

2019 年高考真题 文科数学 (全国 I 卷)

单选题 本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的 4 个选项中，有且只有一项是符合题目要求。

1. 设 $x = \frac{3-i}{1+2i}$, 则 $|x| =$

- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1

2.

已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 6, 7\}$, 则 $B \cap C_U A =$

- A. $\{1, 6\}$ B. $\{1, 7\}$ C. $\{6, 7\}$ D. $\{1, 6, 7\}$

3. 已知 $a = \log_2 0.2$, $b = 2^{0.2}$, $c = 0.2^{0.3}$, 则

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $c < a < b$ D. $b < c < a$

4. 古希腊时期，人们认为最美人体的头顶至肚脐的长度与肚脐到足底的长度之比是

$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ($\frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618$, 称之为黄金分割比例)，著名的“断臂维纳斯”便是如此。此外，最美人体的头顶至咽喉

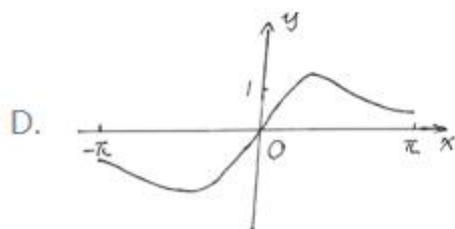
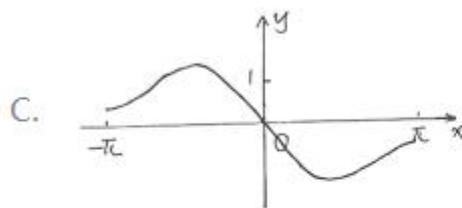
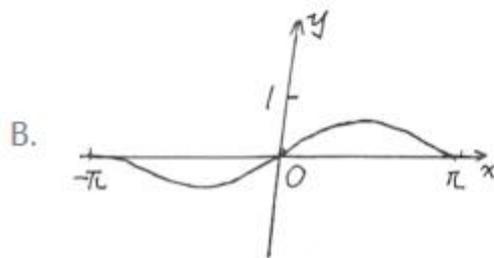
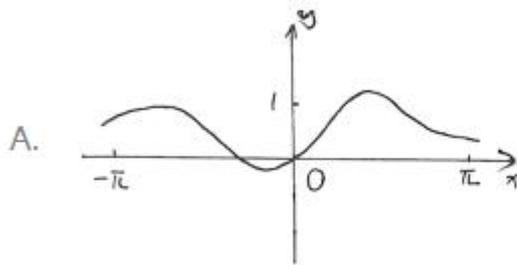
的长度与咽喉至肚脐的长度之比也是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 。若某人满足上述两个黄金分割比例，且腿长为 105cm，头

顶至脖子下端的长度为 26cm，则其身高可能是



- A. 165cm B. 175cm C. 185 cm D. 190 cm

5. 函数 $f(x) = \frac{\sin x + x}{\cos x + x^2}$ 的 $[-\pi, \pi]$ 图像大致为



6. 某学校为了解1000名新生的身体素质,将这些学生编号为1, 2, ..., 1000, 从这些新生中用系统抽样方法等距抽取100名学生进行体质测验, 若46号学生被抽到, 则下面4名学生中被抽到的是

A. 8号学生 B. 200号学生 C. 616号学生 D. 815号学生

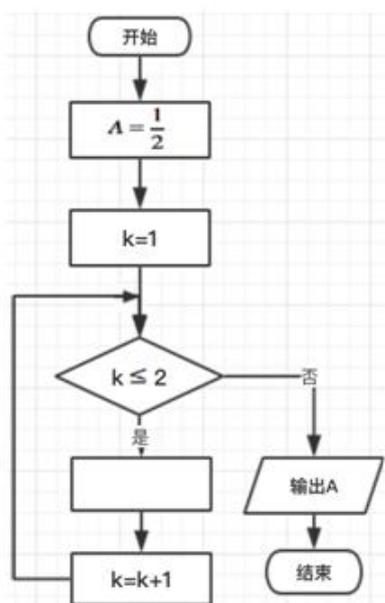
7. $\tan 255^\circ =$

A. $-2-\sqrt{3}$ B. $-2+\sqrt{3}$ C. $2-\sqrt{3}$ D. $2+\sqrt{3}$

8. 已知非零向量 \mathbf{a} , \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}| = 2|\mathbf{b}|$, 且 $(\mathbf{a}-\mathbf{b}) \perp \mathbf{b}$, 则 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

9. 右图是求 $2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}$ 的程序框图, 图中空白框中应填入



- A. $A = \frac{1}{2+A}$ B. $A = 2 + \frac{1}{A}$ C. $A = \frac{1}{1+2A}$ D. $A = 1 + \frac{1}{2A}$

10. 双曲线 $c: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的一条渐近线的倾斜角为 130° , 则 C 的离心率为

- A. $2\sin 40^\circ$ B. $2\cos 40^\circ$ C. $\frac{1}{\sin 50^\circ}$ D. $\frac{1}{\cos 50^\circ}$

11. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的边分别为 a, b, c , 已知 $a\sin A - b\sin B = 4c\sin C$, $\cos A = -\frac{1}{4}$, 则 $\frac{b}{c}$ = ()

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

12.

已知椭圆 C 的焦点为 $F_1(-1,0), F_2(1,0)$, 过 F_2 的直线与 C 交于 A, B 两点, 若 $|AF_1|=2|F_2B|$, $|AB|=|BF_1|$, 则 C 的方程为。

- A. $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ B. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$ C. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ D. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$

13.

曲线 $y=3(x^2+x)e^2$ 在点 $(0,0)$ 处的切线方程为_____。

14.

记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_1=1, S_1=\frac{3}{4}$, 则 $S_4=$ _____。

15. 函数 $f(x) = \sin(2x + \frac{3\pi}{2}) - 3\cos x$ 的最小值为_____。

16. 已知 $\angle ACB = 90^\circ$, P 为平面 ABC 外的一点, $PC=2$, 点 P 到 $\angle ACB$ 两边 AC、BC 的距离均为 $\sqrt{3}$, 那么 P 到平面 ABC 的距离为_____。

17. (12分)

某商场为提高服务质量, 随机调查了 50 名男顾客和 50 名女顾客, 每位顾客对该商场的服务给出满意或者不满意的评价, 得到下面列联表:

	满意	不满意
男顾客	40	10
女顾客	30	20

- (1) 分别估算男、女顾客对该商城服务满意的概率?
 (2) 能否有 95% 的把握认为男、女顾客对该商城服务的评价有差异?

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
K	3.841	6.635	10.828

18. (12分)

记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $S_9 = -a_5$

(1) 若 $a_3=4$, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

2) 若 $a_1 > 0$, 求使得 $S_n \geq a_n$ 的 n 的取值范围。

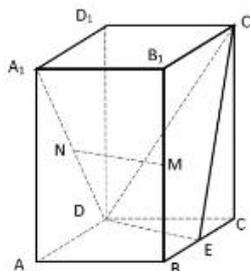
19. (12分)

如图, 直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是菱形, $AA_1 = 4$, $AB = 2$, $\angle BAD = 60^\circ$,

E, M, N 分别是 BC, BB_1, A_1D 的中点。

(1) 证明: $MN \parallel$ 平面 C_1DE ;

(2) 求点 C 到平面 C_1DE 的距离。



20. (12分)

已知函数 $f(x) = 2\sin x - x \cos x - x$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导数。

(1) 证明: $f'(x)$ 在区间 $(0, \pi)$ 存在唯一零点;

(2) 若 $x \in [0, \pi]$ 时, $f(x) \geq ax$, 求 a 的取值范围。

21. (12分)

已知点 A, B 关于坐标原点 O 对称, $|AB| = 4$, $\odot M$ 过点 A, B 且与直线 $x+2=0$ 相切。

(1) 若 A 在直线 $x+y=0$ 上, 求 $\odot M$ 的半径;

(2) 是否存在定点 P , 使得当 A 运动时, $|MA| - |MP|$ 为定值? 并说明理由。

22. [选修4—4：坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \frac{4t}{1+t^2} \end{cases} \quad (t \text{ 为参数})$$
，以坐标原点 O 为极点， x 轴的正半轴

为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $2\rho \cos\theta + \sqrt{3}\rho \sin\theta + 11 = 0$

- (1) 求 C 和 l 的直角坐标方程；
- (2) 求 C 上的点到 l 距离的最小值

23. [选修4—5：不等式选讲] (10分)

已知 a, b, c 为正数，且满足 $abc=1$ ，证明：

$$(1) \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq a^2 + b^2 + c^2; \quad \text{“}$$

$$(2) \quad (a+b)^3 + (b+c)^3 + (c+a)^3 \geq 24. \quad \text{“}$$