

北京十五中高三年级数学期中考试试卷

2022.11

本试卷共 4 页, 150 分. 考试时长 120 分钟. 考生务必将答案答在答题纸上, 在试卷上作答无效.

第一部分 (选择题 共 40 分)

一、选择题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项.

1. 已知集合 $A = \{x | -1 < x < 3\}$, $B = \{x | 0 < x \leq 4\}$, 则 $A \cup B = D$

- (A) $(0, 3)$ (B) $(-1, 4)$ (C) $(0, 4]$ (D) $(-1, 4]$

2. 已知 i 为虚数单位, 若 $(2+i)z = i$, 则复数 z 在复平面内对应的点位于 A

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

3. 下列函数中既是奇函数, 又在区间 $(0, 1)$ 上单调递减的是 C

- (A) $f(x) = x^3$ (B) $f(x) = \lg|x|$ (C) $f(x) = -x$ (D) $f(x) = \cos x$

4. 已知向量 $a = (5, m)$, $b = (2, -2)$, 若 $a - b$ 与 b 共线, 则实数 $m = D$

- (A) -1 (B) 1 (C) 2 (D) -5

5. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $S_3 = a_3$, 且 $a_3 \neq 0$, 则 $\frac{S_4}{S_3} = C$

- (A) 1 (B) $\frac{5}{3}$ (C) $\frac{8}{3}$ (D) 3

6. 在平面直角坐标系中, 角 α 的终边过点 $A(-1, 2)$, 将角 α 的终边绕原点按逆时针方向旋转 90° 与角 β 的终边重合, 则 $\cos \beta = A$

- (A) $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (B) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (D) $-\frac{2}{5}$

7. 已知 $\{a_n\}$ 是公差为 $d \neq 0$ 的无穷等差数列, S_n 是其前 n 项和, 则 “ $\{a_n\}$ 是递增数列” 是 “ $\{S_n\}$ 是递增数列” 的 B

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

8. 斐波那契数列又称 “黄金分割数列”, 因数学家莱昂纳多·斐波那契以兔子繁殖为例子而引入, 故又称为 “兔子数列”. 此数列在现代物理、准晶体结构、化学等领域都有着广泛的应用. 斐波那契数列 $\{a_n\}$ 可以用如下方法定义: $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} (n \geq 3, n \in \mathbf{N}^*)$, $a_1 = a_2 = 1$. 若此数列各项除以 4 的余数依次构成一个新数列 $\{b_n\}$, 则 $b_{2021} = A$

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5

9. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=2, AC=1, \angle ACB=\frac{\pi}{2}$, F 是线段 AB 上的点, 则 $\overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{CF}$ 的取值范围是 B

- (A) $(-3,0]$ (B) $\left[-3, \frac{1}{16}\right]$ (C) $(0,2]$ (D) $\left[0, \frac{1}{8}\right]$

10. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2 - 3n$, $n \in \mathbf{N}^*$, 前 n 项和为 S_n . 给出下列三个结论:

①存在正整数 m, n ($m \neq n$), 使得 $S_m = S_n$; ②存在正整数 m, n ($m \neq n$), 使得 $a_m + a_n = 2\sqrt{a_m a_n}$; ③记

$T_n = a_1 a_2 \cdots a_n$ ($n=1,2,3,\dots$), 则数列 $\{T_n\}$ 有最小项. 其中所有正确结论的序号是 C

- (A) ①② (B) ③ (C) ①③ (D) ①②③

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

11. 函数 $f(x) = \sqrt{2-x} + \ln(x+3)$ 的定义域是 $[-3, 2]$

12. 已知数列 $\{a_n + n\}$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 为等比数列, $a_1 = 1, a_2 = 2$, 则 $a_5 = 27$

13. 已知向量 a, b 满足 $|a|=5, |b|=4, (a+b) \perp b$, 那么 $|a-b| = \sqrt{73}$

14. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{x-a}, & x \leq a, \\ f(2a-x), & x > a. \end{cases}$

①若 $a=0$, 则 $f(x)$ 的最大值为 2 ;

②若函数 $y = f(x) - b$ 有两个零点, 则 b 的取值范围是 $(0, 1)$;

15. 某生物种群的数量 Q 与时间 t 的关系近似地符合 $Q(t) = \frac{10e^t}{e^t + 9}$

给出下列四个结论:

- ①该生物种群的数量不会超过 10;
- ②该生物种群数量的增长速度先逐渐变大后逐渐变小;
- ③该生物种群数量的增长速度与种群数量成正比;
- ④该生物种群数量的增长速度最大的时间 $t_0 \in (2, 3)$.

根据上述关系, 其中所有正确结论的序号是 ①②④

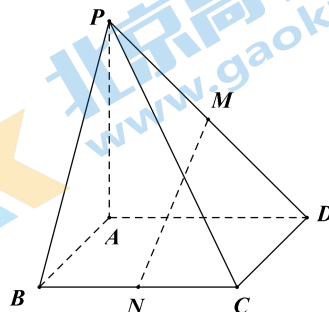
三、解答题共 5 小题，共 85 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16. (13 分) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，

M, N 分别为棱 PD, BC 的中点， $PA = AB = 2$.

(I) 求证： $MN \parallel$ 平面 PAB ；

(II) 求直线 MN 与平面 PCD 所成角的正弦值.



解：(I) 在四棱锥 $P-ABCD$ 中，

取 PA 的中点 E ，连接 EB, EM ，

因为 M 是 PD 的中点，

所以 $EM \parallel AD$ ，且 $EM = \frac{1}{2}AD$.

又因为 底面 $ABCD$ 是正方形， N 是 BC 的中点，

所以 $BN \parallel AD$ ，且 $BN = \frac{1}{2}AD$. 所以 $EM \parallel BN$.

所以 四边形 $MNBE$ 是平行四边形. 所以 $MN \parallel EB$. 由于 $EB \subset$ 平面 PAB ，

$MN \not\subset$ 平面 PAB ，所以 $MN \parallel$ 平面 PAB .

.....5 分

(II) 因为 底面 $ABCD$ 是正方形，所以 $AB \perp AD$.

又因为 $PA \perp$ 平面 $ABCD$.

所以以点 A 为坐标原点， \overrightarrow{AB} 、 \overrightarrow{AD} 、 \overrightarrow{AP} 的方向分别为 x 轴、 y 轴、 z 轴的正方向，

如图建立空间直角坐标系.

$A(0,0,0)$ ， $C(2,2,0)$ ， $D(0,2,0)$ ， $P(0,0,2)$ ， $M(0,1,1)$ ， $N(2,1,0)$.

$\overrightarrow{PC} = (2,2,-2)$ ， $\overrightarrow{CD} = (-2,0,0)$ ，

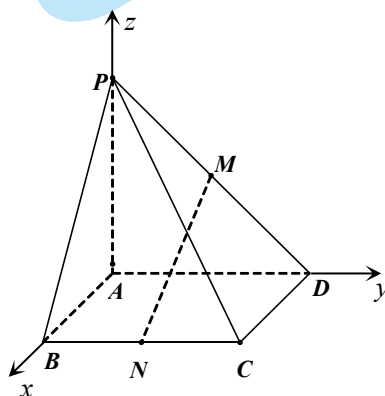
设平面 PCD 的法向量为 $\vec{m} = (x, y, z)$.

有： $\begin{cases} \vec{m} \cdot \overrightarrow{PC} = 0, \\ \vec{m} \cdot \overrightarrow{CD} = 0, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} x + y - z = 0, \\ x = 0, \end{cases}$ 令 $y = 1$ ，则 $z = 1$ ，所以 $\vec{m} = (0, 1, 1)$.

$\overrightarrow{MN} = (2, 0, -1)$.

设直线 MN 与平面 PCD 所成角为 θ .

有： $\sin \theta = \left| \cos \langle \overrightarrow{MN}, \vec{m} \rangle \right| = \frac{|\overrightarrow{MN} \cdot \vec{m}|}{|\overrightarrow{MN}| \cdot |\vec{m}|}$
 $= \frac{|0 \times 2 + 1 \times 0 + 1 \times (-1)|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$.



所以 直线 MN 与平面 PCD 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

.....8 分

17. (13分) 已知函数 $f(x) = 4\sin\frac{\omega x}{2}\cos(\frac{\omega x}{2} - \frac{\pi}{3}) + m (\omega > 0)$. $f(x)$ 最小正周期为 π , 且 $f(x)$ 最大值与最小值之和为 0.

(I) 求 $f(\frac{\pi}{3})$ 的值;

(II) 若函数 $f(x)$ 在区间 $[0, a]$ 上是增函数, 求实数 a 的最大值.

解: (I) $f(x) = 4\sin\frac{\omega x}{2}(\frac{1}{2}\cos\frac{\omega x}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\frac{\omega x}{2}) + m$
 $= 2\sin\frac{\omega x}{2}\cos\frac{\omega x}{2} + 2\sqrt{3}\sin^2\frac{\omega x}{2} + m$
 $= \sin\omega x + \sqrt{3}(1 - \cos\omega x) + m$
 $= \sin\omega x - \sqrt{3}\cos\omega x + \sqrt{3} + m$
 $= 2\sin(\omega x - \frac{\pi}{3}) + \sqrt{3} + m.$

$T = \frac{2\pi}{|\omega|} = \pi$, 又因为 $\omega > 0$, 所以 $\omega = 2$.

$(2 + \sqrt{3} + m) + (-2 + \sqrt{3} + m) = 0$, 所以 $m = -\sqrt{3}$.

则 $f(x) = 2\sin(2x - \frac{\pi}{3})$,

所以 $f(\frac{\pi}{3}) = 2\sin(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3}) = 2\sin\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$8分

(II) 令 $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x - \frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$,

所以 $-\frac{\pi}{12} + k\pi \leq x \leq \frac{5\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$,

所以函数 $f(x)$ 的单调增区间为 $[-\frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{5\pi}{12} + k\pi] (k \in \mathbf{Z})$.

因为函数 $f(x)$ 在 $[0, a]$ 上单调递增, 且 $0 \in [-\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}]$, 此时 $k = 0$,

所以 $a \leq \frac{5\pi}{12}$, 故实数 a 的最大值为 $\frac{5\pi}{12}$5分

18. (14分) 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a \sin B = \sqrt{3}b \cos A$

(I) 求角 A 大小;

(II) 再从以下三组条件中选择一组条件作为已知条件, 使三角形存在且唯一确定, 并求 $\triangle ABC$ 的面积.

第①组条件: $a = \sqrt{19}, c = 5$;

第②组条件: $\cos C = \frac{1}{3}, c = 4\sqrt{2}$

第③组条件： AB 边上的高 $h = \sqrt{3}$, $a = 3$

注：如果选择的条件不符合要求，第(II)问得0分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分。

解：(I) 由正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ 及 $a \sin B = \sqrt{3} b \cos A$ 得

$$\sin A \sin B = \sqrt{3} \sin B \cos A,$$

因为 $B \in (0, \pi)$ ，所以 $\sin B \neq 0$

$$\text{所以 } \sin A = \sqrt{3} \cos A,$$

$$\text{所以 } \tan A = \sqrt{3},$$

因为 $A \in (0, \pi)$ ，

$$\text{所以 } A = \frac{\pi}{3}.$$

.....6分

(II) 选②：

因为 $\cos C = \frac{1}{3}$ ， $C \in (0, \pi)$ ，

$$\text{所以 } \sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{由正弦定理 } \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \text{ 得 } a = \frac{c \sin A}{\sin C} = \frac{4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = 3\sqrt{3}.$$

由 $A + B + C = \pi$ 得

$$\sin B = \sin(A + C) = \sin A \cos C + \cos A \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{所以 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times 4\sqrt{2} \times \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{6} = 4\sqrt{3} + 3\sqrt{2}.$$

选③：

$$\text{因为 } A = \frac{\pi}{3}, \text{ } AB \text{ 边上的高 } h = \sqrt{3}, \text{ 所以 } b = \frac{h}{\sin A} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2.$$

由余弦定理 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ 得 $9 = 4 + c^2 - 2c$ ，即 $c^2 - 2c - 5 = 0$ ，

解得 $c = 1 \pm \sqrt{6}$ (舍负) 所以 $c = 1 + \sqrt{6}$

$$\text{所以 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ch = \frac{1}{2} \times (1 + \sqrt{6}) \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{2}.$$

.....8分

19. (15分) 为了迎接北京冬奥会, 弘扬奥林匹克精神, 某学校组织全体高一学生开展了冬奥知识竞赛活动. 从参加该活动的学生中随机抽取了 12 名学生的竞赛成绩, 数据如下表:

男生	81	84	86	86	88	91
女生	72	80	84	88	92	97

- (I) 从抽出的男生和女生中, 各随机选取一人, 求男生成绩高于女生成绩的概率;
- (II) 从该校的高一学生中随机抽取 3 人, 记成绩为优秀 (大于 90 分) 的学生人数为 X , 以频率估计概率, 求 X 的分布列和数学期望;
- (III) 表中男生和女生成绩的方差分别记为 s_1^2 , s_2^2 , 现在再从参加活动的男生中抽取一名学生, 成绩为 86 分, 组成新的男生样本, 方差计为 s_3^2 , 试比较 s_1^2 、 s_2^2 、 s_3^2 的大小. (只需写出结论)

解: (I) 设“从抽出的男生和女生中, 各随机选取一人, 男生成绩高于女生成绩”为事件 A, 由表格可得: 从抽出的 12 名学生中, 男生和女生各随机选取一人, 共有 $6 \times 6 = 36$ 种
其中男生成绩高于女生成绩的有:

- $(81,72), (81,80), (84,72), (84,80), (86,72), (86,80), (86,84), (86,72), (86,80), (86,84),$
 $(88,72), (88,80), (88,84), (91,72), (91,80), (91,84), (91,88)$

事件 A 包含 17 个样本点, 因此 $P(A) = \frac{17}{36}$5 分

(II) 由数据可知, 在抽取的 12 名学生中, 成绩为优秀 (大于 90 分) 的有 3 人, 即从该校参加活动的高一学生中随机抽取 1 人, 该学生成绩优秀的概率为 $\frac{1}{4}$.

因此从该校高一学生中随机抽取 3 人, 这 3 人中成绩优秀人数 X 可取 0,1,2,3,

$$P(X=0) = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}, \quad P(X=1) = C_3^1 \frac{1}{4} \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{27}{64},$$

$$P(X=2) = C_3^2 \frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{9}{64}, \quad P(X=3) = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$$

所以随机变量 X 的分布列

X	0	1	2	3
P	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{1}{64}$

数学期望 $EX = 0 \times \frac{27}{64} + 1 \times \frac{27}{64} + 2 \times \frac{9}{64} + 3 \times \frac{1}{64} = \frac{48}{64} = \frac{3}{4}$

或者 $X \sim B\left(3, \frac{1}{4}\right)$, 所以 $EX = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ 7分

(III) $s_3^2 < s_1^2 < s_2^2$3分

20. (15分) 已知函数 $f(x) = (x^2 - ax) \ln x - \frac{1}{2}x^2 + ax$ ($a > 0$).

(I) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(II) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(III) 若函数 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处取得极大值, 记函数 $f(x)$ 的极小值为 $g(a)$, 试求 $g(a)$ 的最大值.

解: 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$,

且 $f'(x) = (2x - a) \ln x + (x^2 - ax) \frac{1}{x} - x + a = (2x - a) \ln x$.

(I) 易知 $f(1) = a - \frac{1}{2}$, $f'(1) = 0$,

所以曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y - (a - \frac{1}{2}) = 0(x - 1)$.

即 $y = a - \frac{1}{2}$4分

(II) 令 $f'(x) = (2x - a) \ln x = 0$ 得 $x = 1$ 或 $x = \frac{a}{2}$

① 当 $0 < a < 2$ 时, $\frac{a}{2} < 1$. 当 x 变化时, $f'(x), f(x)$ 变化情况如下表:

x	$(0, \frac{a}{2})$	$\frac{a}{2}$	$(\frac{a}{2}, 1)$	1	$(1, +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	极大值	↘	极小值	↗

所以函数 $f(x)$ 的单调递增区间为: $(0, \frac{a}{2})$, $(1, +\infty)$, 单调递减区间为 $(\frac{a}{2}, 1)$.

② 当 $a = 2$ 时, $f'(x) = 2(x - 1) \ln x \geq 0$ 恒成立.

所以函数 $f(x)$ 的单调递增区间为: $(0, +\infty)$, 无单调递减区间.

③ 当 $a > 2$ 时, $\frac{a}{2} > 1$. 当 x 变化时, $f'(x), f(x)$ 变化情况如下表:

x	$(0,1)$	1	$(1, \frac{a}{2})$	$\frac{a}{2}$	$(\frac{a}{2}, +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	极大值	↘	极小值	↗

所以函数 $f(x)$ 的单调递增区间为: $(0,1), (\frac{a}{2}, +\infty)$, 单调递减区间为 $(1, \frac{a}{2})$ 6分

(III) 由 (II) 可知, 要使 $x=1$ 是函数 $f(x)$ 的极大值点, 需满足 $a > 2$.

此时, 函数 $f(x)$ 的极小值为 $g(a) = f(\frac{a}{2}) = -\frac{a^2}{4} \ln \frac{a}{2} + \frac{3}{8} a^2$.

所以 $g'(a) = -\frac{1}{2} a (\ln \frac{a}{2} - 1)$.

令 $g'(a) = -\frac{1}{2} a (\ln \frac{a}{2} - 1) = 0$ 得 $a = 2e$.

当 a 变化时, $g'(a), g(a)$ 变化情况如下表:

a	$(2, 2e)$	$2e$	$(2e, +\infty)$
$g'(a)$	+	0	-
$g(a)$	↗	极大值	↘

所以函数 $g(a)$ 的最大值为 $g(2e) = \frac{e^2}{2}$.

.....5分

21. (15分) 记实数 a, b 中的较大者为 $\max\{a, b\}$, 例如 $\max\{1, 2\} = 2$, $\max\{1, 1\} = 1$, 对于无穷数列 $\{a_n\}$, 记 $\varphi_k = \max\{a_{2k-1}, a_{2k}\} (k \in \mathbf{N}^*)$, 若对于任意的 $k \in \mathbf{N}^*$, 均有 $\varphi_{k+1} < \varphi_k$, 则称数列 $\{a_n\}$ 为“趋势递减数列”.

(I) 已知数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式分别为 $a_n = -2n + 1, b_n = (-\frac{1}{2})^n$, 判断数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 是否为“趋势递减数列”, 并说明理由;

(II) 已知首项为1公比为 q 的等比数列 $\{c_n\}$ 是“趋势递减数列”, 求 q 的取值范围;

(III) 若数列 $\{d_n\}$ 满足 d_1, d_2 为正实数, 且 $d_{n+2} = |d_{n+1} - d_n|$, 求证: $\{d_n\}$ 为“趋势递减数列”的充要条件为 $\{d_n\}$ 的项中没有0.

解: (I) 数列 $\{a_n\}$ 是“趋势递减数列”.

因为 $\{a_n\}$ 是单调递减数列, $\varphi_k = \max\{a_{2k-1}, a_{2k}\} = a_{2k-1}$, 且 $\varphi_{k+1} < \varphi_k$. 所以数列 $\{a_n\}$ 是“趋势递减数列”.

数列 $\{b_n\}$ 是“趋势递减数列”.

因为 $\varphi_k = \max\{b_{2k-1}, b_{2k}\} = b_{2k}$, 且 $\varphi_{k+1} < \varphi_k$. 所以数列 $\{b_n\}$ 是“趋势递减数列”4分

(II) 当 $q > 1$ 时, 数列 $\{c_n\}$ 为单调递增数列, 此时 $\max\{c_{2k-1}, c_{2k}\} = c_{2k}$, 且 $c_{2k+2} > c_{2k}$ 不满足题意;

当 $q = 1$ 时, 数列 $\{c_n\}$ 为常数列, 不满足题意;

当 $0 < q < 1$ 时, 数列 $\{c_n\}$ 为单调递减数列, 此时 $\max\{c_{2k-1}, c_{2k}\} = c_{2k-1}$, 且 $c_{2k+1} < c_{2k-1}$, 满足题意;

当 $-1 < q < 0$ 时, 此时 $\max\{c_{2k-1}, c_{2k}\} = c_{2k-1}$, 且 $c_{2k+1} < c_{2k-1}$, 满足题意;

当 $q < -1$ 时, 此时 $\max\{c_{2k-1}, c_{2k}\} = c_{2k-1}$, 且 $c_{2k+1} > c_{2k-1}$, 不满足题意;

综上, q 的取值范围为 $(-1, 0) \cup (0, 1)$4分

(III) 先证必要性:

假设存在正整数 $m (m \geq 3)$ 使得 $d_m = 0, d_m = |d_{m-1} - d_{m-2}| = 0$, 令 $d_{m-1} = d_{m-2} = a$.

因为 d_1, d_2 为正实数, 且 $d_{n+2} = |d_{n+1} - d_n|$ 所以 $d_n \geq 0$, 故 $a \geq 0$,

则数列 $\{d_n\}$ 从 d_{n-2} 开始以后的各项为 $a, a, 0, a, a, 0, \dots$,

当 $2k-1 \geq m-2$ 时 $\max\{d_{2k-1}, d_{2k}\} = a, \max\{d_{2k+1}, d_{2k+2}\} = a$ 与 $\{d_n\}$ 为“趋势递减数列”矛盾, 故假设不成立, $\{d_n\}$ 的项中没有0.

再证明充分性: $d_{n+2} = |d_{n+1} - d_n|$ 得 $d_{n+2} < \max\{d_{n+1}, d_n\}$,

因为 $\{d_n\}$ 的项中没有 0，所以对于任意正整数 n ， $d_n \neq 0$ ，于是 $d_{2k+3} \neq 0$ ，

所以 $d_{2k+1} \neq d_{2k+2}$ 。

当 $d_{2k+1} > d_{2k+2}$ 时， $\max\{d_{2k+1}, d_{2k+2}\} = d_{2k+1} < \max\{d_{2k-1}, d_{2k}\}$ ，

当 $d_{2k+1} < d_{2k+2}$ 时， $\max\{d_{2k+1}, d_{2k+2}\} = d_{2k+2} < \max\{d_{2k-1}, d_{2k}\}$ ，

所以 $\{d_n\}$ 为“趋势递减数列”。

综上： $\{d_n\}$ 为“趋势递减数列”的充要条件为 $\{d_n\}$ 的项中没有 0。7 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯