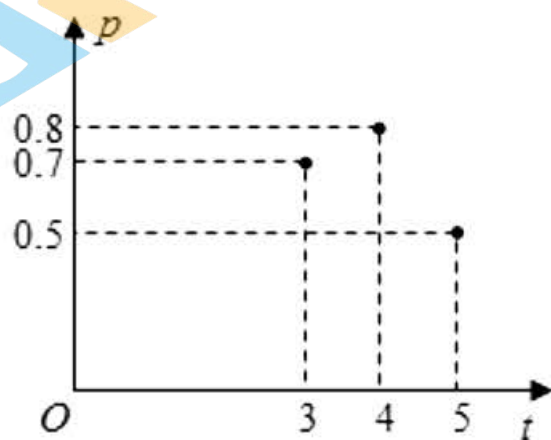


二次函数测试卷 20230922

班级_____ 学号_____ 姓名_____ 成绩_____

一. 选择题 (每小题 4 分)

1. 若二次函数 $y = mx^2 + x + m(m-2)$ 的图象经过原点, 则 m 的值为 ()
- A. 2 B. 1 C. 0 或 2 D. 1 或 2
2. 二次函数 $y = -(x-1)^2 + 3$ 图象的顶点坐标是 ()
- A. $(-1, 3)$ B. $(1, 3)$ C. $(-1, -3)$ D. $(1, -3)$
3. 将抛物线 $y = 2x^2$ 向左平移 1 个单位, 再向上平移 3 个单位得到的抛物线表达式是 ()
- A. $y = 2(x+1)^2 + 3$ B. $y = 2(x-1)^2 - 3$
C. $y = 2(x-1)^2 + 3$ D. $y = 2(x+1)^2 - 3$
4. 二次函数 $y = 2x^2 - x + 3$ 与 x 轴的交点个数是 ()
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
5. 抛物线 $y = (x+1)^2 + 2$ 上三点 $(-2, a)$ 、 $(-1, b)$ 、 $(3, c)$, 则 a 、 b 、 c 的大小关系是 ()
- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $c > a > b$ D. 无法比较大小
6. 加工爆米花时, 爆开且不糊的粒数占加工总粒数的百分比称为“可食用率”. 在特定条件下, 可食用率 p 与加工时间 t (单位: 分钟) 满足的函数关系 $p = at^2 + bt + c$ (a, b, c 是常数), 如图记录了三次实验的数据. 根据上述函数模型和实验数据, 可得到最佳加工时间为 ()

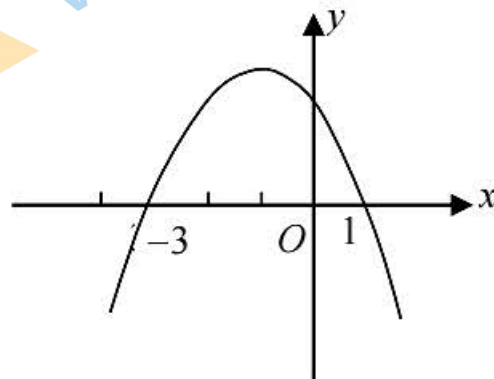


7. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 有下列五个结论:

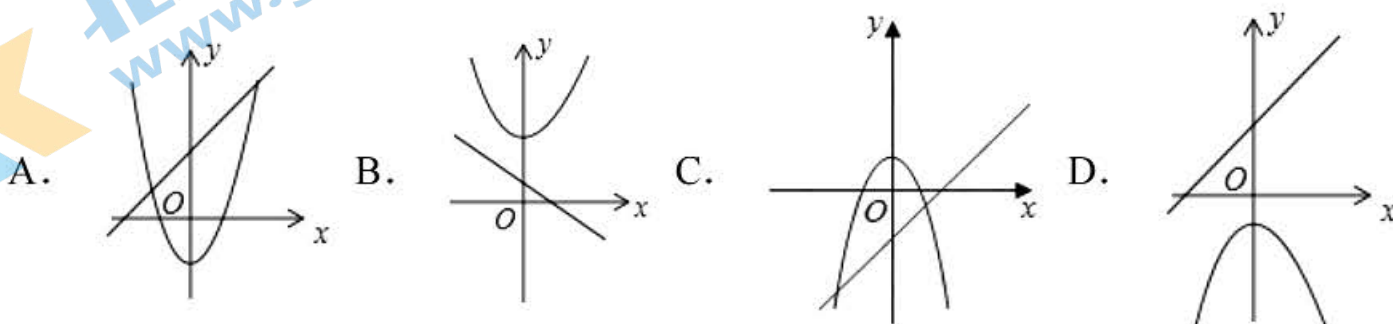
- ① $a > 0$ ② $b < 0$ ③ $c > 0$ ④ $b^2 - 4ac > 0$ ⑤ $a - b + c < 0$ ⑥ $a + b + c > 0$

其中正确的个数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



8. 在同一坐标系中, 二次函数 $y = ax^2 + b$ 的图象与一次函数 $y = bx + a$ 的图象可能是 ()



9. 抛物线 $y = x^2 - 2x - 1$ 上有点 $P(-1, y_1)$ 和 $Q(m, y_2)$, 若 $y_1 > y_2$, 则 m 的取值范围为 ()

- A. $m > -1$ B. $m < -1$ C. $-1 < m < 3$ D. $-1 \leq m < 3$

10. 如图, 平行于 x 轴的直线 AC 分别交函数 $y_1 = x^2$ ($x \geq 0$)

与 $y_2 = \frac{1}{3}x^2$ ($x \geq 0$) 的图象于 B, C 两点, 过点 C 作 y 轴

的平行线交 $y_1 = x^2$ ($x \geq 0$) 的图象于点 D , 直线 $DE \parallel AC$ 交

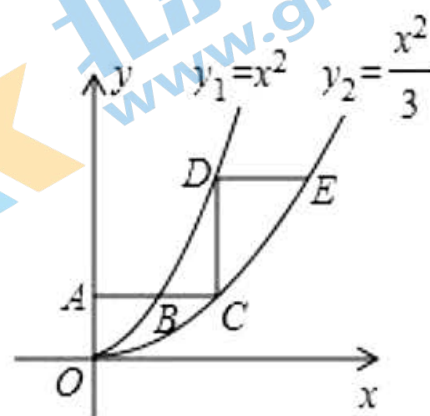
$y_2 = \frac{1}{3}x^2$ ($x \geq 0$) 的图象于点 E , 则 $\frac{DE}{AB} =$ ()

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. 1

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

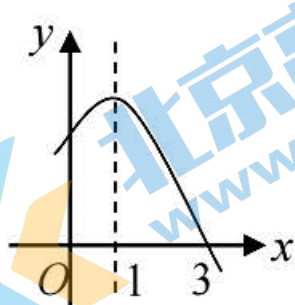
D. $3 - \sqrt{3}$



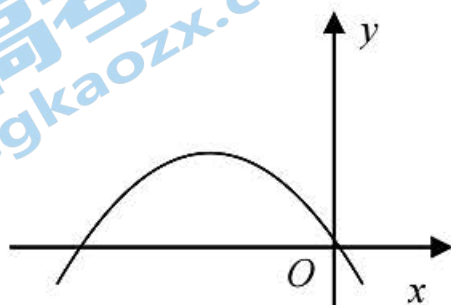
二.填空题（每小题 4 分）

11. 已知二次函数 $y = -x^2 + 4x + 5$ ，它的图象与 x 轴的交点坐标为_____，与 y 轴的交点坐标为_____.

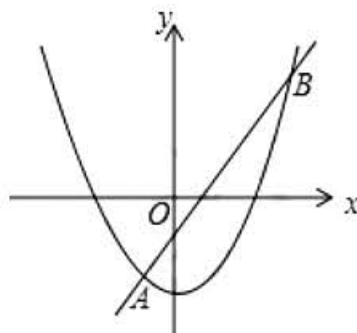
12. 已知二次函数 $y = -x^2 + 2x + m$ 的部分图象如图所示，则关于 x 的一元二次方程 $-x^2 + 2x + m = 0$ 的解为_____.



12 题



13 题



14 题

13. 如图所示的抛物线是二次函数 $y = ax^2 - 3x + a^2 - 1$ 的图象，那么 a 的值是_____.

14. 如图，抛物线 $y = ax^2 + c$ 与直线 $y = mx + n$ 交于 $A(-1, p)$ ， $B(3, q)$ 两点，则不等式 $ax^2 - mx + c > n$ 的解集是_____.

15. 某商品现在的售价为每件 60 元，每星期可卖出 300 件，市场调查反映：如调整价格，每涨价 1 元，每星期要少卖出 10 件. 已知商品的进价为每件 40 元，如何定价才能使利润最大？设每件涨价 x 元，每星期售出商品的利润 y 元，则根据题意列函数关系式为_____.

16. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, 对称轴为直线 $x = 1$, 与 y 轴

交点 B 在 $(0, 2)$ 和 $(0, 3)$ 之间 (包含这两个点) 运动, 有如下四个结论:

① 抛物线与 x 轴的另一个交点是 $(3, 0)$;

② 点 $C(x_1, y_1)$, $D(x_2, y_2)$ 在抛物线上, 且满足 $x_1 < x_2 < 0$, 则 $y_1 > y_2$;

③ 常数项 c 的取值范围是 $2 \leq c \leq 3$;

④ 系数 a 的取值范围是 $-1 \leq a \leq -\frac{2}{3}$.

上述结论中所有正确结论的序号是_____

三. 解答题 (共 36 分)

17. (6 分) 写出下列抛物线的开口方向, 对称轴及顶点坐标.

(1) $y = \frac{1}{3}(x-5)^2 - 1$;

(2) $y = -2x^2 + 4x - 5$.

18. (6 分) 若二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象的顶点是 $(2, 1)$ 且经过点 $(1, -2)$, 求此二次函数解析式.

19. (10 分) 已知抛物线 $y = -x^2 + 4x - 3$.

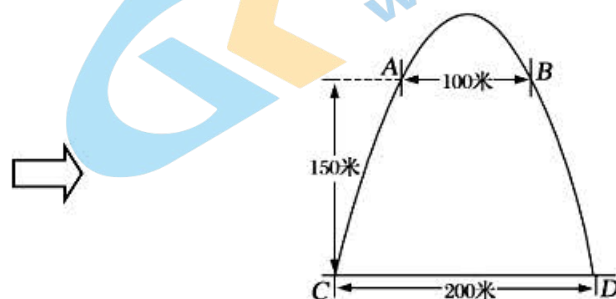
(1) 用配方法将 $y = -x^2 + 4x - 3$ 化成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式.

(2) 写出这个二次函数图象的对称轴和顶点坐标, 并在直角坐标系中画出它的示意图.

(3) $0 \leq x \leq 3$ 时, y 的范围是_____

(4) $y > -3$ 时, x 的范围是_____

20. (7 分)密苏里州圣路易斯拱门是座雄伟壮观的抛物线形的建筑物，是美国最高的独自挺立的纪念碑，如图．拱门的地面宽度为 200 米，两侧距地面高 150 米处各有一个观光窗，两窗的水平距离为 100 米，求拱门的最大高度．



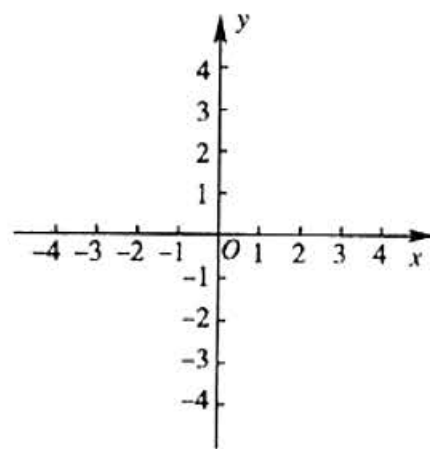
21. (7 分)已知二次函数 $y = ax^2 - 4ax + 3a$.

- (1) 求该二次函数的对称轴；
- (2) 若对于该抛物线上的两点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$, 当 $t \leq x_1 \leq t+1$, $x_2 \geq 5$ 时, 均满足 $y_1 \geq y_2$, 请结合图象, 求出 t 的最大值.

附加题（10分）

1. (4分) 关于 x 的函数 $y_1 = \begin{cases} -x^2 + 4x - 3 & (x \geq 0) \\ -x^2 - 4x - 3 & (x < 0) \end{cases}$, $y_2 = kx + (4k + 1)$,

- (1) 在坐标系中作出函数 y_1 的图象（不必列表）.
- (2) 无论 k 取何值, y_2 的图象总经过一个定点 P , 求点 P 坐标.
- (3) 若 y_1 和 y_2 的图象共有四个公共点, 结合图象, 直接写出 k 的范围.



2. (6分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 - 2a^2x + 1$ ($a \neq 0$) 与 y 轴交于点 A , 过点 A 作 x 轴的平行线与抛物线交于点 B .

- (1) 直接写出抛物线的对称轴;
- (2) 若 $AB=4$, 求抛物线所对应的函数解析式;
- (3) 已知点 $P(a+4, 1)$, $Q(0, a+1)$, 如果抛物线与线段 PQ 恰有一个公共点, 结合函数图象, 直接写出 a 的取值范围.