延庆区 2017—2018 学年度高三模拟试卷

数学（理科）　　2018.3

本试卷共 6 页，满分 150 分，考试时间 120 分钟

第 I 卷（选择题）

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 若集合 $A=\{x\mid 0\le x\le 2\}, B=\{x\mid x^2>1\}$，则 $A\cup B=$

（A）$\{x\mid 0\le x\le 1\}$　　（B）$\{x\mid x>0$ 或 $x<-1\}$

（C）$\{x\mid 1<x\le 2\}$　　（D）$\{x\mid x\ge 0$ 或 $x<-1\}$

2. 在复平面内，复数 $\dfrac{-2i}{1+i}$ 的对应点位于的象限是

（A）第一象限　　（B）第二象限

（C）第三象限　　（D）第四象限

3. 已知函数 $f(x)$ 是定义域为 R 的奇函数，且 $f(1)=-2$，那么 $f(-1)+f(0)=$

（A）-2　　（B）0　　（C）1　　（D）2

4. 已知非零向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 则“$\vec{a}\cdot(\vec{b}-\vec{c})=0$”是“$\vec{b}=\vec{c}$”的

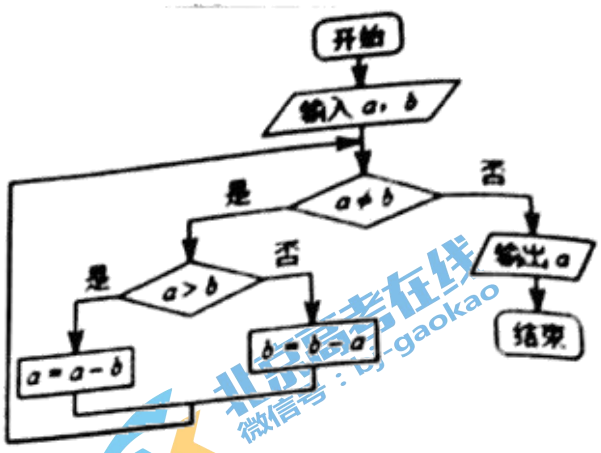
（A）充分不必要条件　　（B）必要不充分条件

（C）充要条件　　（D）既不充分也不必要条件

5. 若 x，y 满足 $\begin{cases}2x-y\le 0\\ x+y\ge 3\\ x\ge 0\end{cases}$ 则 x^2+y^2 的最小值为

（A）0　　（B）3　　（C）4.5　　（D）5

6. 该程序框图的算法思路来源于我国古代数学名著《九章算术》中的“更相减损术”，执行该程序框图，若输入的 a,b 分别为 14，4，则输出的 a 为



（A）0　　（B）2

（C）4　　（D）14

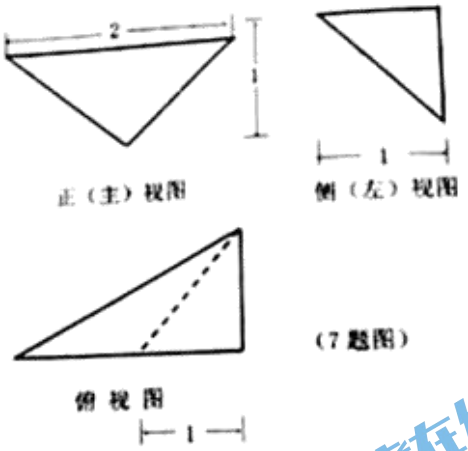
7. 某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的最长棱的长为

（A）$\sqrt{2}$

（B）$\sqrt{3}$

（C）2

（D）$\sqrt{5}$



（7 题图）

8. 若 a,b 是函数 $f(x)=x^2-px+q(p>0,q>0)$ 的两个不同的零点，且 $a,b,-2$ 这三个数适当排序后可成等差数列，且适当排序后也可成等比数列，则 $a+b$ 的值等于

（A）4　　（B）5　　（C）6　　（D）7

第Ⅱ卷（非选择题）

二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分.

9. 设双曲线$\frac{x^2}{4}-y^2=1$的焦点为F_1，F_2，P为该双曲线上的一点，若$|PF_1|=3$，则$|PF_2|=$_____.

10. 已知$f(x)=2\sin 2\omega x$，其周期为π，则$\omega=$_____，当$x\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right]$时，函数$f(x)$的最大值为_____.

11. 无偿献血是践行社会主义核心价值观的具体行动，需要在报名的2名男教师和6名女教师中，选取5人参加无偿献血，要求男、女教师都有，则不同的选取方法的种数为_____.（结果用数值表示）

12. 以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，设$l:\rho(\cos\theta+\sin\theta)=2$，$M$为$l$与$x^2+y^2=4$的交点，则$M$的极径为_____.

13. 已知$f(x)$和$g(x)$在定义域内均为增函数，但$f(x)\cdot g(x)$不一定是增函数，例如当$f(x)=$_____且$g(x)=$_____时，$f(x)\cdot g(x)$不是增函数.

14. 有4个不同国籍的人，他们的名字分别是A、B、C、D，他们分别来自英国、美国、德国、法国（名字顺序与国籍顺序不一定一致）．现已知每人只从事一个职业，且：

（1）A和来自美国的人他们俩是医生；

（2）B和来自德国的人他们俩是教师；

（3）C会游泳而来自德国的人不会游泳；

（4）A和来自法国的人他们俩一起去打球.

根据以上条件可推测出A是来自_____国的人，D是来自_____国的人.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

15.（本小题满分 13 分）

$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $\sin A+\sqrt{3}\cos A=0$，$a=2\sqrt{7}$，$b=2$.

（Ⅰ）求角 A；

（Ⅱ）求边 c 及 $\triangle ABC$ 的面积.

16.（本小题满分 13 分）

某车险的基本保费为 a（单位：元），继续购买车险的投保人称为续保人，续保人本年度的保费与其上年度出险次数的关联如下：

上年度出险次数	0	1	2	3	4	≥5
保费	$0.85a$	a	$1.25a$	$1.5a$	$1.75a$	$2a$

随机调查了该险种的 1000 名续保人在一年内的出险情况，得到如下统计表：

出险次数	0	1	2	3	4	≥5
频数	400	270	200	80	40	10

（Ⅰ）记 A 为事件："一续保人本年度的保费不高于基本保费"，求 $P(A)$ 的估计值；

（Ⅱ）某公司有三辆汽车，基本保费均为 a，根据随机调查表的出险情况，记 X 为三辆车中一年内出险的车辆个数，写出 X 的分布列；

（Ⅲ）求续保人本年度的平均保费估计值.

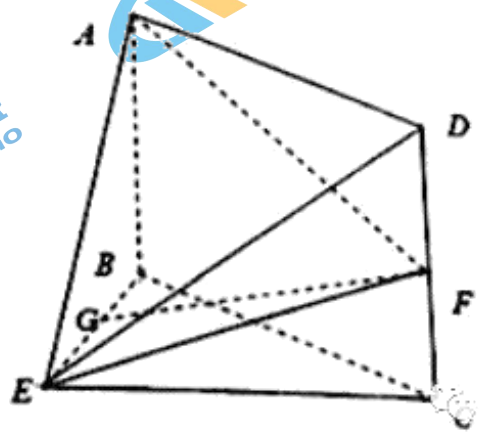
17.（本小题满分 14 分）

如图，在几何体 $ABCDE$ 中，四边形 $ABCD$ 是矩形，$AB\perp$ 平面 BEC，$BE\perp EC$，$AB=BE=EC=2$，点 G,F 分别是线段 BE,DC 的中点.

（Ⅰ）求证：$GF//$ 平面 ADE；

（Ⅱ）求平面 AEF 与平面 BEC 所成锐二面角的余弦值；

（Ⅲ）在线段 CD 上是否存在一点 M，使得 $DE\perp AM$，若存在，求 DM 的长，若不存在，请说明理由.



18.（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=e^x-x$（e 为自然对数的底数）.

（Ⅰ）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）设不等式 $f(x)>ax$ 的解集为 P，且 $\{x|0\le x\le 2\}\subseteq P$，求实数 a 的取值范围；

（Ⅲ）设 $g(x)=f(x)-ax$，写出函数 $g(x)$ 的零点的个数.（只需写出结论）

19. （本小题满分 14 分）

已知椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 过点 $(0,1)$ 且离心率 $e=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

（Ⅰ）求椭圆 E 的方程；

（Ⅱ）设动直线 l 与两定直线 $l_1: x-y=0$ 和 $l_2: x+y=0$ 分别交于 P, Q 两点. 若直线 l 总与椭圆 E 有且只有一个公共点，试探究：ΔOPQ 的面积是否存在最小值？若存在，求出该最小值；若不存在，说明理由.

20. （本小题满分 13 分）

设满足以下两个条件的有穷数列 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 为 $n(n=2,3,4,\cdots)$ 阶"Q 数列"：

①$a_1+a_2+\cdots+a_n=0$；　　②$|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_n|=1$.

（Ⅰ）分别写出一个单调递增的 3 阶和 4 阶"Q 数列"；

（Ⅱ）若 2018 阶"Q 数列"是递增的等差数列，求该数列的通项公式；

（Ⅲ）记 n 阶"Q 数列"的前 k 项和为 $S_k(k=1,2,3,\cdots,n)$，试证 $|S_k|\le\frac{1}{2}$.