

# 2021 北京大兴高二（下）期末

## 数 学

本试卷共 4 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

### 第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知  $f(x) = \sqrt{x}$ ，则  $f'(x) =$  ( )

- A.  $\sqrt{x}$     B.  $\frac{1}{x}$     C.  $\frac{1}{\sqrt{x}}$     D.  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$

2.  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^6$  的展开式中常数项为 ( )

- A. 1    B. 6    C. 15    D. 20

3. 从 5 件不同的礼物中选出 3 件分别送给 3 位同学，不同方法的种数是 ( )

- A.  $A_5^3$     B.  $C_5^3$     C.  $3^5$     D.  $5^3$

4. 随机变量  $X$  的分布列如下表所示：

$X$	1	2	3	4
$P$	0.1	$m$	0.3	$2m$

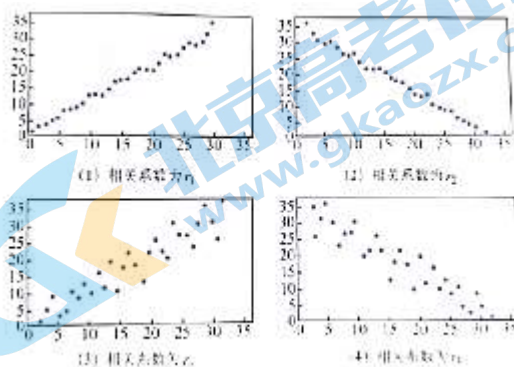
则  $P(X \leq 2) =$  ( )

- A. 0.1    B. 0.2    C. 0.3    D. 0.4

5. 已知随机变量  $X \sim N(1, \sigma^2)$ ， $P(X \leq 2) = 0.84$ ，则  $P(X \leq 0) =$  ( )

- A. 0.16    B. 0.42    C. 0.5    D. 0.84

6. 以下 4 幅散点图所对应的样本相关系数最大的是 ( )



A.  $r_1$     B.  $r_2$     C.  $r_3$     D.  $r_4$

7. 甲和乙两个箱子中各装有 10 个大小相同的球，其中甲箱中有 6 个红球、4 个白球，乙箱中有 8 个红球、2 个白球。现掷一枚质地均匀的骰子，如果点数为 1 或 2，则从甲箱子随机摸出 1 个球；如果点数为 3, 4, 5, 6，则从乙箱子中随机摸出 1 个球，那么摸出红球的概率为 ( )

A.  $\frac{7}{30}$     B.  $\frac{11}{15}$     C.  $\frac{7}{15}$     D.  $\frac{7}{10}$

8. 若  $0 < x_1 < x_2 < 1$ ，则下列不等式正确的是 ( )

A.  $x_1 \ln x_1 < x_2 \ln x_2$     B.  $x_1 \ln x_1 > x_2 \ln x_2$     C.  $x_2 \ln x_1 < x_1 \ln x_2$     D.  $x_2 \ln x_1 > x_1 \ln x_2$

9. 若函数  $f(x) = \begin{cases} 3x - x^3, & x > 0 \\ 2x^2, & x \leq 0 \end{cases}$  在区间  $(a-1, 3-2a)$  上有最大值，则实数  $a$  的取值范围是 ( )

A.  $(-\infty, 1)$     B.  $[0, 1)$     C.  $(-\infty, 2)$     D.  $(0, 1)$

10. 在下列函数①  $f(x) = x^2 + 1$ ；②  $f(x) = \ln x$ ；③  $f(x) = \sin x$ ；④  $f(x) = -x^2$  中，满足在定义域内  $f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0) \geq f(x)$  恒成立的函数个数是 ( )

A. 1    B. 2    C. 3    D. 4

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

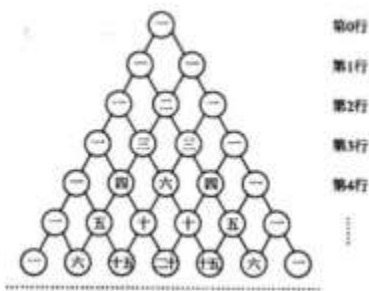
11. 已知  $f(x) = xe^x$ ， $f'(x_0) = 0$ ，则  $x_0 =$  \_\_\_\_\_.

12. 甲经过两个路口，在第一个路口遇到红灯的概率为 0.5，两个路口都遇到红灯的概率为 0.3，则甲在第一个路口遇到红灯的条件下，第二个路口遇到红灯的概率为 \_\_\_\_\_.

13. 随机变量  $\xi$  的分布列如图所示，则  $D(\xi) =$  \_\_\_\_\_.

$\xi$	0	1
$P$	$\frac{1}{3}$	$p$

14. 杨辉三角如图所示，在我国南宋数学家杨辉 1261 年所著的《详解九章算法》一书中，就已经出现了这个表，它揭示了  $(a+b)^n$  ( $n \in N$ ) 展开式的项数及各项系数的有关规律. 图中第 7 行从左到右第 4 个数是 \_\_\_\_\_；第  $n$  行的所有数的和为 \_\_\_\_\_.



15. 已知函数  $f(x) = e^x - ax^2$ ,  $a \in R$ , 现有下列结论:

- ①  $f(x)$  至多有三个零点;
- ②  $\exists a \in [2, +\infty)$ , 使得  $\forall x \in (0, +\infty)$ ,  $f(x) > 0$ ;
- ③ 当  $a \in \left[0, \frac{e}{2}\right]$  时,  $f(x)$  在  $R$  上单调递增.

其中正确的结论序号是\_\_\_\_\_.

三、解答题共 6 小题, 共 85 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

16. (本小题 14 分)

甲、乙两人向同一目标各射击 1 次, 已知甲命中目标的概率为 0.6, 乙命中目标的概率为 0.5, 甲、乙之间互不影响.

- (1) 求甲、乙都命中目标的概率;
- (2) 求目标至少被命中 1 次的概率;
- (3) 已知目标至少被命中 1 次, 求甲命中目标的概率.

17. (本小题 14 分)

某学校学生会有 10 名志愿者, 其中高一 2 人, 高二 3 人, 高三 5 人, 现从这 10 人中任意选取 3 人参加一个冬奥会志愿活动.

- (1) 求选取的 3 个人来自同一年级的概率;
- (2) 设  $X$  表示选取的志愿者是高二学生的人数, 求  $X$  的分布列和期望.

18. (本小题 14 分)

已知函数  $f(x) = x^3 + x^2 - x$ .

(1) 若曲线  $y = f(x)$  在点  $(x_0, f(x_0))$  处的切线斜率为  $-\frac{4}{3}$ , 求  $x_0$  的值;

(2) 求  $f(x)$  在区间  $[-1, 1]$  上的最大值与最小值.

19. (本小题 14 分)

某商场举行有奖促销活动, 顾客消费每满 400 元, 均可抽奖一次. 抽奖箱里有 3 个红球和 3 个白球, 这些球除颜色外完全相同. 抽奖方案由如下两种, 顾客自行选择其中的一种.

方案一: 从抽奖箱中, 有放回地每次摸取 1 个球, 连摸 2 次, 每摸到 1 次红球, 获现金 100 元.

方案二: 从抽奖箱中, 一次性摸出 2 个球, 若摸出 2 个红球, 则获现金 200 元; 若摸出 1 个红球, 则获现金 100 元; 若没摸出红球, 则不获得钱.

(1) 若顾客消费满 400 元, 且选择抽奖方案一, 求他所获奖金  $X$  的分布列和期望;

(2) 若顾客消费满 800 元, 且选择抽奖方案二, 求他恰好获得 200 元奖金的概率;

(3) 写出抽奖一次两种方案所获奖金期望的大小关系. (直接写出结果)

20. (本小题 14 分)

已知函数  $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$ .

(1) 求  $f(x)$  的极值;

(2) 若关于  $x$  的方程  $f(x) = ax$  无实数解, 求实数  $a$  的取值范围;

(3) 写出经过原点且与曲线  $y = f(x)$  相切的直线有几条? (直接写出结果)

21. (本小题 15 分)

已知函数  $f(x) = \ln x$ .

(1) 求证: 当  $x > 1$  时,  $f(x) > 1 - \frac{1}{x}$ ;

(2) 设斜率为  $k$  的直线与曲线  $y = \ln x$  交于两点  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) (x_1 < x_2)$ ,

证明:  $\frac{1}{x_2} < k < \frac{1}{x_1}$ .

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯