北京一六一中学 2022—2023 学年度第一学期 12 月阶段测试

高 三 数 学 试 卷

班级____________姓名____________学号____________

考生须知	1．本试卷共 4 页，满分 150 分，考试时间 120 分钟。 2．答案书写在试卷空白处，用黑色字迹签字笔作答。 3．考试结束后，15 分钟内将作答结果拍照发给班主任或者任课教师。

一、选择题：共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目的要求．

1. 设集合 $A=\{x\,|\,0<x<2\}$，$B=\{x\,|\,|x|\le 1\}$，则 $A\cap B=$

A. $[0,1]$　　B. $(0,1]$　　C. $(-1,2)$　　D. $[-1,2)$

2. 在 $(2x^2-\dfrac{1}{x})^5$ 的二项展开式中，x 的系数为

A. -10　　B. 10　　C. -40　　D. 40

3. 已知双曲线 $x^2-\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(b>0)$ 的一个焦点是 $(2,0)$，则其渐近线的方程为

A. $x\pm\sqrt{3}y=0$　　B. $\sqrt{3}x\pm y=0$

C. $x\pm 3y=0$　　D. $3x\pm y=0$

4. 若 $\log_2 a+\log_{\frac{1}{2}} b=2$，则有

A. $a=2b$　　B. $b=2a$　　C. $a=4b$　　D. $b=4a$

5. 已知圆 $C:(x+1)^2+(y-1)^2=1$ 与 x 轴切于 A 点，与 y 轴切于 B 点，设劣弧 AB 的中点为 M，则过点 M 的圆 C 的切线方程是

A. $y=x+2-\sqrt{2}$　　B. $y=x+1-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

C. $y=x-2+\sqrt{2}$　　D. $y=x+1-\sqrt{2}$

6. 已知 $a,b\in\mathbf{R}$．下列四个条件中，使 $a>b$ 成立的必要而不充分的条件是

A. $a>b-1$　　B. $a>b+1$　　C. $|a|>|b|$　　D. $2^a>2^b$

7. 我们知道：在平面内，点 x_0, y_0 到直线 $Ax+By+C=0$ 的距离公式为 $d=\dfrac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$，通过类比的方法，则：在空间中，点 $(2,5,1)$ 到平面 $x+2y+2z+1=0$ 的距离为

A．7　　B．5　　C．3　　D．$2\sqrt{5}$

8. 已知抛物线 $C: y^2=4x$，点 $P(m,0)$，O 为坐标原点，若在抛物线 C 上存在一点 Q，使得 $\angle OQP=90^\circ$，则实数 m 的取值范围是

A. $(0,4)$　　B. $(4,8)$　　C. $(4,+\infty)$　　D. $(8,+\infty)$

9. 已知函数 $f(x)=a\sin x-2\sqrt{3}\cos x$ 的一条对称轴为 $x=-\dfrac{\pi}{6}$，$f(x_1)+f(x_2)=0$，且函数 $f(x)$ 在 (x_1,x_2) 上具有单调性，则 $|x_1+x_2|$ 的最小值为

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{3}$　　C. $\dfrac{2\pi}{3}$　　D. $\dfrac{4\pi}{3}$

10. 小明在如图 1 所示的跑道上匀速跑步，他从点 A 出发，沿箭头方向经过点 B 跑到点 C，共用时 $30s$，他的教练选择了一个固定的位置观察小明跑步的过程，设小明跑步的时间为 $t(s)$，他与教练间的距离为 $y(m)$，表示 y 与 t 的函数关系的图象大致如图 2 所示，则这个固定位置可能是图 1 中的

A．点 M　　B．点 N　　C．点 P　　D．点 Q

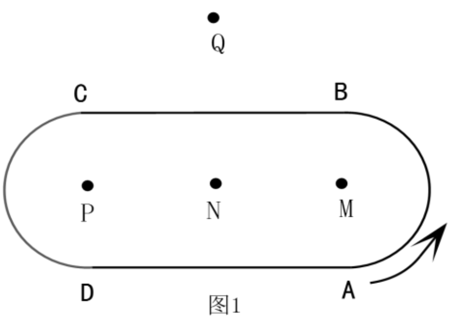


图1

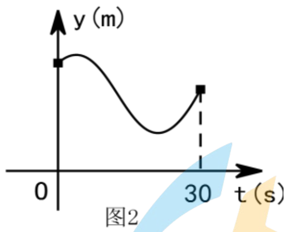


图2

二、填空题：共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分．

11. 复数 $z=\dfrac{2-\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}$，则 $|z|=$______.

12. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2$, 且对任意的 $m,n\in\mathbf{N}^*$，都有 $\dfrac{a_{n+m}}{a_m}=a_n$，则 $a_3=$______；$\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=$______.

13. 已知椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$ 的两个焦点是 F_1，F_2，点 P 在该椭圆上．若 $|PF_1|-|PF_2|=2$，则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积是______.

14. 若函数 $f(x)=\begin{cases}(a-1)x-2a, x\le 1\\ \log_{\frac{1}{3}} x, x>1\end{cases}$ 的值域是 R，则实数 a 的取值范围是______.

15. 已知点 $A(-1,-1)$．若曲线 G 上存在两点 B,C，使 $\triangle ABC$ 为正三角形，则称 G 为 Γ 型曲线.
给定下列三条曲线：

① $y=-x+3\,(0\le x\le 3)$；　② $y=\sqrt{2-x^2}\,(-\sqrt{2}\le x\le 0)$；　③ $y=-\frac{1}{x}\,(x>0)$.

其中，是 Γ 型曲线的有______.

三、解答题：共 6 小题，共 85 分．解答题写出文字说明，证明过程或演算步骤.

16.（13 分）在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $\cos 2B+\cos B=0$.

（Ⅰ）求角 B 的值；

（Ⅱ）若 $b=\sqrt{7}$，$a+c=5$，求 $\triangle ABC$ 的面积.

17.（13 分）现有两种投资方案，一年后投资盈亏的情况如下：

（1）投资股市：

投资结果	获利 40%	不赔不赚	亏损 20%
概　率	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$

（2）购买基金：

投资结果	获利 20%	不赔不赚	亏损 10%
概　率	p	$\frac{1}{3}$	q

（Ⅰ）当 $p=\frac{1}{4}$ 时，求 q 的值；

（Ⅱ）已知甲、乙两人分别选择了“投资股市”和“购买基金”进行投资，如果一年后他们中至少有一人获利的概率大于 $\frac{4}{5}$，求 p 的取值范围；

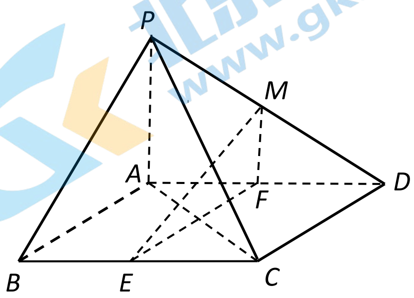
（Ⅲ）丙要将家中闲置的 10 万元钱进行投资，决定在“投资股市”和“购买基金”这两种方案中选择一种，已知 $p=\frac{1}{2}$，$q=\frac{1}{6}$，那么丙选择哪种投资方案，才能使得一年后投资收益的数学期望较大？给出结果并说明理由.

18.（14 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是平行四边形，$\angle BCD=135^\circ$，侧面 $PAB\perp$ 底面 $ABCD$，$\angle BAP=90^\circ, AB=AC=PA=2$，$E,F$ 分别为 BC,AD 的中点，点 M 在线段 PD 上.

（Ⅰ）求证：$EF\perp$ 平面 PAC；

（Ⅱ）若 M 为 PD 的中点，求证：$ME//$ 平面 PAB；

（Ⅲ）如果直线 ME 与平面 PBC 所成的角和直线 ME 与平面 $ABCD$ 所成的角相等，求 $\dfrac{PM}{PD}$ 的值.



19.（15 分）已知函数 $f(x)=(x+a)e^x$，其中 e 是自然对数的底数，$a\in\mathbf{R}$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）当 $x\in[0,4]$ 时，求函数 $f(x)$ 的最小值；

（Ⅲ）当 $a<1$ 时，试确定函数 $g(x)=f(x-a)-x^2$ 的零点个数，并说明理由.

20.（15 分）已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}=1$ 的右焦点为 F，右顶点为 A，离心率为 e，点 $P(m,0)(m>4)$ 满足条件 $\dfrac{|FA|}{|AP|}=e$.

（Ⅰ）求 m 的值；

（Ⅱ）设过点 F 的直线 l 与椭圆 C 相交于 M，N 两点，记 ΔPMF 和 ΔPNF 的面积分别为 S_1，S_2，求证：$\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{|PM|}{|PN|}$.

21.（15 分）已知数列 $A_n:a_1,a_2,\cdots,a_n$.如果数列 $B_n:b_1,b_2,\cdots,b_n$ 满足 $b_1=a_n$，$b_k=a_{k-1}+a_k-b_{k-1}$，其中 $k=2,3,\cdots,n$，则称 B_n 为 A_n 的“衍生数列”.

（Ⅰ）写出数列 $A_4:2,1,4,5$ 的“衍生数列” B_4；

（Ⅱ）若 n 为偶数，且 A_n 的“衍生数列”是 B_n，证明：$b_n=a_1$；

（Ⅲ）若 n 为奇数，且 A_n 的“衍生数列”是 B_n，B_n 的“衍生数列”是 C_n，….依次将数列 A_n，B_n，C_n，…的首项取出，构成数列 $\Omega:a_1,b_1,c_1,\cdots$. 证明：$\Omega$ 是等差数列.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 " 精益求精、专业严谨 " 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。