2023 北京五十中高一（下）期中

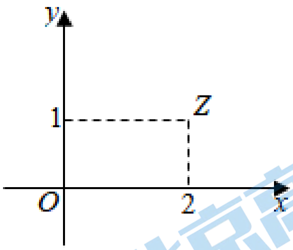
数　　学

一、单选题（本大题共 12 小题，共 48 分）

1．$\dfrac{3+i}{1+i}$=（　　）

A．$1+2i$　　B．$1-2i$　　C．$2+i$　　D．$2-i$

2．在复平面内，复数 z 对应的点 Z 如图所示，则复数 $\overline{z}$=（　　）



A．$2+i$　　B．$2-i$　　C．$1+2i$　　D．$1-2i$

3．已知向量 $\vec{a}$=（m，4），$\vec{b}$=（3，－2），且 $\vec{a}$∥$\vec{b}$，则 m=（　　）

A．6　　B．－6　　C．$\dfrac{8}{3}$　　D．$-\dfrac{8}{3}$

4．已知向量 $\vec{a}$=（－1，2），$\vec{b}$=（m，1）．若向量 $\vec{a}+\vec{b}$ 与 $\vec{a}$ 垂直，则 m=（　　）

A．6　　B．3　　C．7　　D．－14

5．函数 $y=\sin3x+\cos3x$ 的最小正周期是（　　）

A．6π　　B．2π　　C．$\dfrac{2\pi}{3}$　　D．$\dfrac{\pi}{3}$

6．已知长方体的长、宽、高分别为 5，4，3，那么该长方体的表面积为（　　）

A．20　　B．47　　C．60　　D．94

7．在△ABC 中，$b=c\cdot\cos A$，则△ABC 的形状为（　　）

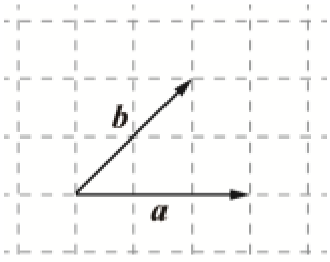
A．等边三角形

B．等腰三角形或直角三角形

C．直角三角形

D．等腰直角三角形

8．已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 在正方形网格中的位置如图所示．若网格中每个小正方形的边长均为 1，则 $|2\vec{a}-\vec{b}|$=（　　）



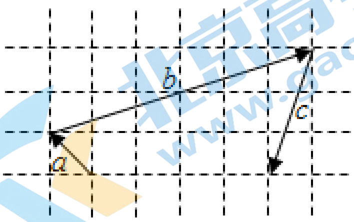
A．$\sqrt{5}$　　　　B．$\sqrt{17}$　　　　C．$2\sqrt{5}$　　　　D．20

9．在△ABC中，$A=\frac{\pi}{3}$，则“$\sin B<\frac{1}{2}$”是“△ABC是钝角三角形”的（　　）

A．充分而不必要条件　　　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　　　D．既不充分也不必要条件

10．向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$在正方形网格中的位置如图所示，若$\vec{c}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$（$\lambda$，$\mu\in\mathbf{R}$），则$\frac{\lambda}{\mu}=$（　　）



A．－8　　　　B．－4　　　　C．4　　　　D．2

11．在直角坐标系xOy中，已知两点A（cos110°，sin110°），B（cos50°，sin50°），则$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=$（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　　D．1

12．函数$f(x)=\sin 2x\cdot\tan x$是（　　）

A．奇函数，且最小值为0　　　　B．奇函数，且最大值为2

C．偶函数，且最小值为0　　　　D．偶函数，且最大值为2

二、填空题（本大题共6小题，共30分）

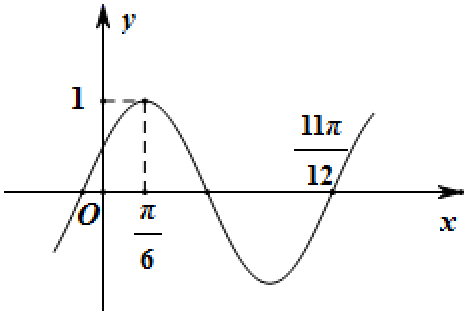
13．（5分）已知复数$z=-1+3i$，其中i是虚数单位，则z的模是________.

14．（5分）在△ABC中，若$a=3$，$c=\sqrt{2}$，$B=\frac{\pi}{4}$，则△ABC的面积为________.

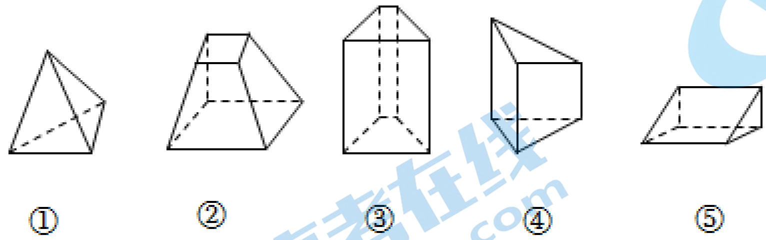
15．（5分）函数$f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{4})$在区间$[0,\frac{\pi}{2}]$上的最小值是________.

16．（5分）已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\frac{2\pi}{3}$，则$|\vec{a}+2\vec{b}|=$______.

17．（5分）已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$，（$\omega>0$）的部分图象如图所示，则$f(x)$的最小正周期为______.



18.（5 分）在如图所示的几何体中，是棱柱的为 ______.（填写所有正确的序号）



三、解答题（本大题共 5 小题，共 72 分）

19．已知函数 $f(x)=3\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6})-1$.

（1）函数的最小正周期；

（2）函数的最值及相应的 x 的值.

20．在△ABC 中，$\sqrt{2}bc=b^2+c^2-a^2$.

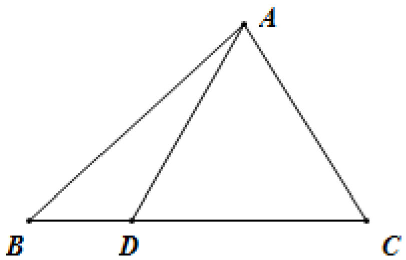
（Ⅰ）求 A；

（Ⅱ）若 $a=2\sqrt{2}$，$B=\frac{\pi}{3}$，求 b.

21．如图，在△ABC 中，$AB=6$，$AC=2\sqrt{3}$，$BC=2\sqrt{6}$，点 D 在边 BC 上，且∠$ADC=60°$.

（Ⅰ）求 $\cos B$；

（Ⅱ）求线段 AD 的长.



22．已知点 O（0，0），A（2，1），B（1，2）.

（1）若 $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$，求点 P 的坐标；

（2）已知 $\overrightarrow{OQ}=\lambda\overrightarrow{OA}+\mu\overrightarrow{OB}$.

①若点 Q 在直线 AB：$y=-x+3$ 上，试写出 λ，μ 应满足的数量关系，并说明你的理由；

②若△QAB 为等边三角形，求 λ，μ 的值.

23．已知函数 $f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{6})-2\cos^2(x-\frac{\pi}{12})$.

（Ⅰ）求函数$f(x)$的最小正周期；

（Ⅱ）求函数$f(x)$在$[\frac{\pi}{12},\frac{3\pi}{8}]$上的最小值；

（Ⅲ）若关于x的方程$f(x)=0$在区间$[0,m]$上有两个不同解，求实数m的取值范围．

参考答案

一、单选题（本大题共 12 小题，共 48 分）

1.【解答】解：$\frac{3+i}{1+i}=\frac{(3+i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{4-2i}{2}=2-i$，

故选：D.

2.【解答】解：由图可知，点 Z 对应的复数 $z=2+i$，

则 $\overline{z}=2-i$，

故选：B.

3.【解答】解：向量 $\vec{a}=(m,4)$，$\vec{b}=(3,-2)$，且 $\vec{a}\parallel\vec{b}$，

∴ $-2m-4\times3=0$，

解得 $m=-6$.

故选：B.

4.【解答】解：已知向量 $\vec{a}=(-1,2)$，$\vec{b}=(m,1)$，若向量 $\vec{a}+\vec{b}$ 与 $\vec{a}$ 垂直，

则 $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{a}=\vec{a}^2+\vec{a}\cdot\vec{b}=5+(-m+2)=0$，求得 $m=7$，

故选：C.

5.【解答】解：函数 $y=\sin3x+\cos3x=\sqrt{2}\sin(3x+\frac{\pi}{4})$ 的最小正周期是 $\frac{2\pi}{3}$，

故选：C.

6.【解答】解：∵长方体的长、宽、高分别为 5，4，3，

∴长方体的表面积为 $2\times(5\times4+4\times3+3\times5)=94$；

故选：D.

7.【解答】解：把 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$，代入已知等式得：$b=c\cdot\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$，

整理得：$a^2+b^2=c^2$，

即 C 为直角.

则△ABC 一定是直角三角形.

故选：C.

8.【解答】解：由图象可得$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=2\sqrt{2}$，$<\vec{a},\vec{b}>=45°$，

所以 $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos<\vec{a},\vec{b}>=3\times2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=6$，

所以 $|2\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{(2\vec{a}-\vec{b})^2}=\sqrt{4\vec{a}^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2}=\sqrt{4\times9-4\times6+8}=2\sqrt{5}$.

故选：C.

9.【解答】解：∵$A=\frac{\pi}{3}$，∴$B+C=\frac{2\pi}{3}$，

∴由 $\sin B<\frac{1}{2}$可得 $\sin\left(\frac{2\pi}{3}-C\right)<\frac{1}{2}$，

又$\frac{2\pi}{3}-C\in\left(0,\ \frac{2\pi}{3}\right)$，

∴$0<\frac{2\pi}{3}-C<\frac{\pi}{6}$，

∴$\frac{\pi}{2}<C<\frac{2\pi}{3}$，∴$C$为钝角，

∴△ABC是钝角三角形，

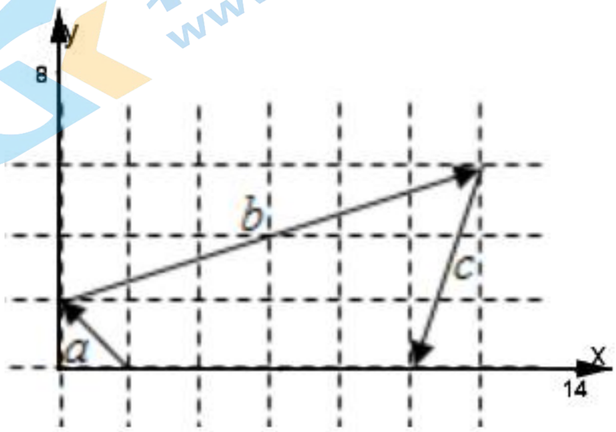
反过来，由△ABC是钝角三角形不能得到 C 为钝角，

即可能 B 为钝角，此时不能得到 $\sin B<\frac{1}{2}$，

故“$\sin B<\frac{1}{2}$”是“△ABC是钝角三角形”的充分而不必要条件，

故选：A．

10．【解答】解：设正方形的边长为 1，建立如图所示的直角坐标系



则易知$\vec{c}=(-1,\ -3)$，$\vec{a}=(-1,\ 1)$，$\vec{b}=(6,\ 2)$，

∵$\vec{c}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$，

∴$(-1,\ -3)=\lambda(-1,\ 1)+\mu(6,\ 2)$，

解得，$\lambda=-2$，$\mu=-\frac{1}{2}$，故$\frac{\lambda}{\mu}=4$．

故选：C．

11．【解答】解：因为 $A(\cos110^\circ,\ \sin110^\circ)$，$B(\cos50^\circ,\ \sin50^\circ)$，

所以$\overrightarrow{OA}=(\cos110^\circ,\ \sin110^\circ)$，$\overrightarrow{OB}=(\cos50^\circ,\ \sin50^\circ)$，

所以$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\cos110^\circ\cos50^\circ+\sin110^\circ\sin50^\circ=\cos60^\circ=\frac{1}{2}$．

故选：A．

12．【解答】解：由题意知，$x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，

$f(x)=\sin2x\cdot\tan x=2\sin x\cos x\cdot\tan x=2\sin^2x$，

所以 $f(-x)=2\sin^2(-x)=2\sin^2x=f(x)$，所以 $f(x)$ 是偶函数，

又 $\sin x\in(-1,1)$，所以 $\sin^2x\in[0,1)$，所以 $f(x)\in[0,2)$．

故选：C．

二、填空题（本大题共 6 小题，共 30 分）

13.【解答】解：$\because z=-1+3i$，$\therefore |z|=\sqrt{(-1)^2+3^2}=\sqrt{10}$．

故答案为：$\sqrt{10}$．

14.【解答】解：因为 $a=3$，$c=\sqrt{2}$，$B=\frac{\pi}{4}$，

故 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times3\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{3}{2}$．

故答案为：$\frac{3}{2}$．

15.【解答】解：$\because x\in[0,\frac{\pi}{2}]$

$\therefore 2x-\frac{\pi}{4}\in[-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}]$，可得 $f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{4})\in[-\frac{\sqrt{2}}{2},1]$

因此，当 $x=0$ 时，函数 $f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{4})$ 的最小值为 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$，

故答案为：$-\frac{\sqrt{2}}{2}$．

16.【解答】解：根据条件向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\frac{2\pi}{3}$，

$|\vec{a}+2\vec{b}|^2=\vec{a}^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2=4+4\times2\times1\times(-\frac{1}{2})+4=4$，

$\therefore |\vec{a}+2\vec{b}|=2$．

故答案为：2．

17.【解答】解：根据函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$，$(\omega>0)$ 的部分图象，

可得$\frac{3}{4}\cdot\frac{2\pi}{\omega}=\frac{11\pi}{12}-\frac{\pi}{6}$，

故 $\omega=2$．

再根据五点法作图，$2\times\frac{\pi}{6}+\varphi=\frac{\pi}{2}$，$\therefore \varphi=\frac{\pi}{6}$，

即 $f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$，故它的最小正周期为 $\frac{2\pi}{2}=\pi$，

故答案为：π．

18.【解答】解：由棱柱的结构特征，即有两个面互相平行，其余的面都是四边形，并且相邻四边形的公共边互相平行，

可得图③⑤为棱柱．

故答案为：③⑤．

三、解答题（本大题共 5 小题，共 72 分）

19.【解答】解：（1）函数的最小正周期 $T=\dfrac{2\pi}{\frac{1}{2}}=4\pi$，

（2）∵ $-1\leqslant\sin\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}\right)\leqslant 1$，

∴ $-4\leqslant 3\sin\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}\right)-1\leqslant 2$，

∴当 $\sin\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}\right)=1$ 时，函数取得最大值 $y_{max}=2$ 时，此时 $\{x|x=4k\pi+\frac{2\pi}{3},\ k\in\mathbf{Z}\}$；

当 $\sin\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}\right)=-1$，函数取得最小值 $y_{min}=-4$ 时，此时 $\{x|x=k\pi-\frac{4\pi}{3},\ k\in\mathbf{Z}\}$.

20.【解答】解：（Ⅰ）由余弦定理得，$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{\sqrt{2}bc}{2bc}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

∵$A\in(0,\pi)$，

∴$A=\dfrac{\pi}{4}$；

（Ⅱ）由正弦定理得，$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$，

∴$\dfrac{2\sqrt{2}}{\sin\frac{\pi}{4}}=\dfrac{b}{\sin\frac{\pi}{3}}$，

∴$b=2\sqrt{3}$.

21.【解答】解：（Ⅰ）根据余弦定理：$\cos B=\dfrac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot BC}=\dfrac{6^2+(2\sqrt{6})^2-(2\sqrt{3})^2}{2\times 6\times 2\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

（Ⅱ）因为 $0<B<\pi$，所以 $\sin B>0$，$\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

∵$\angle ADC=60°$，

∴$\angle ADB=120°$，

根据正弦定理得：$\dfrac{AD}{\sin B}=\dfrac{AB}{\sin\angle ADB}$，

∴ $AD=\dfrac{AB\cdot\sin B}{\sin\angle ADB}=\dfrac{6\times\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4$.

22.【解答】解：（1）由题意 $\overrightarrow{OA}=(2,1)$，$\overrightarrow{OB}=(1,2)$，∴$\overrightarrow{OP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\left(2,\frac{5}{2}\right)$，∴点 P 坐标为 $\left(2,\frac{5}{2}\right)$；

（2）设 $Q(s,t)$，由 $\overrightarrow{OQ}=\lambda\overrightarrow{OA}+\mu\overrightarrow{OB}$ 得 $s=2\lambda+\mu$、$t=\lambda+2\mu$.

①把 $s=2\lambda+\mu$、$t=\lambda+2\mu$ 代入“$y=-x+3$”得 $\lambda+2\mu=-(2\lambda+\mu)+3$，得 $\lambda+\mu=1$；

②由△QAB为等边三角形，得$|\overrightarrow{QA}|=|\overrightarrow{QB}|=|\overrightarrow{AB}|$，∴$|\overrightarrow{QA}|^2=|\overrightarrow{QB}|^2=|\overrightarrow{AB}|^2$，

∴$(s-2)^2+(t-1)^2=(s-1)^2+(t-2)^2=(2-1)^2+(1-2)^2=2$，

由$(s-2)^2+(t-1)^2=(s-1)^2+(t-2)^2$得$s=t$，

代入$(s-1)^2+(t-2)^2=2$，得$2s^2-6s+3=0$，

把$s=2\lambda+\mu$、$t=\lambda+2\mu$代入$s=t$，得$\lambda=\mu$，

∴$s=t=3\lambda$，代入$2s^2-6s+3=0$，得$6\lambda^2-6\lambda+1=0$，解得$\lambda=\frac{3\pm\sqrt{3}}{6}$，

∴$\lambda=\mu=\frac{3+\sqrt{3}}{6}$或$\lambda=\mu=\frac{3-\sqrt{3}}{6}$.

23.【解答】解：（Ⅰ）$f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{6})-\cos(2x-\frac{\pi}{6})-1=\sqrt{2}\sin(2x-\frac{5\pi}{12})-1$，

则函数$f(x)$的最小正周期为$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$；

（Ⅱ）∵$x\in[\frac{\pi}{12},\frac{3\pi}{8}]$，∴$2x-\frac{5\pi}{12}\in[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3}]$，∴$\sin(2x-\frac{5\pi}{12})\in[-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}]$，

∴$f(x)_{min}=\sqrt{2}(-\frac{\sqrt{2}}{2})-1=-2$；

（Ⅲ）令$f(x)=0$，解得$\sin(2x-\frac{5\pi}{12})=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

令$t=2x-\frac{5\pi}{12}$，则当$x\in[0,m]$时，$t\in[-\frac{5\pi}{12},2m-\frac{5\pi}{12}]$，

∵方程$f(x)=0$在区间$[0,m]$上有两个不同解，

∴$\sin t=\frac{\sqrt{2}}{2}$在$[-\frac{5\pi}{12},2m-\frac{5\pi}{12}]$有两个不同解，

∴$\frac{3\pi}{4}\leqslant 2m-\frac{5\pi}{12}<\frac{9\pi}{4}$，解得$\frac{7\pi}{12}\leqslant m<\frac{4\pi}{3}$，

∴实数m的取值范围为$[\frac{7\pi}{12},\frac{4\pi}{3})$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ‘’ 精益求精、专业严谨 ‘’ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。