人大附中2019~2020学年度第二学期高一年级阶段数学检测

必修第四册学分认定考核试卷

2020年7月1日

制卷人：杨良庆　　审卷人：梁丽平

说明：本试卷选择题（1-10题）为客观性试题（闭卷30分钟，共40分），填空题与四道大题（11-19题）为主观性试题（开卷60分钟，共60分（其中含卷面书写分5分）），全卷共100分；请将答案写在答题纸的相应位置上.

一、选择题：（本大题共10小题，每小题4分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的. 请将正确答案填涂在答题纸上的相应位置）

1. 下面四个说法中，正确说法的个数为（　　）

（1）如果两个平面有三个公共点，那么这两个平面重合;

（2）两条直线可以确定一个平面;

（3）若 $M\in\alpha$，$M\in\beta$，$\alpha\cap\beta=l$，则 $M\in l$;

（4）空间中，两两相交的三条直线在同一平面内.

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

2. 设 m 是一条直线，α、β 是两个不同的平面，则下列命题一定正确的是（　　）

A．若 $\alpha\perp\beta$，$m\perp\alpha$，则 $m//\beta$　　B．若 $\alpha\perp\beta$，$m//\alpha$，则 $m\perp\beta$

C．若 $\alpha//\beta$，$m\perp\alpha$，则 $m\perp\beta$　　D．若 $\alpha//\beta$，$m//\alpha$，则 $m//\beta$

3. 在 ΔABC 中，$\angle ABC=\dfrac{\pi}{6}$，$AB=\sqrt{3}$，$BC=3$，则 AC 等于（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．3　　C．$\sqrt{21}$　　D．21

4. 在 ΔABC 中，根据下列条件解三角形，其中有两个解的是（　　）

A．$b=10$，$A=45^\circ$，$C=70^\circ$　　B．$a=60$，$c=48$，$B=60^\circ$

C．$a=8$，$b=5$，$A=80^\circ$　　D．$a=13$，$b=16$，$A=45^\circ$

5. 如果轴截面为正方形的圆柱的侧面积是S，那么圆柱的体积等于（　　）

A．$\dfrac{S}{2}\sqrt{S}$　　B．$\dfrac{S}{2}\sqrt{\dfrac{S}{\pi}}$　　C．$\dfrac{S}{4}\sqrt{S}$　　D．$\dfrac{S}{4}\sqrt{\dfrac{S}{\pi}}$

6. 把边长为4的正方形 $ABCD$，沿对角线 BD 折成空间四边形 $ABCD$，使得平面 $ABD\perp$ 平面 BCD，则空间四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 的长为（　　）

A．4　　B．$4\sqrt{2}$　　C．2　　D．$2\sqrt{2}$

7. 在ΔABC中，$a=2$，$B=45°$，$C=105°$，则ΔABC的面积是（　　）

A. $2+\sqrt{2}$　　　B. $2\sqrt{3}$　　　C. $1+\sqrt{3}$　　　D. $2\sqrt{2}$

8. 已知过球面上A、B、C三点的截面和球心的距离等于球半径的一半，且$AB=BC=CA=2$，则球面面积是（　　）

A. $\frac{16}{9}\pi$　　　B. $\frac{8}{3}\pi$　　　C. 4π　　　D. $\frac{64}{9}\pi$

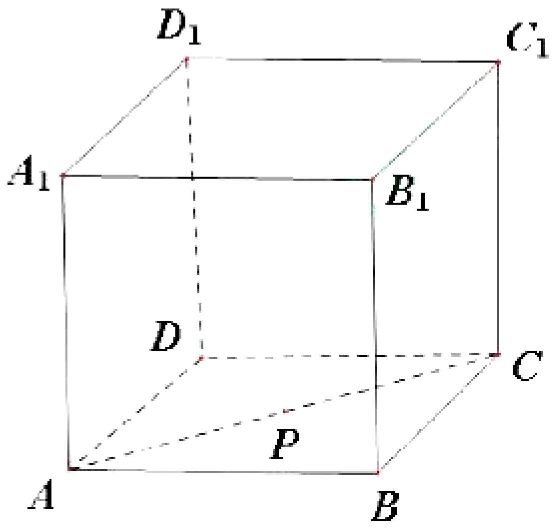
9. 如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，点P在面对角线AC上运动，给出下列四个命题：

①D_1P // 平面A_1BC_1；②$D_1P\perp BD$；③平面$PDB_1\perp$平面A_1BC_1；④三棱锥A_1-BPC_1的体积不变．

则其中所有正确命题的序号是（　　）

A. ①②③　　　B. ②③④

C. ①③④　　　D. ①②④

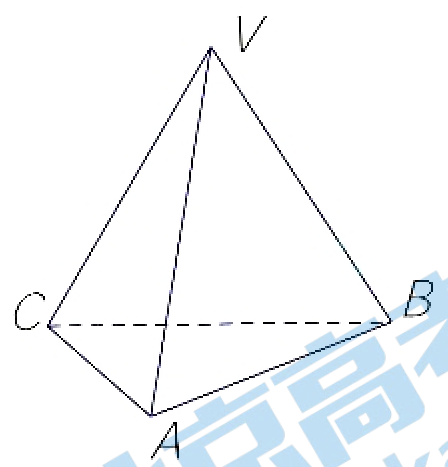


（第 9 题图）

10. 三棱锥$V-ABC$中，侧面$VBC\perp$底面ABC，$\angle ABC=45°$，$VA=VB$，$AC=AB$．则（　）

A. $AC\perp BC$　　　B. $VB\perp AC$

C. $VA\perp BC$　　　D. $VC\perp AB$.



二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分，把答案填在答题纸中相应位置上.

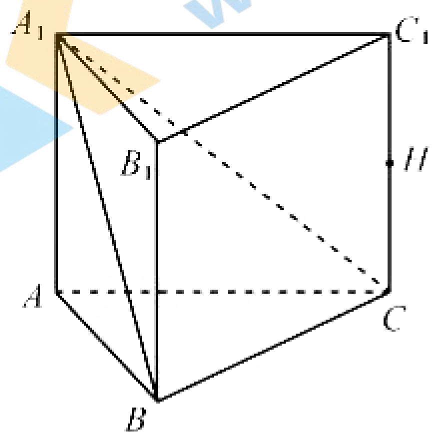
11. 在ΔABC中，角A,B,C的对边分别为a,b,c.若$a^2+c^2-b^2=\sqrt{3}ac$，则角B的大小为_______；

12. 在ΔABC中，已知$b=\sqrt{3}$，$c=3$，$B=30°$，则$a=$________________.

13. 在平地上有A、B两点，A在山的正东，B在山的东南，且B在A的南偏西 30° 距离A点 300 米的地方，在A测得山顶的仰角是 30°，则山高为___________米.

14. 已知正四棱锥的高为 4，侧面积为$4\sqrt{17}$，则该棱锥的侧棱长为____________.

15．如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle BAC=\frac{\pi}{2}$，$AA_1=AB=AC=1$，CC_1 的中点为 H，点 N 在棱 A_1B_1 上，HN // 平面 A_1BC，则 $\frac{A_1N}{A_1B_1}$ 的值为________.



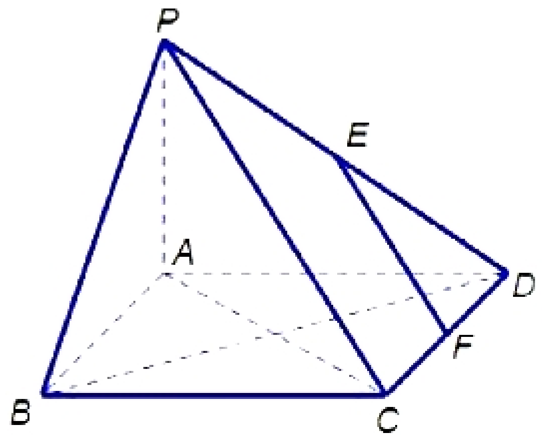
三、解答题：本大题共 4 小题，共 40 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

16．（本小题 10 分）

如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，E、F 分别是棱 PD、CD 的中点.

（Ⅰ）求证：$EF//$ 平面 PAC；

（Ⅱ）求证：$EF\perp BD$.



17．（本小题 10 分）

在△ ABC 中，$b=1$，$c=2$，△ ABC 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

（Ⅰ）求 $\angle A$；

（Ⅱ）求 $\sin B$ 的值.

18.（本小题 10 分）

在ΔABC中，设内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，$2\sqrt{2}a\cos B=b\sin A$.

（Ⅰ）求$\cos B$；

（Ⅱ）若$c=3$，AC边上的中线BD长为$\sqrt{3}$，求边a.

19.（本小题 10 分）

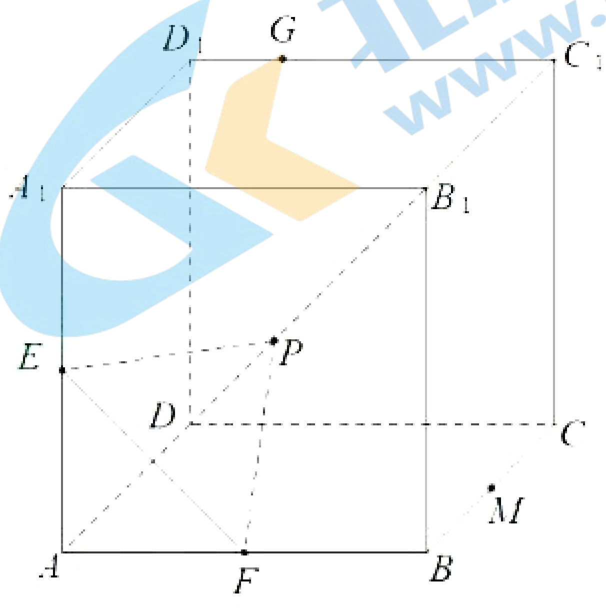
如图所示，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，点G在棱D_1C_1上，且$D_1G=\frac{1}{4}D_1C_1$，点E、F、M分别是棱AA_1、AB、BC的中点，P为线段B_1D上一点，$AB=4$.

（Ⅰ）若平面EFP交平面DCC_1D_1于直线l，求证：$l//A_1B$；

（Ⅱ）若直线$B_1D\perp$平面EFP，

（i）求三棱锥B_1-EFP的表面积；

（ii）试作出平面EGM与正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$各个面的交线，并写出作图步骤，保留作图痕迹.设平面EGM与棱A_1D_1交于点Q，求三棱锥$Q-EFP$的体积.



参考答案

一、选择题：**ACADD　ACDCC**

二、填空题：

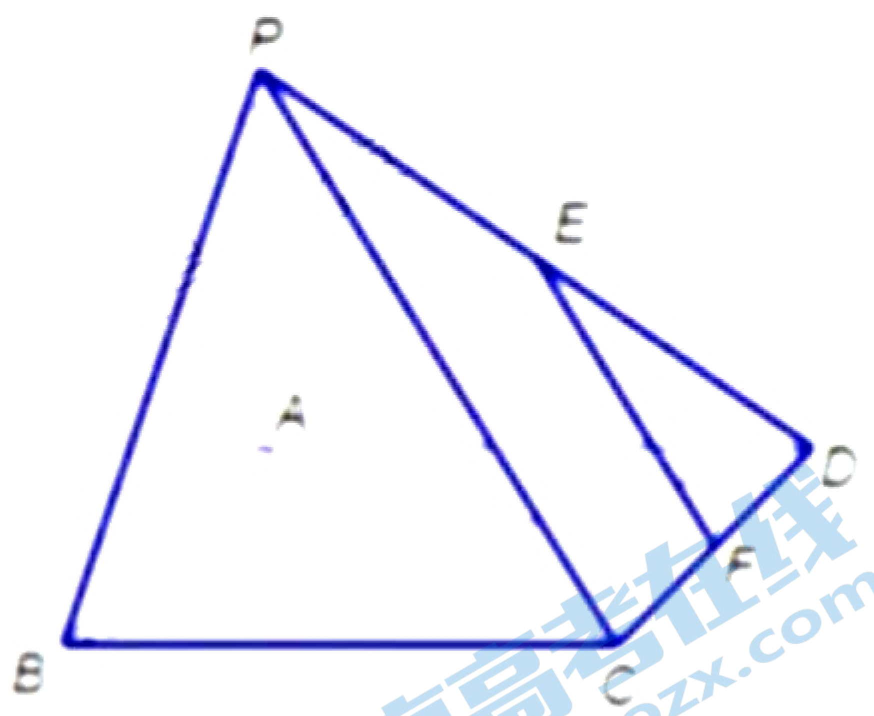
11．$\dfrac{\pi}{6}$．　12．$\sqrt{3}$或$2\sqrt{3}$．　13．$150+50\sqrt{3}$．　14．$3\sqrt{2}$．　15．$\dfrac{1}{2}$．

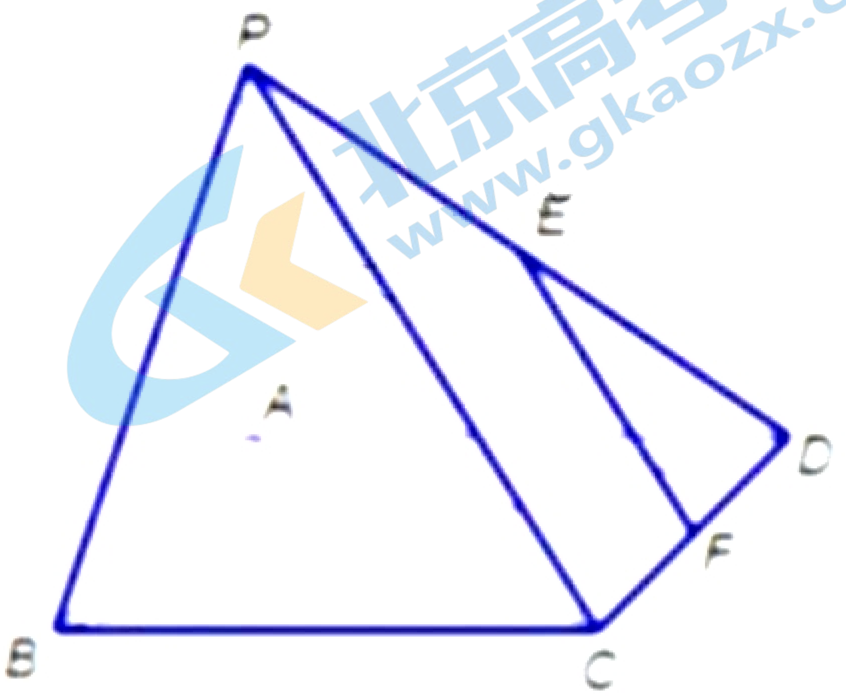
三、解答题：公众号：北京初高中数学本大题共4小题，共40分．

16．如图，四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为正方形，$PA\perp$平面$ABCD$，E、F分别是棱PD、CD的中点．

（Ⅰ）求证：$EF\parallel$平面PAC；

（Ⅱ）求证：$EF\perp BD$．





证明：（Ⅰ）$\because E$、F分别是棱PD、CD的中点，$\therefore EF\parallel PC$，

$\because EF\not\subset$平面PAC，$PC\subset$平面PAC，$\therefore EF\parallel$平面PAC．

（Ⅱ）$\because$四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为正方形，$PA\perp$平面$ABCD$，

$\therefore BD\perp AC$，$BD\perp PA$，

$\because AC\cap PA=A$，$\therefore BD\perp$平面PAC，$\therefore BD\perp PC$，

$\because EF\parallel PC$，$\therefore EF\perp BD$．

17．在$\triangle ABC$中，$b=1$，$c=2$，$\triangle ABC$的面积为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$．

（Ⅰ）求$\angle A$；（Ⅱ）求$\sin B$的值．

解：（Ⅰ）$\triangle ABC$中，$b=1$，$c=2$，$\triangle ABC$的面积为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$．

所以$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\times 1\times 2\times \sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

由于$0<A<\pi$，所以$A=\dfrac{\pi}{3}$或$\dfrac{2\pi}{3}$．

（Ⅱ）①当$A=\dfrac{\pi}{3}$时，利用余弦定理：$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，解得$a=\sqrt{3}$，

进一步利用正弦定理：$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$，解得$\sin B=\dfrac{1}{2}$．

②当$A=\dfrac{2\pi}{3}$时，利用余弦定理：$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，解得$a=\sqrt{7}$，

进一步利用正弦定理：$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$，解得$\sin B=\dfrac{\sqrt{21}}{14}$．

故：$\sin B=\dfrac{1}{2}$或$\dfrac{\sqrt{21}}{14}$．

18．（10分）在$\triangle ABC$中，设内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，$2\sqrt{2}a\cos B=b\sin A$．

（Ⅰ）求$\cos B$；

（Ⅱ）若$c=3$，AC边上的中线BD长为$\sqrt{3}$，求边a．

解：（Ⅰ）$\sqrt{2}a\cos B=b\sin A$．由正弦定理可得$2\sqrt{2}\sin A\cos B=\sin B\sin A$，

∵$\sin A\neq 0$，∴$2\sqrt{2}\cos B=\sin B$，∴$\cos B>0$，

∵$\sin^2B+\cos^2B=1$，∴$8\cos^2B+\cos^2B=1$，即 $\cos^2B=\frac{1}{9}$，∴$\cos B=\frac{1}{3}$.

（Ⅱ）在△ABD 中，$AB^2=BD^2+AD^2-2BD\cdot AD\cos\angle ADB$，

即 $9=3+\frac{1}{4}b^2-2\times\sqrt{3}\times\frac{1}{2}b\cos\angle ADB$，

整理可得 $6=\frac{1}{4}b^2-\sqrt{3}b\cos\angle ADB$，①

在△BDC 中，$BC^2=BD^2+DC^2-2BD\cdot DC\cos\angle BDC$，

即 $a^2=3+\frac{1}{4}b^2-2\times\sqrt{3}\times\frac{1}{2}b\cos\angle BDC$，

整理可得 $a^2-3=\frac{1}{4}b^2+\sqrt{3}b\cos\angle ADB$，②，

由①+②，可得 $a^2+3=\frac{1}{2}b^2$，

在△ABC 中，$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=a^2+9-2a$，

即 $b^2=a^2+9-2a$，∴$2a^2+6=a^2+9-2a$，

整理可得 $a^2+2a-3=0$，解得 $a=-3$（舍去）或 $a=1$，故 $a=1$.

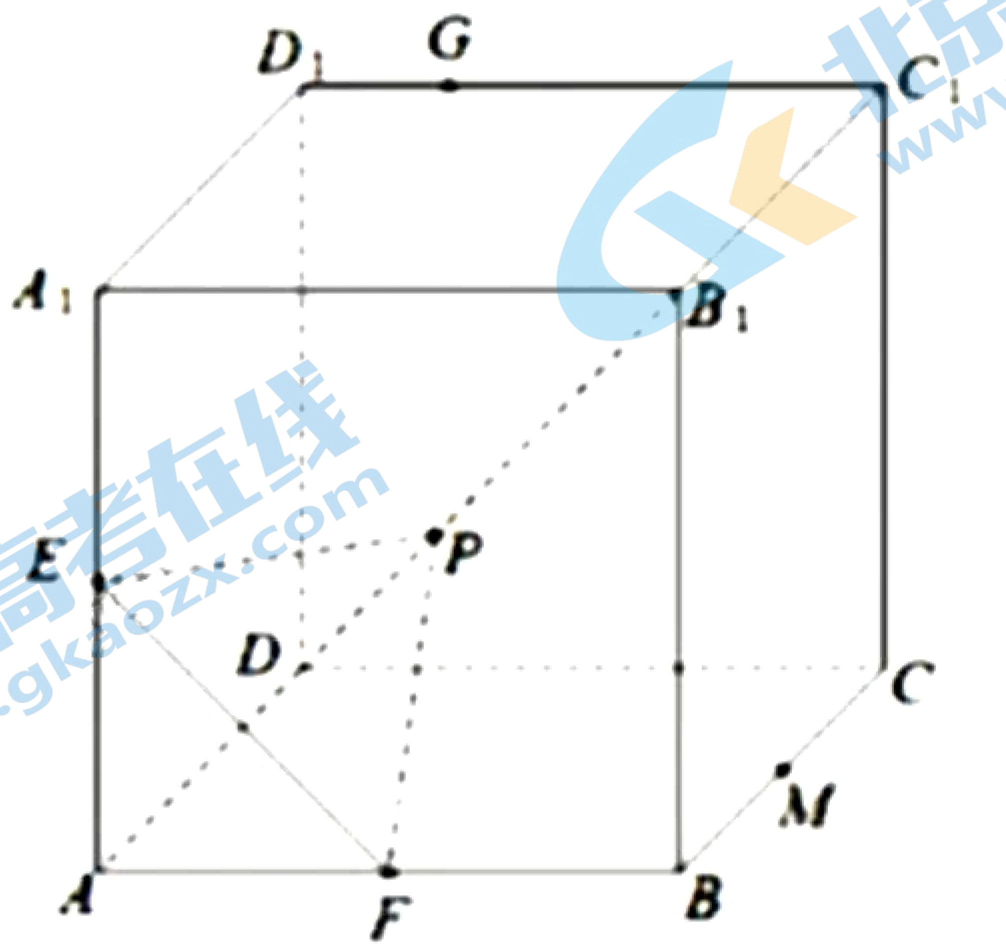
19．如图所示，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 G 在棱 D_1C_1 上，且 $D_1G=\frac{1}{4}D_1C_1$，点 E、F、M 分别是棱 AA_1、AB、BC 的中点，P 为线段 B_1D 上一点，$AB=4$.

（Ⅰ）若平面 EFP 交平面 DCC_1D_1 于直线 l，求证：$l\,/\!/\,A_1B$；

（Ⅱ）若直线 $B_1D\perp$平面 EFP.

（i）求三棱锥 B_1-EFP 的表面积；

（ii）试作出平面 EGM 与正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 各个面的交线，并写出作图步骤，保留作图痕迹．设平面 EGM 与棱 A_1D_1 交于点 Q，求三棱锥 $Q-EFP$ 的体积．



解：（1）在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，

因为平面 $ABB_1A_1\,/\!/$ 平面 DCC_1D_1，平面 $EFP\cap$平面 $ABB_1A_1=EF$，所以 $EF\,/\!/\,l$，

因为点 E、F 分别是棱 AA_1、AB 的中点，所以 $EF\,/\!/\,A_1B$，所以 $l\,/\!/\,A_1B$.

（2）（i）因为直线 $B_1D\perp$平面 EFP，$EP\subset$平面 EFP，

所以 $B_1D\perp EP$，又因为△$DAE\cong$△B_1A_1E，所以 $DE=B_1E$，所以 $DP=B_1P$，

因为 $S_{\triangle EFP}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{2})^2=2\sqrt{3}$，

$S_{\triangle EPB_1}+S_{\triangle FPB_1}=2\times\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{3}=4\sqrt{6}$，

$S_{\triangle EFB_1}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times3\sqrt{2}=6$，

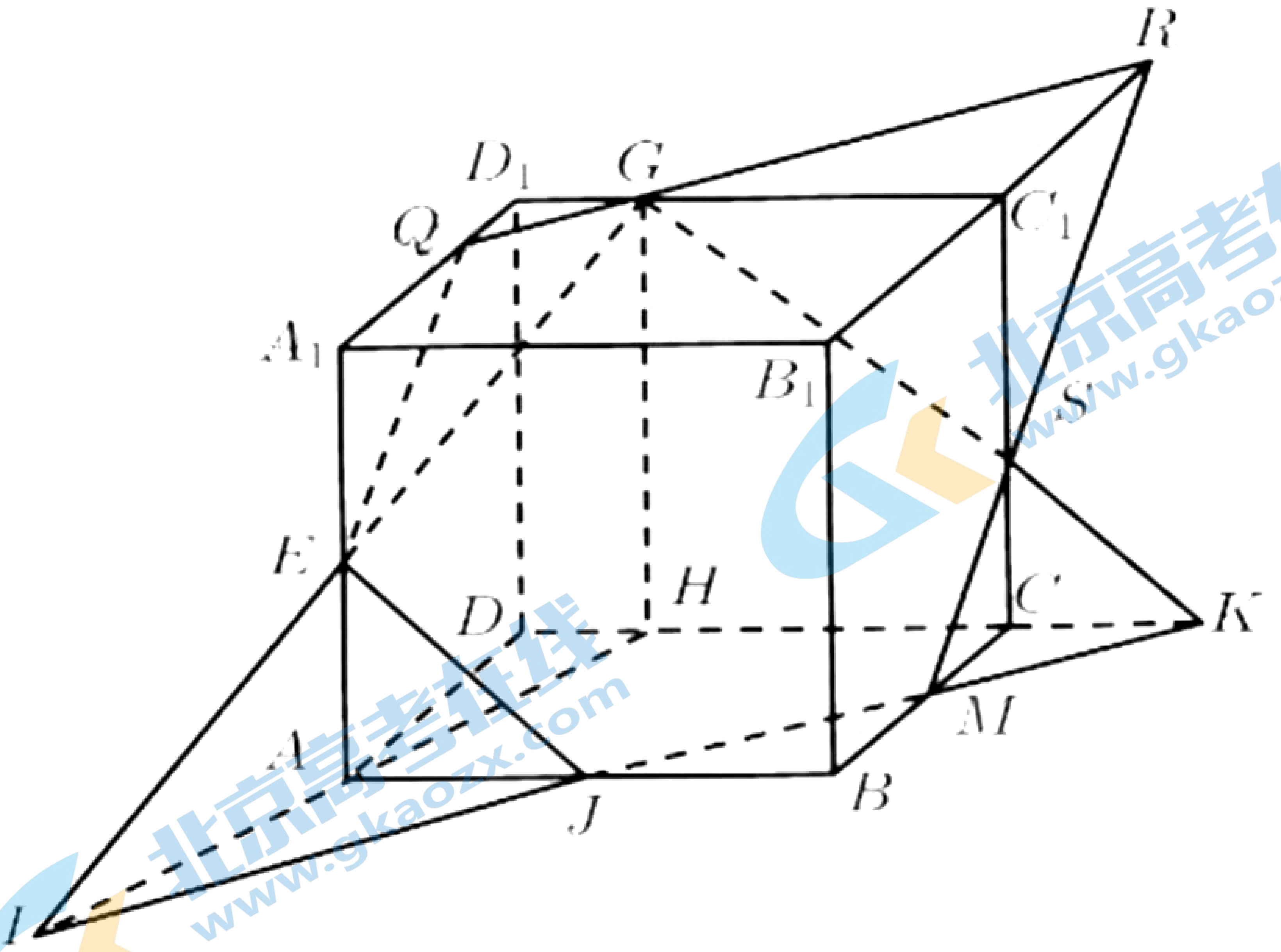
所以三棱锥 B_1-EFP 的表面积为 $6+2\sqrt{3}+4\sqrt{6}$.

（ii）作图步骤如下：

连接 GE，过点 G 作 $GH\perp DC$ 于点 H，连接 HA 并延长交 GE 的延长线于点 I，连接 IM 并延长交 AB 于点 J 交 DC 的延长线于点 K，

再连接 GK 交 CC_1 于点 S，连接 MS 并延长交 B_1C_1 的延长线于点 R，连接 RG 并延长交 A_1D_1 于点 Q，再连接 EQ，GS，EJ，

则图中 EQ，QG，GS，SM，MJ，JE 即为平面 EGM 与正方体各个面的交线.

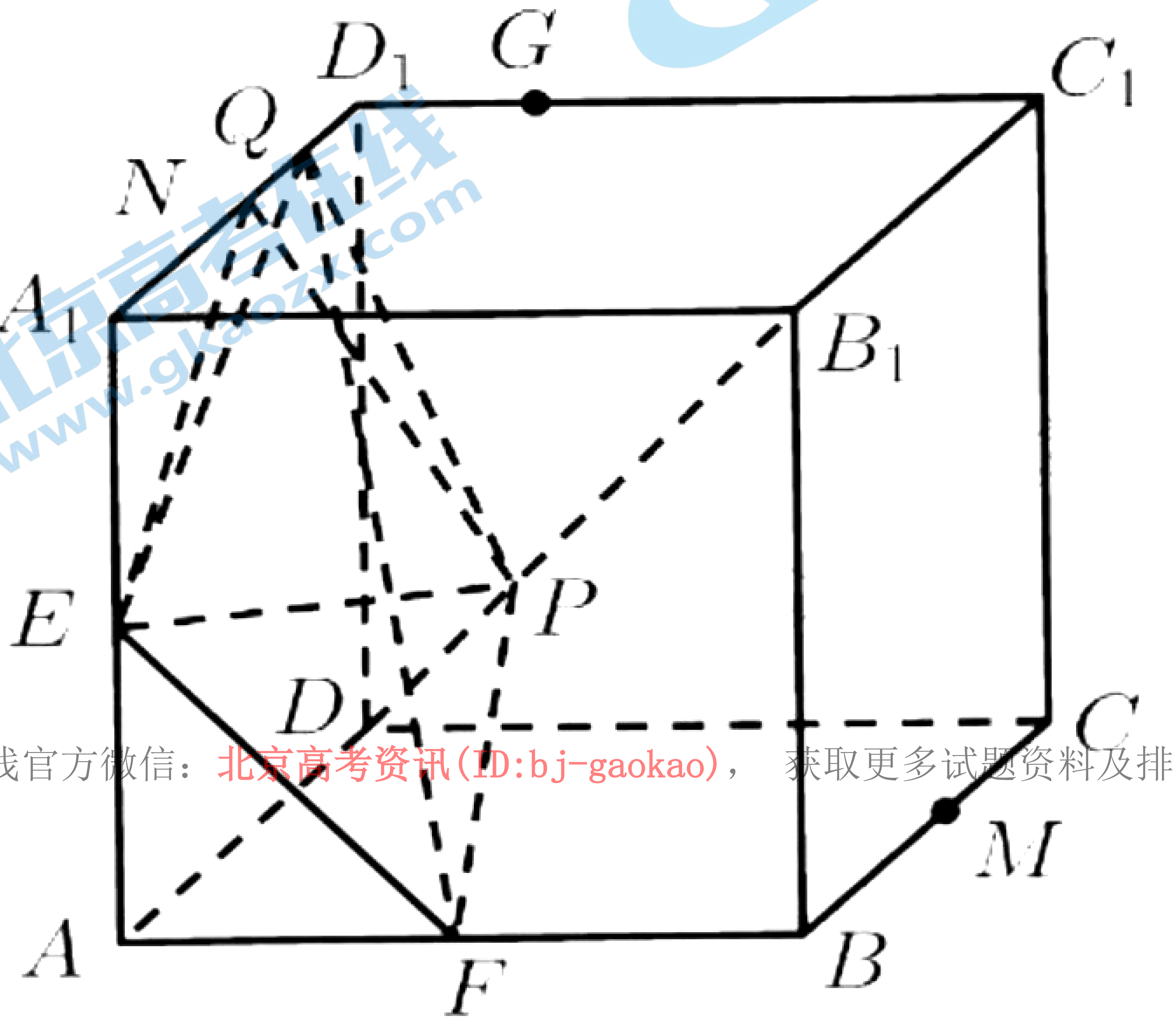


设 $BJ=CK=x$，由题知 $2AJ=HC+CK=3+x$，

所以 $AJ=\frac{1}{2}HK=\frac{3+x}{2}$，所以 $\frac{3+x}{2}+x=4$，解得 $x=\frac{5}{3}$，

因为 $\frac{C_1R}{MC}=\frac{C_1S}{SC}=\frac{GC_1}{CK}=\frac{3}{\frac{5}{3}}=\frac{9}{5}$，

$\because MC=2$，$\therefore C_1R=\frac{18}{5}$，所以 $D_1Q=\frac{1}{3}C_1R=\frac{6}{5}$，



如上图，设 N 为线段 A_1D_1 的中点，可证点 N 在平面 PEF 内，且三角形 PNE 与三角形 PEF 面积相等，所以，三棱锥 $Q-EFP$ 的体积＝三棱锥 $Q-ENP$ 的体积＝三棱锥 $P-ENQ$ 的体积$=\frac{1}{3}S_{\triangle ENQ}\cdot\frac{AB}{2}=\frac{8}{15}$，所以三棱锥 $Q-EFP$ 的体积为 $\frac{8}{15}$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

微信搜一搜

北京高考资讯