2023北京中关村中学高一（下）期中

数　　学

2023.04

本试卷共4页，150分,考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回.

第一部分 基础应用

一、选择题.本部分共12道小题，每题4分，共48分。在每题列出的四个选项中，选出最符合题目要求的一项.

1.设$\alpha\in(0,\pi)$，且$\cos\alpha=-\dfrac{1}{2}$，则$\alpha=$（　）

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{3}$　　C. $\dfrac{2\pi}{3}$　　D. $\dfrac{5\pi}{6}$

2. 已知$|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$，且$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1$，则$|\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|=$（　）

A．3　　B．$\sqrt{5}$　　C．5　　D．9

3. 若一个扇形的半径变为原来的2倍，而弧长也变为原来的2倍，则（　）

A. 扇形的面积不变　　B. 扇形的圆心角不变

C. 扇形的面积增大到原来的2倍　　D. 扇形的圆心角增大到原来的2倍

4. 下列四个函数中，以π为最小正周期，且在区间$\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$上为增函数的是（　）

A. $y=\sin x$　　B. $y=\cos 2x$　　C. $y=\tan x$　　D. $y=\sin\dfrac{x}{2}$

5. 设$a=\lg 2$，$b=\cos 2$，$c=2^{0.2}$，则（　）

A. $b<c<a$　　B. $c<b<a$　　C. $b<a<c$　　D. $a<b<c$

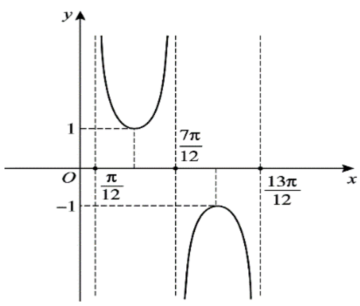
6. 要得到函数$y=2\sin(2x-\dfrac{\pi}{3})$的图象，只需把函数$y=2\sin 2x$的图象（　）

A．向左平移$\dfrac{\pi}{3}$个单位　　B．向右移$\dfrac{\pi}{3}$个单位　C．向左平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位　　D．向右平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位

7. 已知$\tan\alpha=-3$，则$\dfrac{2\sin\alpha-\cos\alpha}{2\sin\alpha+\cos\alpha}$的值为（　）

A．$\dfrac{7}{5}$　　B．$-\dfrac{7}{5}$　　C．$\dfrac{5}{7}$　　D．$-\dfrac{5}{7}$

8．已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$ $(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$，若$g(x)\cdot f(x)=1$，且函数$g(x)$的部分图象如图所示，则$\varphi$等于（　）



A. $-\frac{\pi}{3}$　　　　B. $-\frac{\pi}{6}$　　　　C. $\frac{\pi}{6}$　　　　D. $\frac{\pi}{3}$

9. 已知 $\boldsymbol{e}$ 是单位向量，向量 $\boldsymbol{a}$ 满足 $\frac{1}{2}\leqslant \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{e}\leqslant 1$，则 $|\boldsymbol{a}|$ 的取值范围是（　）

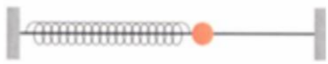
A. $(0,+\infty)$　　　B. $(0,1]$　　　C. $[\frac{1}{2},+\infty)$　　D. $[\frac{1}{2},1]$

10. “$a<-1$”是“$\exists x_0\in R, a\cos x_0+1<0$”的（　）

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件　C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

11.从物理学知识可知，图中弹簧振子中的小球相对平衡位置的位移 y 与时间 t（单位：s）的关系符合函数 $y=A\sin(\omega t+\varphi)$ $(|\omega|<100)$. 从某一时刻开始，用相机的连拍功能给弹簧振子连拍了 20 张照片.已知连拍的间隔为 0.01s，将照片按拍照的时间先后顺序编号，发现仅有第 5 张、第 13 张、第 17 张照片与第 1 张照片是完全一样的，请写出小球正好处于平衡位置的所有照片的编号为（　）

A. 9，15　　　B. 6，18　　　C. 4，11，18　　D. 6，12，18



12.已知 sinα+sinβ＝1，则函数 y＝sinα－cos²β 的值域是（　　）

A. $[-\frac{1}{4}, 0]$　　B. $[-\frac{1}{4}, 2]$　　　C. $[0, 2]$　　　D. $[-\frac{1}{4}, +\infty)$

二、填空题. 本大题共 5 道小题，每题 5 分，共 25 分.

13. 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\frac{3}{5}$，则 cos (π＋$\alpha$)的值为________.

14. 在△ABC 中，点 D 满足 $\overrightarrow{BD}=4\overrightarrow{DC}$，若 $\overrightarrow{AD}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，则 $x-y=$__________.

15. 暑假期间，甲外出旅游的概率是 $\frac{1}{4}$，乙外出旅游的概率是 $\frac{1}{5}$，假定甲乙两人的行动相互之间没有影响，则暑假期间两人中至少有一人外出旅游的概率是____________.

16. 某学校开展了“国学”系列讲座活动，为了了解活动效果，用分层抽样的方法从高一年级所有学生中抽取 10 人进行国学素养测试，这 10 名同学的性别和测试成绩（百分制）的茎叶图如图所示，则男生成绩的 75%分位数为________；已知高一年级中男生总数为 80 人，试估计高一年级学生总数为__________.

男		女
	5	6
4	6	
8　7　6	7	0　6　9
	8	7　8

17. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2，$\angle BAD=120^{\circ}$，点 E，F 分别在边 BC，CD 上，$\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{DF}=\mu\overrightarrow{DC}$. 若 $\lambda+\mu=\frac{2}{3}$，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}$ 的最小值为________.

三、解答题. 本大题共 3 道小题，共 32 分.

18.（本题满分 8 分）

已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{1-\cos^2 x}{\sin x\tan x}$

（I）求 $f\left(x\right)$ 的定义域;

（II）若 $f\left(\theta\right)=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，且 $\theta\in\left(\pi,\dfrac{3\pi}{2}\right)$，求 $\tan\left(\pi-\theta\right)$ 的值.

19.（本题满分 11 分）

已知向量 $\boldsymbol{a}$=（1，2），$\boldsymbol{b}$=（-3，k）.

（I）若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，求 $|\boldsymbol{b}|$ 的值;

（II）若 $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$，求实数 k 的值;

（III）若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角是钝角，求实数 k 的取值范围.

20.（本题满分 13 分）

已知函数 $f\left(x\right)=A\sin(2\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,\ |\varphi|\le\dfrac{\pi}{2})$，振幅为 2，初相为 $\dfrac{\pi}{6}$.

（I）若函数 $f\left(x\right)$ 相邻的两条对称轴的距离为 $\dfrac{\pi}{2}$，

①求 ω 的值以及函数 $f(x)$ 的单调递减区间;

②求 $f(x)$ 在区间 $[0,\ \dfrac{\pi}{2}]$ 上的最值，以及相对应得 x 的值.

（II）若函数 $g(x)=f(x)-\sqrt{3}$ 在区间 $[0,3\pi]$ 上恰有 5 个零点，则 ω 的取值范围.

第二部分 综合应用

四、填空题. 本大题共 4 道小题，每题 5 分，共 20 分.

21. 定义运算 $a*b$ 为：$a*b=\begin{cases}a,a\le b,\\ b,a>b.\end{cases}$ 例如，1*2 =1，则函数 $f\left(x\right)=\sin x*\cos x$ 的值域为________.

22. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2，P 为正方形 $ABCD$ 内部（不含边界）的动点，且满足 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$，则 $\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{DP}$ 的取值范围是__________.

23. 已知函数 $f\left(x\right)=\sin x$，若存在 $x_1,x_2,\cdots,x_m$ 满足 $0\le x_1<x_2<\cdots<x_m\le 6\pi$，且 $\left|f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)\right|+\left|f\left(x_2\right)-f\left(x_3\right)\right|+\cdots+\left|f\left(x_{m-1}\right)-f\left(x_m\right)\right|=12$（$m\ge 2$，$m\in\mathrm{N}^*$），则 m 的最小值为__________.

24. 设函数 $f(x)=\sin(x\cos x)$，给出下列结论:

① $f(x)$ 是奇函数;

②当 $x\in(0,\dfrac{\pi}{2})$ 时， $f(x)>0$；

③ $f(x)$ 是周期函数；

④ $f(x)$ 存在无数个零点；

⑤ $\forall a>0$，$\exists x_1,x_2\in R(x_1<x_2)$，使得 $f(x_1)=f(x_2)=1$ 且 $|x_1-x_2|<a$．

其中正确结论的序号是______________．（写出所有正确结论的序号）

五、解答题. 本大题共 2 道小题，共 25 分.

25. （本题满分 10 分）

已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\dfrac{\pi}{3})+m-\sqrt{3}(\omega>0)$．在下列条件①、条件②、条件③这三个条件中，选择可以确定 ω 和 m 值的两个条件作为已知.

（I）求 $f(\dfrac{\pi}{6})$ 的值；

（II）若函数 $f(x)$ 在区间［0，a］上是增函数，求实数 a 的最大值

条件①： $f(0)=2$；

条件②： $f(x)$ 最大值与最小值之和为 0；

条件③： $f(x)$ 最小正周期为 π.

26. （本题满分 15 分）

设 $f(x)$ 是定义在区间$[s,t]$上的函数，在（s，t）内任取 n-1 个数 x_1，x_2，…，x_{n-2}，x_{n-1}，设 $x_1<x_2<\ldots<x_{n-2}<x_{n-1}$，令 $s=x_0$，$t=x_n$，如果存在一个正数 M，使得 $\forall n\in N^*$，$\sum\limits_{i=1}^{n}\left|f(x_i)-f(x_{i-1})\right|\le M$ 恒成立，则称函数 $f(x)$ 在区间$[s，t]$上具有性质 P.

已知函数 $f(x)=x$， $g(x)=\sin x$．

（I）若对任意 $x\in[0，1]$，不等式 $f(x)+g(x)\le a$ 恒成立，求实数 a 的取值范围；

（II）试判断函数 $f(x)+g(x)$ 在区间$\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$上是否具有性质 P?若具有性质 P，请求出 M 的最小值；若不具有性质 P，请说明理由.

（III）试判断函数 $f(x)\cdot g(x)$ 在区间$\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$上是否具有性质 P?若具有性质 P，请求出 M 的最小值；若不具有性质 P，请说明理由.

（Ⅳ）请试写出一个函数使其在区间$\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$上不具有性质 P.（请直接写出结果）

参考答案

第一部分 基础应用

一、选择题.本部分共 12 道小题，每题 4 分，共 48 分。在每题列出的四个选项中，选出最符合题目要求的一项.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	B	B	C	C	D	A	B	C	A	D	A

二、填空题. 本大题共 5 道小题，每题 5 分，共 25 分.

题号	13	14	15	16	17
答案	$-\dfrac{3}{5}$	$-\dfrac{3}{5}$	$\dfrac{2}{5}$	77.5；200	$\dfrac{4}{9}$

三、解答题. 本大题共 3 道小题，共 32 分.

18. （本题满分 8 分）

解：（I）依题意，$\sin x\neq 0$，$\tan x\neq 0$.

所以有 $x\neq\dfrac{k\pi}{2}(k\in Z)$.

所以函数 $f(x)$ 的定义域为 $\left\{x\middle|x\neq\dfrac{k\pi}{2},k\in Z\right\}$. ....3 分

（II）$f(x)=\dfrac{1-\cos^2 x}{\sin x\tan x}=\dfrac{\sin^2 x\cos x}{\sin^2 x}=\cos x$. ....5 分

由 $f(\theta)=-\dfrac{\sqrt5}{5}$，得 $\cos\theta=-\dfrac{\sqrt5}{5}$.

又因为 $\theta\in\left(\pi,\dfrac{3\pi}{2}\right)$，

所以 $\sin\theta=-\sqrt{1-\cos^2\theta}=-\sqrt{1-\dfrac{1}{5}}=-\dfrac{2\sqrt5}{5}$. ....6 分

所以 $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{-\dfrac{2\sqrt5}{5}}{-\dfrac{\sqrt5}{5}}=2$ ....7 分

所以 $\tan(\pi-\theta)=-\tan\theta=-2$ ....8 分

19. （本题满分 11 分）

解：（I）$\because$ 向量 $\vec a=(1,2),\vec b=(-3,k)$，且 $\vec a\parallel\vec b$，

$\therefore 1\times k-2\times(-3)=0$，解得 $k=-6$，

$\therefore |\vec b|=\sqrt{(-3)^2+(-6)^2}=3\sqrt5$， ....3 分

（II）$\because$ $\vec a+2\vec b=(-5,2+2k)$，且 $\vec a\perp(\vec a+2\vec b)$，

$\therefore 1\times(-5)+2\times(2+2k)=0$，解得 $k=\dfrac{1}{4}$， ....7 分

（III）$\because \vec{b}$ 与 $\vec{a}$ 的夹角是钝角，

则 $\vec{a}\bullet\vec{b}<0$ 且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 不共线，即 $1\times(-3)+2\times k<0$ 且 $k\neq-6$，

$\therefore k<\dfrac{3}{2}$ 且 $k\neq-6$ ....11 分

20.（本题满分 13 分）

解：由题知 $A=2$，$\varphi=\dfrac{\pi}{6}$，所以 $f(x)=2\sin\left(2\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)$

（I）①由题函数 $f(x)$ 相邻的两条对称轴的距离为 $\dfrac{\pi}{2}$，所以 $T=\pi$，

所以 $\omega=1$，$f(x)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$.

因为 $y=\sin x$ 的单调递减区间为 $\left[2k\pi+\dfrac{\pi}{2},2k\pi+\dfrac{3\pi}{2}\right]$（$k\in\mathbf{Z}$），

令 $2x+\dfrac{\pi}{6}\in\left[2k\pi+\dfrac{\pi}{2},2k\pi+\dfrac{3\pi}{2}\right]$（$k\in\mathbf{Z}$），得 $x\in\left[k\pi+\dfrac{\pi}{6},k\pi+\dfrac{2\pi}{3}\right]$（$k\in\mathbf{Z}$）.

所以 $f(x)$ 的单调递减区间为 $\left[k\pi+\dfrac{\pi}{6},k\pi+\dfrac{2\pi}{3}\right]$（$k\in\mathbf{Z}$）..............................4 分

②因为 $x\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$，所以 $2x+\dfrac{\pi}{6}\in\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{7\pi}{6}\right]$.

当 $2x+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}$，即 $x=\dfrac{\pi}{6}$ 时，$f(x)$ 最大值为 2，

当 $2x+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{7\pi}{6}$，即 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 时，$f(x)$ 最小值为-1..............................8 分

（II）由题可得 $2\sin\left(2\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}$，所以 $\sin\left(2\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

因为 $0\leq x\leq 3\pi$，所以 $\dfrac{\pi}{6}\leq 2\omega x+\dfrac{\pi}{6}\leq 6\omega\pi+\dfrac{\pi}{6}$，

若有 5 个零点，则 $4\pi+\dfrac{\pi}{3}\leq 6\omega\pi+\dfrac{\pi}{6}<4\pi+\dfrac{2\pi}{3}$，即 $\dfrac{25\pi}{6}\leq 6\omega\pi<\dfrac{9\pi}{2}$，

解得：$\dfrac{25}{36}\leq\omega<\dfrac{3}{4}$，

所以 ω 的取值范围是 $\dfrac{25}{36}\leq\omega<\dfrac{3}{4}$..............................13 分

第二部分 综合应用

四、填空题. 本大题共 4 道小题，每题 5 分，共 20 分.

题号	21	22	23	24
答案	$\left[-1,\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$	$[0,4)$	8	①②④⑤

五、解答题. 本大题共 2 道小题，共 25 分.

25. （本题满分 10 分）

解：（I）函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\frac{\pi}{3})+m-\sqrt{3}(\omega>0)$.

选条件①③：

由条件③得，$T=\frac{2\pi}{|\omega|}=\pi$，又因为 $\omega>0$，所以 $\omega=2$.

由①知，$f(0)=2\sin(\frac{\pi}{3})-\sqrt{3}+m=2$，所以 $m=2$.

则 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})+2-\sqrt{3}$.

所以 $f(\frac{\pi}{6})=2\sin(\frac{2\pi}{3})+2-\sqrt{3}=2$.

（II）

令 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x+\frac{\pi}{3}\le\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，所以 $-\frac{5\pi}{12}+k\pi\le x\le\frac{\pi}{12}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，

所以函数 f（x）的单调增区间为 $[-\frac{5\pi}{12}+k\pi,\frac{\pi}{12}+k\pi](k\in\mathbf{Z})$.

因为函数在区间［0，a]上单调递增，且 $0\in[-\frac{5\pi}{12},\frac{\pi}{12}]$，此时 k=0，

所以 $a\le\frac{\pi}{12}$，故 a 的最大值为 $\frac{\pi}{12}$. ……………………………10 分

选条件②③：

由于 $f(x)$ 最小正周期为 π，所以 ω=2，所以 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})+m-\sqrt{3}$；

由 $f(x)$ 最大值与最小值之和为 0，

$f(x)_{\min}=-2-\sqrt{3}+m,\ \ f(x)_{\max}=2-\sqrt{3}+m$，

故 $-2-\sqrt{3}+m+2-\sqrt{3}+m=0$，解得 $m=\sqrt{3}$.

所以 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$. 故 $f(\frac{\pi}{6})=2\sin\frac{2\pi}{3}=\sqrt{3}$. ………………………5 分

（II）解法同选条件①③.

令 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x+\frac{\pi}{3}\le\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，所以 $-\frac{5\pi}{12}+k\pi\le x\le\frac{\pi}{12}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，

所以函数 $f(x)$ 的单调增区间为 $[-\frac{5\pi}{12}+k\pi,\frac{\pi}{12}+k\pi](k\in\mathbf{Z})$.

因为函数在区间 [0，a]上单调递增，且 $0\in[-\frac{5\pi}{12},\frac{\pi}{12}]$，此时 k=0，

所以 $a\le\frac{\pi}{12}$，故 a 的最大值为 $\frac{\pi}{12}$． ……………………10 分

说明：不可以选择条件①②：

由①知， $f(0)=2\sin(\frac{\pi}{3})-\sqrt{3}+m=2$，所以 m=2；

由②知，$(2-\sqrt{3}+m)+(-2-\sqrt{3}+m)=0$，所以 $m=\sqrt{3}$；矛盾．

所以函数 $f(x)$ 不能同时满足条件①和②．

26．（本题满分 15 分）

解：（I）使得 $f(x)+g(x)\le a$ 恒成立，需 $\left[f(x)+g(x)\right]_{\max}\le a$，

当 $x\in[0,1]$时，$\sin x\in[0,\sin 1]$, $x+\sin x\in[0,1+\sin 1]$,

当 x=1 时，$\left[f(x)+g(x)\right]_{\max}=1+\sin 1$．

故为使得 $f(x)+g(x)\le a$ 恒成立，a 的取值范围是[1+sin1，+∞）．

（II）函数 $f(x)+g(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 上具有性质 P.

设 $h(x)=f(x)+g(x)=x+\sin x$．

首先证明函数 $h(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增.

任取 $-\frac{\pi}{2}\le x_1<x_2\le\frac{\pi}{2}$，

$h(x_2)-h(x_1)=(x_2+\sin x_2)-(x_1+\sin x_1)=\ (x_2-x_1)+(\sin x_2-\sin x_1)>0$

所以函数 $h(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增，

$\forall n\in N^*$，任取 $-\frac{\pi}{2}=x_0<x_1<x_2<\cdots<x_{n-2}<x_{n-1}<x_n=\frac{\pi}{2}$

$\sum\limits_{i=1}^{n}|h(x_i)-h(x_{i-1})|=\sum\limits_{i=1}^{n}(h(x_i)-h(x_{i-1}))=h(x_n)-h(x_0)=h(\frac{\pi}{2})-h(-\frac{\pi}{2})=\pi+2$

故只要取 $M\ge\pi+2$，即可使得 $\forall n\in N^*$，$\sum\limits_{i=1}^{n}\left|h(x_i)-h(x_{i-1})\right|\le M$ 恒成立.

所以，函数 $f(x)+g(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 上具有性质 P，M 的最小值为 π+2.

（III）设 $u(x)=f(x)\cdot g(x)=x\sin x$．

易知，$u(x)$ 是偶函数，且在 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增，则 $u(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{2},0\right]$ 上单调递减.

$\forall n\in N^*$，任取 $-\frac{\pi}{2}=x_0<x_1<x_2<\cdots<x_k\le 0<x_{k+1}<\cdots<x_{n-2}<x_{n-1}<x_n=\frac{\pi}{2}$

$\sum\limits_{i=1}^{n}\left|u(x_i)-u(x_{i-1})\right|=\sum\limits_{i=1}^{k}(u(x_{i-1})-u(x_i))+\left|u(x_{k+1})-u(x_k)\right|+\sum\limits_{i=k+2}^{n}(u(x_i)-u(x_{i-1}))$

$=\left[u(-\frac{\pi}{2})-u(x_k)\right]+\left|u(x_{k+1})-u(x_k)\right|+\left[u(\frac{\pi}{2})-u(x_{k+1})\right]$

$$\le\left[u(-\frac{\pi}{2})-u(x_k)\right]+|u(x_{k+1})-u(0)|+|u(0)-u(x_k)|+\left[u(\frac{\pi}{2})-u(x_{k+1})\right]$$

$$=\left[u(-\frac{\pi}{2})-u(x_k)\right]+[u(x_{k+1})-u(0)]+[u(x_k)-u(0)]+\left[u(\frac{\pi}{2})-u(x_{k+1})\right]$$

$$=2\left[u(\frac{\pi}{2})-u(0)\right]$$

$$=\pi$$

所以取 $M\ge\pi$，即可使得 $\forall n\in N^*$， $\sum_{i=1}^{n}|u(x_i)-u(x_{i-1})|\le M$ 恒成立.

故所以，函数 $f(x)\cdot g(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 上具有性质 P，M 的最小值为 π.

（Ⅳ） $y=\begin{cases}-1, x=-\frac{\pi}{2};\\ \tan x, -\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2};\\ 1, x=\frac{\pi}{2};\end{cases}$ （不唯一）

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ″ 精益求精、专业严谨 ″ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

微信搜一搜

北京高考资讯