准考证号____________________姓名____________

（在此卷上答题无效）

机密★

江西省2022年初中学业水平考试

数学试题卷

说明：1. 全卷满分120分，考试时间120分钟.

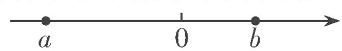
2. 请将答案写在答题卡上，否则不给分.

一、单项选择题（本大题共6小题，每小题3分，共18分）

1. 下列各数中，负数是

A. -1　　B. 0　　C. 2　　D. $\sqrt{2}$

2. 实数a，b在数轴上的对应点的位置如图所示，则下列结论中，正确的是



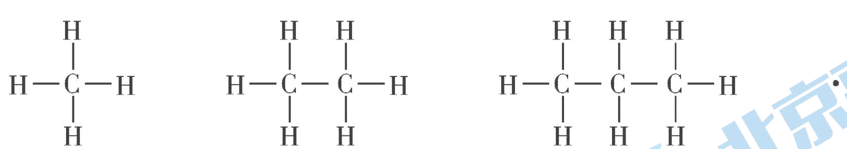
A. $a>b$　　B. $a=b$　　C. $a<b$　　D. $a=-b$

3. 下列计算正确的是

A. $m^2\cdot m^3=m^6$　　B. $-(m-n)=-m+n$

C. $m(m+n)=m^2+n$　　D. $(m+n)^2=m^2+n^2$

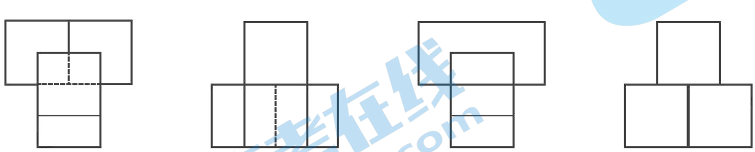
4. 将字母“C”，“H”按照如图所示的规律摆放，依次下去，则第4个图形中字母“H”的个数是



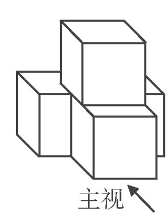
①　②　③

A. 9　　B. 10　　C. 11　　D. 12

5. 如图是四个完全相同的小正方体搭成的几何体，它的俯视图为



A　B　C　D



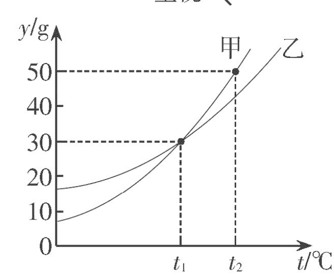
6. 甲、乙两种物质的溶解度y(g)与温度t(℃)之间的对应关系如图所示，则下列说法中，错误的是

A. 甲、乙两种物质的溶解度均随着温度的升高而增大

B. 当温度升高至t_2℃时，甲的溶解度比乙的溶解度大

C. 当温度为0℃时，甲、乙的溶解度都小于20g

D. 当温度为30℃时，甲、乙的溶解度相等



二、填空题（本大题共6小题，每小题3分，共18分）

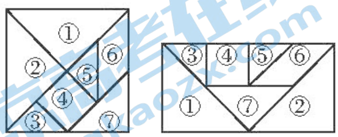
7. 因式分解：$a^2-3a=$______.

8. 正五边形的外角和为______度.

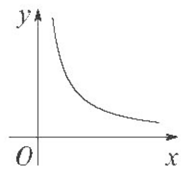
9. 关于x的方程$x^2+2x+k=0$有两个相等的实数根，则k的值为______.

10. 甲、乙两人在社区进行核酸采样，甲每小时比乙每小时多采样10人，甲采样160人所用时间与乙采样140人所用时间相等，甲、乙两人每小时分别采样多少人？设甲每小时采样x人，则可列分式方程为______.

11. 沐沐用七巧板拼了一个对角线长为2的正方形，再用这副七巧板拼成一个长方形（如图所示），则长方形的对角线长为______.



（第11题）



（第12题备用图）

12. 已知点A在反比例函数$y=\frac{12}{x}$（$x>0$）的图象上，点B在x轴正半轴上，若$\triangle OAB$为等腰三角形，且腰长为5，则AB的长为______.

三、解答题（本大题共5小题，每小题6分，共30分）

13.（1）计算：$|-2|+\sqrt{4}-2^0$；

（2）解不等式组：$\begin{cases}2x<6,\\3x>-2x+5.\end{cases}$

14. 以下是某同学化简分式$\left(\frac{x+1}{x^2-4}-\frac{1}{x+2}\right)\div\frac{3}{x-2}$的部分运算过程：

解：原式$=\left[\frac{x+1}{(x+2)(x-2)}-\frac{1}{x+2}\right]\times\frac{x-2}{3}$ ① $=\left[\frac{x+1}{(x+2)(x-2)}-\frac{x-2}{(x+2)(x-2)}\right]\times\frac{x-2}{3}$ ② $=\frac{x+1-x-2}{(x+2)(x-2)}\times\frac{x-2}{3}$ ③ …	解：

（1）上面的运算过程中第______步出现了错误；

（2）请你写出完整的解答过程.

15. 某医院计划选派护士支援某地的防疫工作，甲、乙、丙、丁4名护士积极报名参加，其中甲是共青团员，其余3人均是共产党员. 医院决定用随机抽取的方式确定人选.

（1）“随机抽取1人，甲恰好被抽中”是______事件；

A. 不可能　　　　B. 必然　　　　C. 随机

（2）若需从这4名护士中随机抽取2人，请用画树状图法或列表法求出被抽到的两名护士都是共产党员的概率.

16. 如图是 4×4 的正方形网格，请仅用无刻度的直尺按要求完成以下作图（保留作图痕迹）.

（1）在图1中作$\angle ABC$的角平分线；

（2）在图2中过点C作一条直线l，使点A，B到直线l的距离相等.

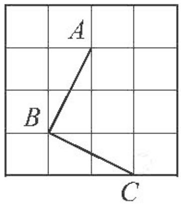


图1

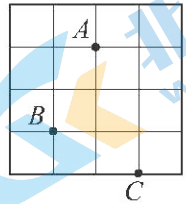
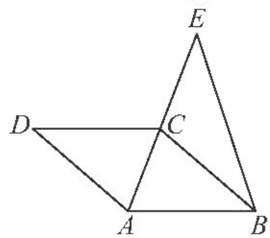


图2

17. 如图，四边形$ABCD$为菱形，点E在AC的延长线上，$\angle ACD=\angle ABE$.

（1）求证：$\triangle ABC\backsim\triangle AEB$；

（2）当$AB=6$，$AC=4$时，求AE的长.



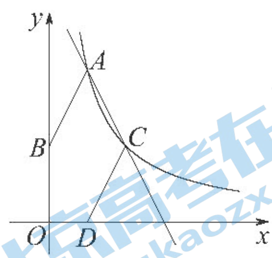
四、解答题（本大题共3小题，每小题8分，共24分）

18. 如图，点$A(m,4)$在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ $(x>0)$的图象上，点B在y轴上，$OB=2$，将线段AB向右下方平移，得到线段CD，此时点C落在反比例函数的图象上，点D落在x轴正半轴上，且$OD=1$.

（1）点B的坐标为______，点D的坐标为______，

点C的坐标为______（用含m的式子表示）；

（2）求k的值和直线AC的表达式.



19. 课本再现

（1）在$\odot O$中，$\angle AOB$是$\overset{\frown}{AB}$所对的圆心角，$\angle C$是$\overset{\frown}{AB}$所对的圆周角，我们在数学课上探索两者之间的关系时，要根据圆心O与$\angle C$的位置关系进行分类. 图1是其中一种情况，请你在图2和图3中画出其它两种情况的图形，并从三种位置关系中任选一种情况证明$\angle C=\frac{1}{2}\angle AOB$；

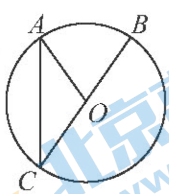


图1

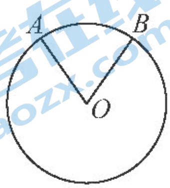


图2

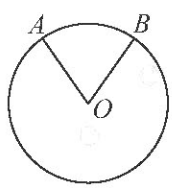


图3

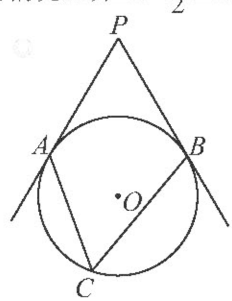


图4

知识应用

（2）如图4，若$\odot O$的半径为2，PA，PB分别与$\odot O$相切于点A，B，$\angle C=60°$，求PA的长.

20. 图 1 是某长征主题公园的雕塑，将其抽象成如图 2 所示的示意图，已知 $AB//CD//FG$，A，D，H，G 四点在同一直线上，测得 $\angle FEC=\angle A=72.9°$，$AD=1.6$ m，$EF=6.2$ m.（结果保留小数点后一位）

（1）求证：四边形 $DEFG$ 为平行四边形；

（2）求雕塑的高（即点 G 到 AB 的距离）.

（参考数据：$\sin 72.9°\approx0.96$，$\cos 72.9°\approx0.29$，$\tan 72.9°\approx3.25$）

图 1

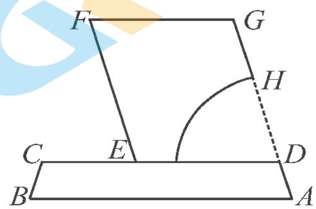


图 2

五、解答题（本大题共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分）

21. 在“双减”政策实施两个月后，某市“双减办”面向本市城区学生，就“‘双减’前后参加校外学科补习班的情况”进行了一次随机问卷调查（以下将“参加校外学科补习班”简称“报班”），根据问卷提交时间的不同，把收集到的数据分两组进行整理，分别得到统计表 1 和统计图 1：

整理描述

表 1：“双减”前后报班情况统计表（第一组）

报班数 / 人数 / 类别	0	1	2	3	4 及以上	合计
“双减”前	102	48	75	51	24	m
“双减”后	255	15	24	n	0	m

“双减”前后报班情况统计图（第二组）

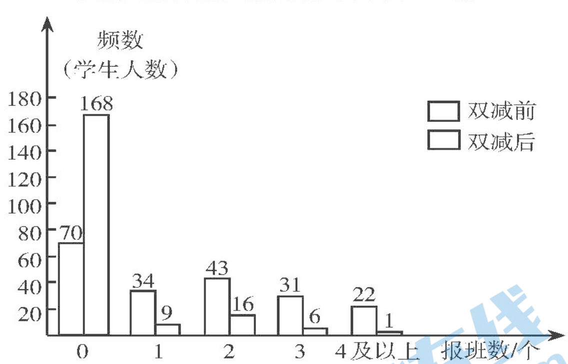


图 1

“双减”前后报班情况统计图

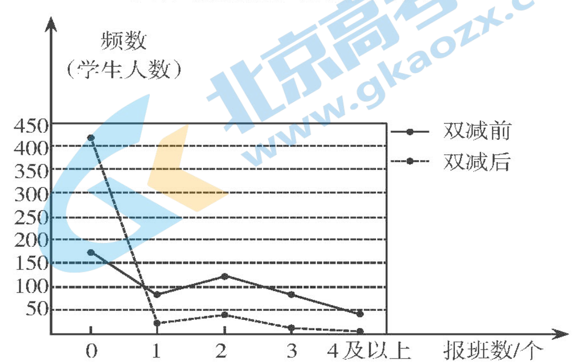


图 2

（1）根据表 1，m 的值为______，$\frac{n}{m}$ 的值为______；

分析处理

（2）请你汇总表 1 和图 1 中的数据，求出“双减”后报班数为 3 的学生人数所占的百分比；

（3）“双减办”汇总数据后，制作了“双减”前后报班情况的折线统计图（如图 2）. 请依据以上图表中的信息回答以下问题：

①本次调查中，“双减”前学生报班个数的中位数为______，“双减”后学生报班个数的众数为______；

②请对该市城区学生“双减”前后报班个数变化情况作出对比分析（用一句话来概括）.

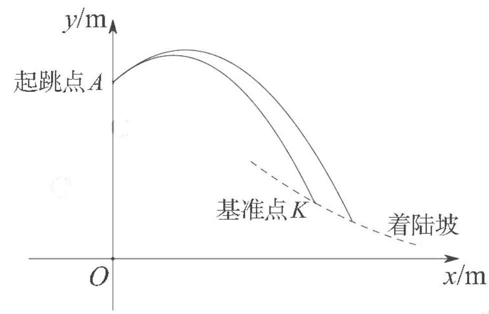
22. 跳台滑雪运动可分为助滑、起跳、飞行和落地四个阶段，运动员起跳后飞行的路线是抛物线的一部分（如图中实线部分所示），落地点在着陆坡（如图中虚线部分所示）上，着陆坡上的基准点K为飞行距离计分的参照点，落地点超过K点越远，飞行距离分越高. 2022年北京冬奥会跳台滑雪标准台的起跳台的高度OA为66 m，基准点K到起跳台的水平距离为75 m，高度为h m（h为定值）. 设运动员从起跳点A起跳后的高度y（m）与水平距离x（m）之间的函数关系为$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$.

（1）c的值为______；

（2）①若运动员落地点恰好到达K点，且此时$a=-\frac{1}{50}$，$b=\frac{9}{10}$，求基准点K的高度h；

②若$a=-\frac{1}{50}$时，运动员落地点要超过K点，则b的取值范围为______；

（3）若运动员飞行的水平距离为25 m时，恰好达到最大高度76 m，试判断他的落地点能否超过K点，并说明理由.



六、解答题（本大题共12分）

23. 综合与实践

问题提出

某兴趣小组在一次综合与实践活动中提出这样一个问题：将足够大的直角三角板 PEF（$\angle P=90°$，$\angle F=60°$）的一个顶点放在正方形中心 O 处，并绕点 O 逆时针旋转，探究直角三角板 PEF 与正方形 $ABCD$ 重叠部分的面积变化情况（已知正方形边长为2）.

操作发现

（1）如图1，若将三角板的顶点 P 放在点 O 处，在旋转过程中，当 OF 与 OB 重合时，重叠部分的面积为______；当 OF 与 BC 垂直时，重叠部分的面积为______；一般地，若正方形面积为 S，在旋转过程中，重叠部分的面积 S_1 与 S 的关系为______；

类比探究

（2）若将三角板的顶点 F 放在点 O 处，在旋转过程中，OE，OP 分别与正方形的边相交于点 M，N.

①如图2，当 $BM=CN$ 时，试判断重叠部分 $\triangle OMN$ 的形状，并说明理由；

②如图3，当 $CM=CN$ 时，求重叠部分四边形 $OMCN$ 的面积（结果保留根号）；

拓展应用

（3）若将任意一个锐角的顶点放在正方形中心 O 处，该锐角记为 $\angle GOH$（设 $\angle GOH=\alpha$），将 $\angle GOH$ 绕点 O 逆时针旋转，在旋转过程中，$\angle GOH$ 的两边与正方形 $ABCD$ 的边所围成的图形的面积为 S_2，请直接写出 S_2 的最小值与最大值（分别用含 α 的式子表示）.

（参考数据：$\sin 15°=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$，$\cos 15°=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$，$\tan 15°=2-\sqrt{3}$）

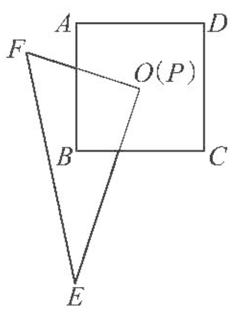


图1

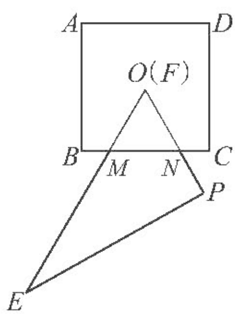


图2

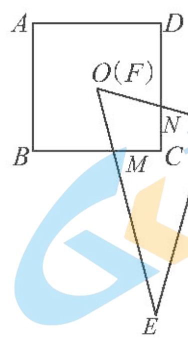
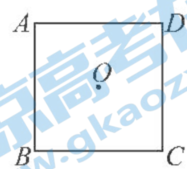


图3



备用图

江西省2022年初中学业水平考试

数学试题参考答案

一、单项选择题（本大题共6小题，每小题3分，共18分）

1. A　　2. C　　3. B　　4. B　　5. A　　6. D

二、填空题（本大题共6小题，每小题3分，共18分）

7. $a(a-3)$　　8. 360　　9. 1　　10. $\frac{160}{x}=\frac{140}{x-10}$　　11. $\sqrt{5}$　　12. 5，$2\sqrt{5}$，$\sqrt{10}$

三、解答题（本大题共5小题，每小题6分，共30分）

13.（1）解：原式$=2+2-1$

$=3$.

（2）解：$\begin{cases}2x<6, & ①\\ 3x>-2x+5. & ②\end{cases}$

解不等式①，得$x<3$.

解不等式②，得$x>1$.

所以原不等式组的解集为$1<x<3$.

14.（1）③；

（2）解：原式$=\left[\frac{x+1}{(x+2)(x-2)}-\frac{1}{x+2}\right]\times\frac{x-2}{3}$

$=\left[\frac{x+1}{(x+2)(x-2)}-\frac{x-2}{(x+2)(x-2)}\right]\times\frac{x-2}{3}$

$=\frac{x+1-x+2}{(x+2)(x-2)}\times\frac{x-2}{3}$

$=\frac{3}{(x+2)(x-2)}\times\frac{x-2}{3}$

$=\frac{1}{x+2}$.

15. 解：（1）C；

（2）解法一：画树状图如下：

从树状图可以看出，所有可能结果共有12种，且每种结果出现的可能性相等，其中抽到的两名护士都是共产党员的结果有6种，

所以P(抽到的两名护士都是共产党员)$=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

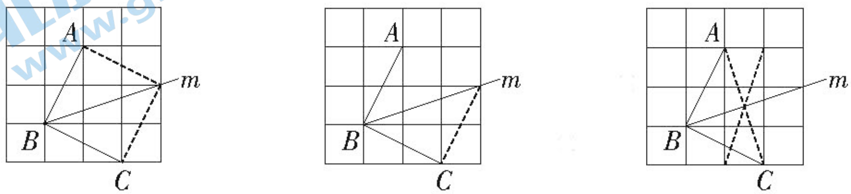
解法二：列表如下：

第2名 第1名	甲	乙	丙	丁
甲		（甲，乙）	（甲，丙）	（甲，丁）
乙	（乙，甲）		（乙，丙）	（乙，丁）
丙	（丙，甲）	（丙，乙）		（丙，丁）
丁	（丁，甲）	（丁，乙）	（丁，丙）	

由上表可知，所有可能结果共有12种，且每种结果出现的可能性相等，其中抽到的两名护士都是共产党员的结果有6种，

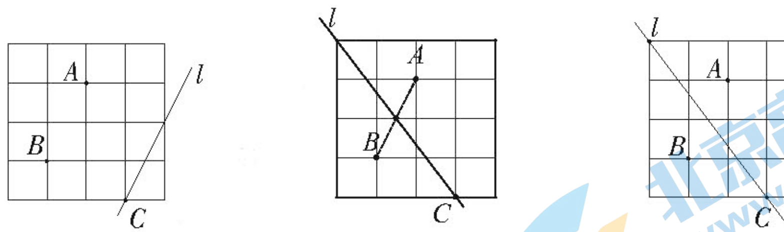
所以P(抽到的两名护士都是共产党员)$=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

16. 解：(1)如下图：



答：如图，射线m即为所求.

(2)如下图：



答：如图，直线l即为所求.

17. 解：(1)∵四边形$ABCD$为菱形，AC为对角线，

∴$\angle ACB=\angle ACD$.

∵$\angle ACD=\angle ABE$，

∴$\angle ACB=\angle ABE$.

又$\angle BAC=\angle EAB$，

∴$\triangle ABC\backsim\triangle AEB$.

(2)∵$\triangle ABC\backsim\triangle AEB$，

∴$\frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AB}$.

∵$AB=6$，$AC=4$，

∴$\frac{6}{AE}=\frac{4}{6}$.

∴$AE=9$.

四、解答题(本大题共3小题,每小题8分,共24分)

18. 解:(1)$B(0,2)$,$D(1,0)$,$C(m+1,2)$;

(2)∵点$A(m,4)$和点$C(m+1,2)$均在反比例函数$y=\dfrac{k}{x}(x>0)$的图象上,

∴$4m=2(m+1)$.

解得$m=1$.

∴$A(1,4)$,$C(2,2)$.

∴$k=4$.

设直线AC的表达式为$y=ax+b$,

则$\begin{cases}a+b=4,\\2a+b=2.\end{cases}$

解得$\begin{cases}a=-2,\\b=6.\end{cases}$

∴直线AC的表达式为$y=-2x+6$.

19. 解:(1)其它两种情况的图形如图2和图3所示:

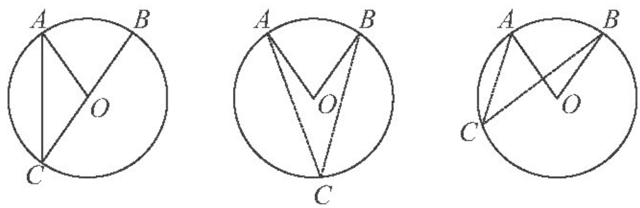


图1　　图2　　图3

若选择“圆心O在$\angle C$的一条边上”这种情况,如图1,

∵$\angle AOB$是$\triangle AOC$的外角,

∴$\angle AOB=\angle C+\angle OAC$.

∵$OA=OC$,

∴$\angle C=\angle OAC$.

∴$\angle AOB=2\angle C$.

即$\angle C=\dfrac{1}{2}\angle AOB$.

若选择“圆心O在$\angle C$的内部”这种情况,如图4,

连接CO并延长交$\odot O$于点D.

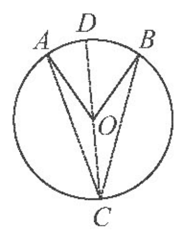


图4

∵$\angle AOD$是$\triangle AOC$的外角,

∴$\angle AOD=\angle ACD+\angle OAC$.

∵$OA=OC$,

∴$\angle ACD=\angle OAC$.

∴$\angle AOD=2\angle ACD$.

同理可得$\angle BOD=2\angle BCD$.

∴$\angle AOB=\angle AOD+\angle BOD=2\angle ACD+2\angle BCD=2(\angle ACD+\angle BCD)=2\angle ACB$.

即$\angle ACB=\dfrac{1}{2}\angle AOB$.

若选择“圆心 O 在 $\angle C$ 外部”这种情况，如图5，

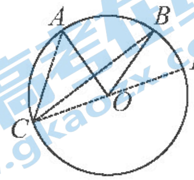


图5

连接 CO 并延长交 $\odot O$ 于点 D.

$\because \angle AOD$ 是 $\triangle AOC$ 的外角，

$\therefore \angle AOD=\angle ACD+\angle OAC$.

$\because OA=OC$，

$\therefore \angle ACD=\angle OAC$.

$\therefore \angle AOD=2\angle ACD$.

同理可得 $\angle BOD=2\angle BCD$.

$\therefore \angle AOB=\angle AOD-\angle BOD=2\angle ACD-2\angle BCD=2(\angle ACD-\angle BCD)=2\angle ACB$.

即 $\angle ACB=\dfrac{1}{2}\angle AOB$.

（2）连接 OA，OB.

$\because \angle C=60°$，

$\therefore \angle AOB=120°$.

方法一：如图6，连接 AB，过点 O 作 $OD\perp AB$ 于点 D.

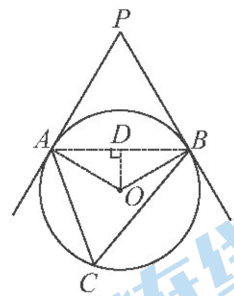


图6

$\because PA$，PB 分别与 $\odot O$ 相切于点 A，B，

$\therefore \angle OAP=\angle OBP=90°$.

$\because OA=OB$，$\angle AOB=120°$，

$\therefore AB=2AD$，$\angle OAB=\angle OBA=30°$.

$\therefore \angle PAB=\angle PAO-\angle OAB=90°-30°=60°$，

$\angle PBA=\angle PBO-\angle OBA=90°-30°=60°$.

$\therefore \triangle PAB$ 为等边三角形.

$\therefore PA=AB$.

在 Rt$\triangle ADO$ 中，$\angle OAD=30°$，$AO=2$，$AD=AO\cdot\cos30°=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，

$\therefore PA=AB=2AD=2\sqrt{3}$.

方法二：如图7，连接 OP，

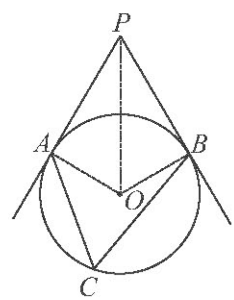


图7

$\because PA$，PB 分别与 $\odot O$ 相切于点 A，B，

$\therefore \angle OAP=\angle OBP=90°$，$PO$ 平分 $\angle APB$.

$\therefore \angle APB=360°-\angle OAP-\angle OBP-\angle AOB=60°$.

$\therefore \angle APO=\dfrac{1}{2}\angle APB=\dfrac{1}{2}\times60°=30°$.

在 Rt$\triangle APO$ 中，$AO=2$，$\tan\angle APO=\tan30°=\dfrac{AO}{PA}=\dfrac{2}{PA}$，

$\therefore PA=2\sqrt{3}$.

方法三：如图7，连接 OP，

$\because PA$，PB 分别与 $\odot O$ 相切于点 A，B，

$\therefore \angle OAP=\angle OBP=90°$.

在 Rt$\triangle AOP$ 与 Rt$\triangle BOP$ 中，

$\begin{cases} OA=OB, \\ OP=OP. \end{cases}$

$\therefore$ Rt$\triangle AOP\cong$ Rt$\triangle BOP$（HL）.

$\therefore \angle AOP=\angle BOP$.

$\because \angle AOB=\angle AOP+\angle BOP=120°$，

$\therefore \angle AOP=\angle BOP=60°$.

在Rt△APO中，$\angle AOP=60°$，AO=2，$\tan 60°=\frac{PA}{OA}=\frac{PA}{2}$，

$\therefore PA=2\sqrt{3}$.

20. 解:(1)$\because AB/\!/CD$，

$\therefore \angle GDE=\angle A$.

$\because \angle FEC=\angle A$，

$\therefore \angle GDE=\angle FEC$.

$\therefore EF/\!/DG$.

$\because CD/\!/FG$，

$\therefore$四边形$DEFG$为平行四边形.

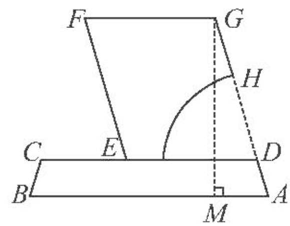


图1

(2)$\because$四边形$DEFG$为平行四边形，EF=6.2(m)，

$\therefore DG=EF$=6.2(m).

又AD=1.6(m)，

$\therefore AG=AD+DG$=1.6+6.2=7.8(m).

如图1，过点G作$GM\perp AB$于点M.

在Rt△AGM中，$GM=AG\cdot\sin72.9°\approx7.8\times0.96\approx7.5$(m).

$\therefore$雕塑的高为7.5 m.

五、解答题(本大题共2小题，每小题9分，共18分)

21. 解:(1)300 ，2%；

(2)收集到的第一组数据有:102＋48＋75＋51＋24=300.

收集到的第二组数据有:168＋9＋16＋6＋1=200.

参与调查的总人数:300＋200=500(人).

方法一:$\frac{6+6}{500}=2.4\%$.

方法二:$\frac{6}{200}=3\%$.

$\frac{300}{500}\times2\%+\frac{200}{500}\times3\%=2.4\%$.

故"双减"后报班数为3个的学生人数占比2.4%.

(3)①1，0；

②分析1:"双减"后参加校外学科补习班的人数明显下降；

分析2:"双减"后参加校外学科补习班的现象仍然存在，但比"双减"前明显减少；

分析3:"双减"后不报班的人数明显增加.

22. 解：(1)66；

(2)①∵ $a=-\frac{1}{50}$，$b=\frac{9}{10}$，$c=66$，

∴ $y=-\frac{1}{50}x^2+\frac{9}{10}x+66$.

当 $x=75$ 时，$y=-\frac{1}{50}\times 75^2+\frac{9}{10}\times 75+66=21$.

所以 h 的值为21.

② $b>\frac{9}{10}$；

提示：

方法一：$a=-\frac{1}{50}$，$c=66$，$y=-\frac{1}{50}x^2+bx+66$，

将 $x=75$ 代入，得 $y=75b-\frac{93}{2}$.

运动员落地点要超过 K 点，则 $y=75b-\frac{93}{2}>21$.

解得 $b>\frac{9}{10}$.

方法二：抛物线 $y=-\frac{1}{50}x^2+bx+66$ 与①中抛物线 $y=-\frac{1}{50}x^2+\frac{9}{10}x+66$ 开口方向及大小都相同，且与 y 轴交于同一个点，所以只要满足对称轴在抛物线 $y=-\frac{1}{50}x^2+\frac{9}{10}x+66$ 的对称轴的右侧，落地点就能超过 K 点.

由 $-\frac{b}{2\times\left(-\frac{1}{50}\right)}>-\frac{\frac{9}{10}}{2\times\left(-\frac{1}{50}\right)}$ 得 $b>\frac{9}{10}$.

(3)运动员的落地点能超过 K 点. 理由如下：

由运动员飞行的水平距离为25 m时，恰好达到最大高度76 m，

得抛物线的顶点为(25，76).

所以可设抛物线的解析式为 $y=a(x-25)^2+76$.

∵抛物线过点 A(0，66)，

∴ $66=a(0-25)^2+76$.

解得 $a=-\frac{2}{125}$.

所以 $y=-\frac{2}{125}(x-25)^2+76$.

方法一：当 $x=75$ 时，$y=-\frac{2}{125}(75-25)^2+76=36>21$，

所以运动员的落地点能超过 K 点.

方法二：当 $y=21$ 时，$-\frac{2}{125}(x-25)^2+76=21$.

解得 $x_1=25+\frac{25\sqrt{22}}{2}$，$x_2=25-\frac{25\sqrt{22}}{2}$（舍）.

∵ $25+\frac{25\sqrt{22}}{2}>75$，

∴运动员的落地点能超过 K 点.

23. 解：(1)1，1，$S_1=\frac{1}{4}S$；

(2)①$\triangle OMN$是等边三角形，理由如下：

方法一：如图1，连接OB，OC.

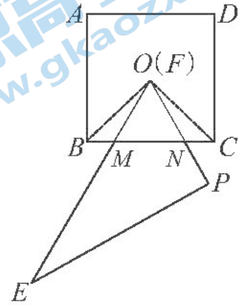


图1

∵四边形$ABCD$是正方形，

∴$OB=OC$，$\angle OBC=\angle OCB=45°$.

∵在$\triangle OBM$与$\triangle OCN$中，

$$\begin{cases}OB=OC,\\ \angle OBC=\angle OCB,\\ BM=CN.\end{cases}$$

∴$\triangle OBM\cong\triangle OCN$(SAS).

∴$OM=ON$.

∵$\angle MON=60°$，

∴$\triangle MON$为等边三角形.

方法二：如图2，连接OB，OC，过点O作$OQ\perp BC$于点Q.

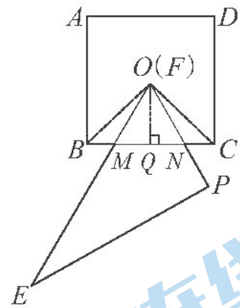


图2

∵四边形$ABCD$是正方形，

∴$OB=OC$.

∵$OQ\perp BC$于点Q，

∴$BQ=CQ$.

∵$BM=CN$，

∴$BQ-BM=CQ-CN$.

∴$MQ=NQ$.

∵$OQ\perp MN$于点Q，

∴$OM=ON$.

∵$\angle MON=60°$，

∴$\triangle MON$为等边三角形.

②分别在图3和图4中，连接OC.

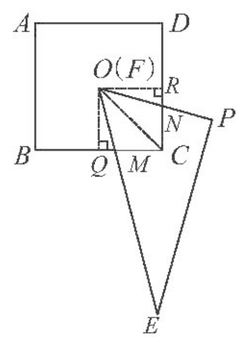


图3

∵四边形$ABCD$是正方形，

∴$\angle OCM=\angle OCN=45°$.

在$\triangle OCM$与$\triangle OCN$中，

$$\begin{cases}CM=CN,\\ \angle OCM=\angle OCN,\\ OC=OC.\end{cases}$$

∴$\triangle OCM\cong\triangle OCN$(SAS).

∴$\angle COM=\angle CON$.

∵$\angle MON=60°$，

∴$\angle COM=\angle CON=30°$.

$\therefore \angle OMB=\angle COM+\angle OCB=30°+45°=75°$,

$\angle OND=\angle OCN+\angle CON=30°+45°=75°$.

方法一：如图3，过点O分别作$OQ\perp BC$于点Q，作$OR\perp CD$于点R.

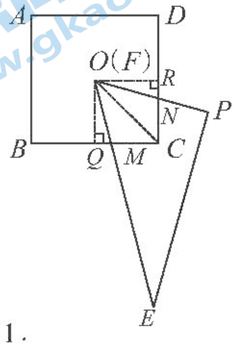


图3

在Rt△OMQ中，$OQ=1$，$\angle MOQ=90°-\angle OMQ=90°-75°=15°$，

$\therefore MQ=OQ\cdot \tan\angle QOM=1\times\tan 15°=2-\sqrt{3}$.

$\therefore S_{\triangle OMQ}=\frac{1}{2}OQ\cdot MQ=\frac{2-\sqrt{3}}{2}$.

同理可得$S_{\triangle ONR}=\frac{2-\sqrt{3}}{2}$.

$\therefore S_{四边形OMCN}=S_{正方形OQCR}-S_{\triangle OMQ}-S_{\triangle ONR}=1-\frac{2-\sqrt{3}}{2}-\frac{2-\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}-1$.

方法二：如图4，过点O分别作$OQ\perp BC$于点Q，$OT\perp OP$于点O.

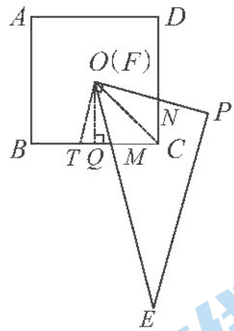


图4

在△OTM中，$\angle OMT=75°$，$\angle MOT=\angle NOT-\angle NOM=90°-60°=30°$.

$\therefore \angle OTM=180°-\angle OMT-\angle MOT=180°-75°-30°=75°$.

$\therefore \angle OMT=\angle OTM$.

$\therefore OT=OM$.

又$OQ\perp BC$于点Q，

$\therefore TM=2MQ$.

在Rt△OMQ中，$OQ=1$，$\angle MOQ=90°-\angle OMQ=90°-75°=15°$，

$\therefore MQ=OQ\cdot \tan\angle QOM=1\times\tan 15°=2-\sqrt{3}$.

$\therefore TM=2MQ=4-2\sqrt{3}$.

$\therefore S_{\triangle OMT}=\frac{1}{2}MT\cdot OQ=2-\sqrt{3}$.

由(1)的结论可知：$S_{四边形OTCN}=1$.

$S_{四边形OMCN}=S_{四边形OTCN}-S_{\triangle OMT}=1-(2-\sqrt{3})=\sqrt{3}-1$.

(3) $\tan\frac{\alpha}{2}$，$1-\tan(45°-\frac{\alpha}{2})$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 " 精益求精、专业严谨 " 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。