup (7, +\infty)$   
 D.  $(-\infty, -2) \cup (7, +\infty)$

9. 函数  $f(x)$  的导函数为  $f'(x)$ , 若已知  $f'(x)$  的图象如图, 则下列说法正确的是



- A.  $f(x)$  存在极大值点  
 B.  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  单调递增  
 C.  $f(x)$  一定有最小值  
 D. 不等式  $f(x) < 0$  一定有解

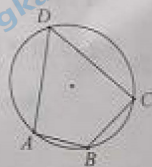
10. 函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \frac{\pi}{3}) + m (\omega > 0)$  的部分图象如图, 则



$f(\frac{\pi}{2}) =$

- A.  $-\sqrt{3}-1$   
 B. 1  
 C.  $\sqrt{3}-1$   
 D. 0

11. 如图, 某市一个圆形公园的中心为喷泉广场,  $A$  为入口,  $B$  为公园内紧贴围墙修建的一个凉亭,  $C$  为公园内紧贴围墙修建的公厕, 已知  $AB=300\text{ m}, BC=500\text{ m}, \angle ABC=120^\circ$ , 计划在公园内  $D$  处紧贴围墙再修建一座凉亭, 若要使得  $AB, BC, CD$  和  $DA$  的总长度  $L$  最大, 则  $DC$  的长度应为



- A. 500 m B. 700 m  
 C.  $700\sqrt{3}\text{ m}$  D.  $\frac{1400\sqrt{3}}{3}\text{ m}$

12. 已知数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = \frac{3}{2}$ , 且满足  $a_n = \frac{1}{2}a_{n-1} + \frac{1}{2^n} (n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*)$ , 若对于任意  $n \in \mathbb{N}^*$ , 都有

$\frac{\lambda}{n} \geq a_n$  成立, 则实数  $\lambda$  的最小值是

- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

二. 填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知  $\sin(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{3}$ , 则  $\sin(\frac{3\pi}{4} - \alpha) =$  北京高考资讯 (ID: bj-gaokao), 获取更多试题资料及排名分析信息。

14. 等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n, a_4 = -16, S_5 = a_1 + 4$ , 则公比  $q$  为 \_\_\_\_\_.

15. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=4$ ,  $AC=2\sqrt{2}$ ,  $\angle BAC=45^\circ$ ,  $D$  为边  $BC$  的中点,  $M$  为中线  $AD$  的中点, 则向量  $\overrightarrow{BM}$  的模为 \_\_\_\_\_.

16. 函数  $f(x) = x - 2$  与  $g(x) = \frac{k-3+4\ln x}{x}$  ( $k$  为常数) 的图象有四个不同的交点, 则  $k$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。第 17 - 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 60 分。

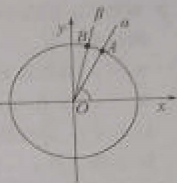
17. (12 分)

如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 角  $\alpha, \beta$  ( $0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$ ) 的终边分别与单位圆交于点  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  两点, 且点  $A$  在直线  $2x - y = 0$

$$\text{上, } y_2 = \frac{7\sqrt{2}}{10}.$$

(1) 求  $\sin(\alpha + \beta)$  的值;

(2) 求  $2\alpha - \beta$  的值.



18. (12 分)

数列  $\{a_n\}$  各项都为正数, 前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $a_1 = 2, a_2 = 5$ . 当  $n \geq 3$  时,  $S_n = S_{n-2} + \frac{1}{3}(a_n^2 - a_{n-1}^2)$ .

(1) 求  $a_n$ ;

(2) 求数列  $\left\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

19. (12 分)

$\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  分别为角  $A, B, C$  的对边,  $m = (\sqrt{3} \cos A, \cos A - 1)$ ,  $n = (\sin A, \cos A + 1)$ , 且  $m \perp n$ .

(1) 求  $A$ ;

(2) 若  $a = \sqrt{7}, b - c = 1$ , 求  $\triangle ABC$  的周长.

20. (12 分)

某果农种植一种水果, 每年施肥和灌溉等需投入 4 万元. 为了提高产量, 同时改善水果口味以赢得市场, 计划在今年投入  $x$  万元用于改良品种. 根据其他果农种植经验发现, 该水果年

一轮复习联考(二) 全国卷 文科数学试卷 第 3 页 (共 6 页)

关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯(ID:bj-gaokao) 获取更多考试资料及排名分析信息。

产量  $x$  (万斤) 与用于改良品种的资金投入  $x$  (万元) 之间的关系大致为:  $t = 3 - \frac{m}{x+1}$  ( $x \geq 0, m$  为常数), 若不改良品种, 年产量为 1 万斤, 该水果最初售价为每斤 4.75 元, 改良品种后, 售价每斤提高  $\frac{x}{4}$  元. 假设产量和价格不受其他因素的影响.

- (1) 设该果农种植该水果所获得的年利润为  $y$  (万元), 试求  $y$  关于资金投入  $x$  (万元) 的函数关系式, 并求投入 2 万元改良品种时, 年利润为多少?
- (2) 该果农一年内应当投入多少万元用于改良品种, 才能使得年利润最大? 最大利润为多少?

21. (12 分)

函数  $f(x) = 1 + x \cdot e^x - k(e^x - 1)$ .

- (1) 当  $k=1$  时, 求  $f(x)$  的单调区间;
- (2) 当  $x > 0, k \leq 2$  时, 证明:  $f(x) > 0$ .

(二) 选考题: 10 分. 请考生在第 22、23 题中选定一题作答, 并用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号方框涂黑. 按所涂题号进行评分, 多涂、错涂、漏涂均不给分, 如果多答, 则按所答第一题评分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  的方程为:  $x - \sqrt{3}y - 2 = 0$ , 直线  $l$  上一点  $P(5, \sqrt{3})$ , 以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho = 2 \cos \theta$ .

- (1) 判断曲线  $C$  的形状并求出曲线  $C$  的直角坐标方程;
- (2) 直线  $l$  与曲线  $C$  相交于  $A, B$  两点, 求  $|PA| \cdot |PB|$  的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

函数  $f(x) = 2|x-1| + |x+3|$ .

- (1) 解不等式:  $f(x) \leq 6$ ;
- (2) 证明: 对于任意  $x \in \mathbf{R}$ , 都有  $f(x) \geq 4$  成立.

# 关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（[www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。  
北京高考在线官方网站：[www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)

北京高考资讯 (ID: bj-gaokao)  
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](https://www.gaokzx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。