机密★启用前(全国卷文科数学)

华大新高考联盟 2024 届高三 11 月教学质量测评

文科数学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的学校、班级、姓名、准考证号填写在答题卷指定位置,认真核对与准考证号条形码上的信息是否一致,并将准考证号条形码粘贴在答题卷上的指定位置。

2. 选择题的作答:选出答案后,用 2B 铅笔把答题卷上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。答在试题卷上无效。

3. 非选择题的作答:用黑色墨水的签字笔直接答在答题卷上的每题所对应的答题区域内。答在试题卷上或答题卷指定区域外无效。

4. 考试结束,监考人员将答题卷收回,考生自己保管好试题卷,评讲时带来。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. $(2-\mathrm{i})(1+2\mathrm{i})+\frac{5}{\mathrm{i}}$的虚部为

A. 4　　B. -2　　C. -4　　D. 2

2. 已知集合 $M=\{x\mid x^2-5x\leqslant 0\}$,$N=\{x\mid x=2k+3,k\in\mathbf{N}\}$,则 $M\cap N$ 的元素个数为

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

3. 已知 $\boldsymbol{a}=(3\lambda,-5)$,$\boldsymbol{b}=(-2,-1)$,若$(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$,则实数 λ 的值为

A. $\frac{5}{2}$　　B. $-\frac{5}{2}$　　C. $\frac{3}{2}$　　D. $-\frac{3}{2}$

4. 计算机在进行数的计算处理时,使用的是二进制. 一个十进制数 $n\,(n\in\mathbf{N}^*)$可以表示成二进制数 $(a_0a_1a_2\cdots a_k)_2$,$k\in\mathbf{N}$,则 $n=a_0\cdot 2^k+a_1\cdot 2^{k-1}+\cdots+a_k\cdot 2^0$,其中 $a_0=1$,当 $k\geqslant 1$ 时,$a_k\in\{0,1\}$;记 $a_0,a_1,a_2,\cdots,a_k$ 中 1 的个数为 $f(n)$,则满足 $k=4$ 且 $f(n)=3$ 的 n 的个数为

A. 7　　B. 5　　C. 4　　D. 6

5. 记等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,若 $S_{17}=51$,$a_3=15$,则$\{a_n\}$的公差为

A. $-\frac{1}{2}$　　B. -1　　C. -3　　D. -2

6. 若函数 $f(x)=\log_{0.7}(2x^2-7x)$ 在$(m,+\infty)$上单调递减,则实数 m 的取值范围为

A. $(-\infty,0]$　　B. $\left[\frac{7}{2},+\infty\right)$

C. $\left(-\infty,\frac{7}{4}\right]$　　D. $\left[\frac{7}{4},+\infty\right)$

7. 已知在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E 是线段 A_1D 的中点，则下列说法正确的是

A. 直线 EB 与直线 B_1C 所成的角为 $60°$

B. 直线 EB 与直线 C_1D_1 异面

C. 点 $E\notin$ 平面 ABC_1

D. 直线 $EB//$ 平面 B_1D_1C

8. 已知曲线 C：$y=x^3-3x+2$ 的图象是中心对称图形，其在点 A 处的切线与 y 轴相互垂直，则点 A 到曲线 C 的对称中心的距离为

A. $2\sqrt{2}$　　B. 2　　C. $\sqrt{6}$　　D. $\sqrt{5}$

9. 已知圆 C 过点 $(4,2)$，$(2,0)$，$(6,0)$，点 M 在直线 $y=x$ 上，过点 M 作圆 C 的两条切线，切点分别为 A，B，则四边形 $ACBM$ 面积的最小值为

A. 3　　B. $3\sqrt{3}$　　C. 4　　D. $4\sqrt{3}$

10. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2^x}{16}, x\leqslant 4,\\ x^2-32x+113, x>4,\end{cases}$ 则对于任意正数 λ，下列说法一定正确的是

A. $f(\ln\lambda)\geqslant f(\lambda-1)$

B. $f(\ln\lambda)\leqslant f(\lambda-1)$

C. $f(2^\lambda)\geqslant f(\lambda^2)$

D. $f(2^\lambda)\leqslant f(\lambda^2)$

11. 已知 $\dfrac{\sin(3\alpha-\beta)}{\sin(\alpha-\beta)}-2\cos2\alpha=2\ \ \cos(\pi+\alpha)\sin(\pi-\beta)=-\dfrac{1}{6}$，则 $\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}-2\alpha-2\beta\right)=$

A. $\dfrac{1}{9}$　　B. $-\dfrac{1}{9}$　　C. $\dfrac{4}{9}$　　D. $-\dfrac{4}{9}$

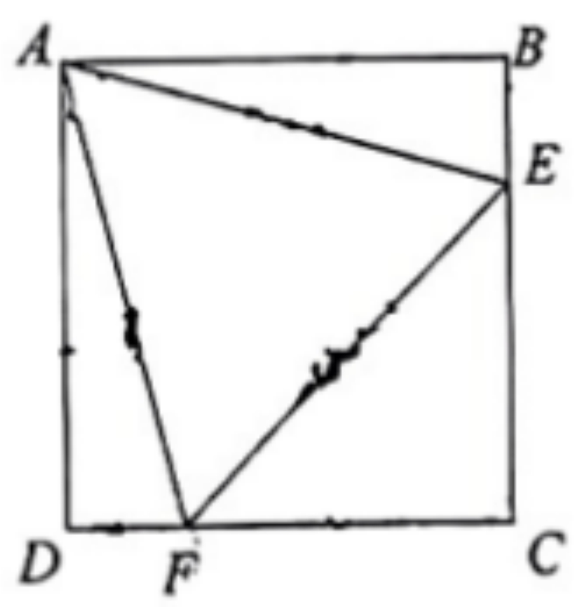
12. 已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 F，$M(x_1,y_1)$，$N(-x_1,-y_1)$ 在椭圆 C 上但不在坐标轴上，若 $\overrightarrow{FM}=2\overrightarrow{FA}$，$\overrightarrow{FN}=2\overrightarrow{FB}$，且 $\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$，则椭圆 C 的离心率的取值范围为

A. $\left(0,\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)$　　B. $\left(\dfrac{\sqrt{6}}{3},1\right)$　　C. $\left(0,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$　　D. $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},1\right)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知双曲线 C：$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{\pi}=1$ 的焦距为 6，则双曲线 C 的焦点到渐近线的距离为________.

14. 已知正方形 $ABCD$ 如图所示，E，F 分别在线段 BC，CD 上，且 $\triangle AEF$ 为等边三角形，若往正方形 $ABCD$ 中任意投掷一点，该点落在四边形 $AECF$ 内的概率为________.



15. 已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x-\dfrac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$ 在 $\left(0,\dfrac{\pi}{3}\right)$ 上单调递增，则 ω 的最大值为________.

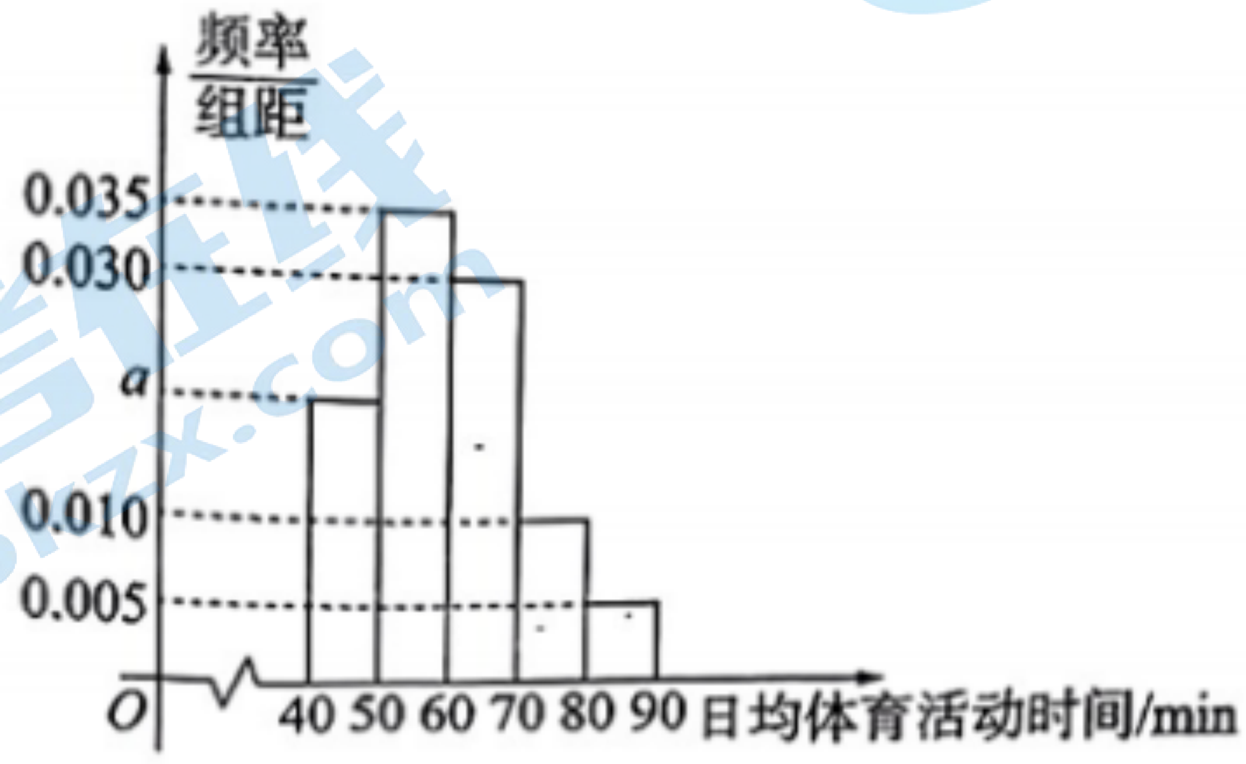
16. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足：当 n 为奇数时，$a_n=\dfrac{(\sqrt{\lambda})^{n-1}}{n}$；其中 $(5\lambda-7)(3\lambda-5)<0$，且 $\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{4i}{a_{2i}}=3n^2+n$，则当 a_n 取得最小值时，$n=$________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答；第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 5 小题，每小题 12 分，共 60 分。

17.（12 分）

近年来，中学生的体质健康情况成了网络上的一个热门话题，各地教育部门也采取了相关的措施，旨在提升中学生的体质健康，其中一项便是增加中学生一天中的体育活动时间. 某地区中学生的日均体育活动时间均落在区间[40，90]内，为了了解该地区中学生的日均体育活动时间，研究人员随机抽取了若干名中学生进行调查，所得数据统计如下图所示.



（1）求 a 的值以及该地区中学生日均体育活动时间的平均数；

（2）现按比例进行分层抽样，从日均体育活动时间在[70，80)和[80，90]的中学生中抽取 6 人，再从这 6 人中随机抽取 3 人，求至多有 1 人体育活动时间超过 80 min 的概率.

18.（12 分）

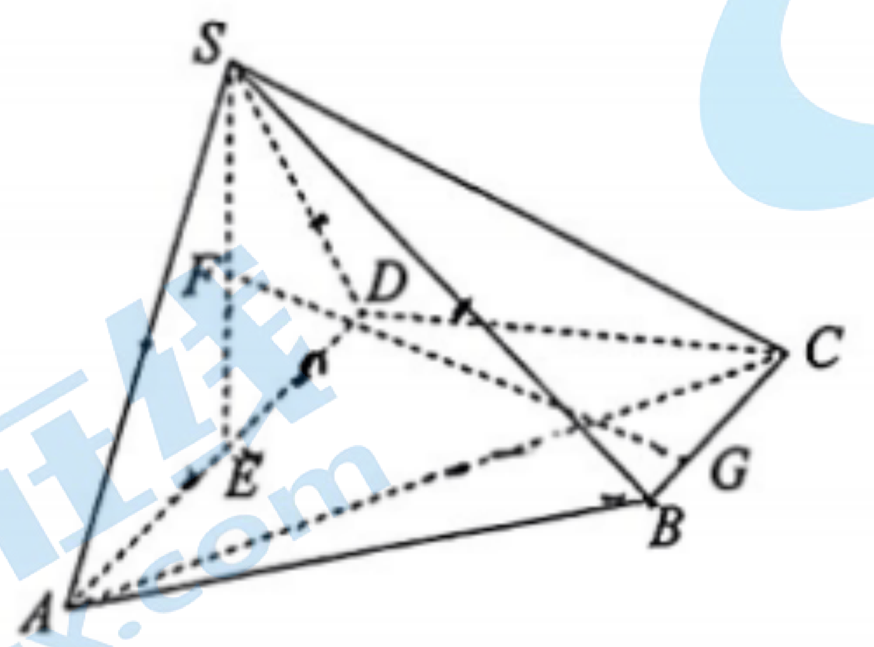
已知在△ABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且 $a^2+bc=b^2+c^2$，$(b-1)\sin C=\sqrt{3}\cos C$.

（1）求 c 的值；

（2）若 $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{MC}$，且 $|\overrightarrow{AM}|=\sqrt{7}$，求 a 的值以及点 B 到直线 AM 的距离.

19.（12 分）

如图所示，在四棱锥 $S\text{-}ABCD$ 中，$\angle ADC=\angle BCD=90^\circ$，$SA=SD=SB$，点 E 为线段 AD 的中点，且 $AD=SE=2BC=2CD$.



（1）求证：$SE\perp AC$；

（2）若点 F 为线段 SE 的中点，点 G 在线段 BC 上靠近 B 的三等分点，记直线 GF 与平面 SAD 所成的角为 θ，求 $\sin\theta$ 的值.

20.(12 分)

已知函数 $f(x)=\frac{2mx}{e^x}-mx^2+2mx$，其中 $m\neq0$.

(1)讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2)若 $m=\frac{1}{2}$，求证:当 $x\in(-\infty,1)$ 时，$f(x)+\frac{2}{x-1}\leqslant-2$.

21.(12 分)

已知抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F，直线 l_1 过点 F 且与抛物线 C 交于 M、N 两点.直线 l_2 过点 F 且与抛物线 C 交于 P，Q 两点.

(1)若点 $A(3,0)$，且 $\triangle AMN$ 的面积为 $4\sqrt{5}$，求直线 l_1 的斜率;

(2)若点 M,Q 在第一象限，直线 MP 过点 $(\lambda,0)$，比较 $\frac{S_{\triangle MPF}}{S_{\triangle NQF}}+\frac{1}{4}$ 与 λ 的大小关系，并说明理由.

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22.[选修 4-4:坐标系与参数方程](10 分)

已知在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=4\sin\alpha+2\cos\alpha,\\ y=\sin\alpha-2\cos\alpha\end{cases}$ (α 为参数);以坐标原点为极点，x 轴的非负半轴为极轴，建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)=3\sqrt{3}$.

(1)求曲线 C 的极坐标方程以及直线 l 的直角坐标方程;

(2)已知点 P 在曲线 C 上，点 A 在直线 l 上，若直线 PA 与直线 l 所成的角为 30°，求 $|PA|$ 的最大值.

23.[选修 4-5:不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=2|x-3|-|x+2|$.

(1)求不等式 $f(x)<4$ 的解集;

(2)若曲线 $y=f(x)$ 与直线 $y=m$ 所围成的三角形的面积为 96，求 m 的值.