

# 2019 北京顺义一中高三（上）期中

## 数 学

一、选择题(共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分, 在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项)

1. 已知集合  $M = \{x \mid -1 < x < 3\}$ ,  $N = \{x \mid x^2 \leq 4\}$ , 那么  $A \cap B =$

- A.  $[-2, -1) \cup [2, 3)$       B.  $(-1, 2]$       C.  $[2, 3)$       D.  $[-2, 3)$

2. 复数  $\frac{2+i}{4-3i} =$

- A.  $\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$       B.  $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$       C.  $\frac{11}{25} - \frac{2}{25}i$       D.  $\frac{11}{25} + \frac{2}{25}i$

3. 将函数  $y = 2\cos x$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{2}$  个单位长度, 再将所得图象上的所有点的横坐标缩短到原来的  $\frac{1}{2}$  (纵坐标不变), 得到的函数解析式为

- A.  $y = 2\cos 2x$       B.  $y = -2\cos 2x$       C.  $y = -2\sin 2x$       D.  $y = 2\sin 2x$

4. 已知向量  $\vec{a} = (2, 1)$ ,  $\vec{b} = (-2, k)$ , 且  $\vec{a} \perp (2\vec{a} - \vec{b})$ , 则实数  $k =$

- A. 14      B. -6      C. 6      D. -14

5. 设  $a, b$  是实数, 则 “ $a > b$ ” 是 “ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ” 的

- A. 充分而不必要条件      B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件

6. 设函数  $f(x) = xe^x$ , 则

- A.  $x = -1$  为  $f(x)$  的极大值点且曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, f(0))$  处的切线的斜率为 1;  
B.  $x = 1$  为  $f(x)$  的极小值点且曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, f(0))$  处的切线的斜率为  $2e$ ;  
C.  $x = -1$  为  $f(x)$  的极小值点且曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, f(0))$  处的切线的斜率为 1;  
D.  $x = -1$  为  $f(x)$  的极大值点且曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, f(0))$  处的切线的斜率为  $2e$ ;

7. 若函数  $f(x) = \frac{1}{x^2} - 2x - a$ , 当  $x \geq \frac{1}{3}$  时,  $f(x) \leq 0$  恒成立, 则  $a$  的取值范围是

- A.  $(-\infty, 3]$       B.  $[3, +\infty)$       C.  $(-\infty, \frac{25}{3}]$       D.  $[\frac{25}{3}, +\infty)$

8. 过点  $P(\frac{1}{2}, 1)$  的直线  $l$  与圆  $C: (x-1)^2 + y^2 = 4$  交于 A, B 两点, C 为圆心, 当  $\angle ACB$  最小时, 直线  $l$  的方程为

- A.  $2x + y + 2 = 0$       B.  $2x + y - 2 = 0$       C.  $2x - 4y + 3 = 0$       D.  $2x + 4y - 3 = 0$

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

9. 若  $(1+ai)i = 2+i (a \in R)$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_

10. 在  $\triangle ABC$  中, A, B, C 分别是三边  $a, b, c$  所对得角,  $a = 15, b = 10, A = \frac{\pi}{3}$ ,  $\cos B =$  \_\_\_\_\_

11. 已知数列  $\{a_n\}$  满足:  $a_{4n-3} = 1, a_{4n-1} = 0, a_{2n} = a_n, n \in N^*$ , 则  $a_{2019} =$  \_\_\_\_\_;  $a_{2020} =$  \_\_\_\_\_

12. 设函数  $f(x) = ax^3 + bx + 4$  在  $x = 2$  处取得极小值, 曲线  $y = f(x)$  在点  $(3, f(3))$  处的切线与直线  $y = -\frac{1}{5}x$  互相垂直, 则函数  $y = f(x)$  在  $(-\infty, 0]$  上的最大值为\_\_\_\_\_

13. 设  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  是单位向量, 且  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ , 则  $(\vec{a} - \vec{c}) \cdot (\vec{b} - \vec{c})$  的最小值为\_\_\_\_\_

14. 设函数  $f(x) = \begin{cases} 2^x - 1, & x < a \\ 4(x^2 - 3x + 2), & x \geq a \end{cases}$ , 则当  $a = 1$  时, 求  $f(x)$  的最小值为\_\_\_\_\_ ; 若  $f(x)$  恰有两个零点, 求实数  $a$  的取值范围\_\_\_\_\_

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 80 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

15. (本小题满分 13 分)

已知函数  $f(x) = \sin \omega x (\sin \omega x + \cos \omega x)$  的最小正周期为  $\pi$ ,  $\omega$  为实数

(1) 求  $\omega$  的值;

(2) 求函数  $f(x)$  的单调递减区间;

16. (本小题满分 13 分)

已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 2, a_n - a_{n-1} = 2^{n-1} (n \geq 2)$

(I) 求  $a_2, a_3, a_4$  的值和  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 设  $b_n = 2 \log_2 a_n - 1$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

17. (本小题满分 13 分)

在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $A, B, C$  成等差数列

(I) 若  $b = \sqrt{13}, a = 3$ , 求  $c$  的值;

(II) 设  $t = \sin A \sin C$ , 求  $t$  的最大值.

18. (本小题满分 14 分)

已知半径为 5 的圆C的圆心在x轴上, 圆心的横坐标是整数, 且与直线 $4x + 3y - 29 = 0$ 相切。

(I) 求圆C的方程;

(II) 设直线 $ax - y + 5 = 0$ 与圆C相交于A, B两点, 求实数a的取值范围;

(III) 在 (II) 的条件下, 是否存在实数a, 使得过点P(-2,4)的直线l垂直平分弦AB? 若存在, 求出实数a的值; 若不存在, 请说明理由。

19. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + (m - 2)x - 2m \ln x (m < 0)$

(I) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 当 $m \leq -\frac{1}{2}$ 时, 求证:  $f(x) - mx$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数;

(III) 求证: 当 $-1 < m < 0$ 时, 对任意 $x \in [1, +\infty)$ ,  $f(x) \geq 2m(1 - \ln 2) - 2$

20. (本小题满分 13 分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前n项和为 $S_n$ , 若对 $\forall n \in N^*$ , 总 $\exists k \in N^*$ , 使得 $S_n = a_k$ , 则称数列 $\{a_n\}$ 是“G数列”

(I) 若数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 其首项 $a_1 = 1$ , 公差 $d = -1$ , 证明: 数列 $\{a_n\}$ 是“G数列”;

(II) 若数列 $\{a_n\}$ 的前n项和 $S_n = 3^n (n \in N^*)$ , 判断数列 $\{a_n\}$ 是否为“G数列”, 并说明理由;

(III) 证明: 对任意的等差数列 $\{a_n\}$ , 总存在两个“G数列” $\{b_n\}$ 和 $\{c_n\}$ , 使得 $a_n = b_n + c_n (n \in N^*)$ 成立。

# 关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（[www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。  
北京高考在线官方网站：[www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)

北京高考资讯 (ID: bj-gaokao)  
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](https://www.gaokzx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。