

人大附中 2020-2021 学年度第一学期高一年级数学期中练习

2020年11月4日

制卷人:侯立伟 审卷人:梁丽平

说明:本试卷分I卷和II卷,I卷18道题,共100分,II卷7道题,共50分;

I卷、II卷共25题,合计150分,考试时间120分钟

I卷(共18题,满分100分)

一、选择题(本大题共10小题,每小题4分,共40分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,请将正确答案填涂在答题纸上的相应位置.)

一、选择题(共10个小题,每题4分,共40分)

1.设全集 $U=\{2,3,4,5,6,7\}$,集合 $M=\{2,4,5\}$, $N=\{3,5,7\}$,则 $N \cap (\complement_U M) =$ 【 】

- | | |
|----------------|----------------|
| A. {5} | B. {3,7} |
| C. {2,3,4,5,7} | D. {2,3,4,6,7} |

2.下列函数中,既是奇函数,又是在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增的函数为 【 】

- | | |
|---------------|--------------|
| A. $y=x^{-1}$ | B. $y=x x $ |
| C. $y=-x$ | D. $y=x^2-1$ |

3.已知命题 $p: \forall x \geq 0, x-2 > 0$, 则 $\neg p$ 是 【 】

- | | |
|-----------------------------------|--------------------------------|
| A. $\exists x \geq 0, x-2 \leq 0$ | B. $\exists x < 0, x-2 \leq 0$ |
| C. $\forall x \geq 0, x-2 \leq 0$ | D. $\forall x \geq 0, x-2 < 0$ |

4.不等式 $x^2-5x-6 > 0$ 的解集为 【 】

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| A. $\{x x > 3 \text{ 或 } x < -2\}$ | B. $\{x x > 2 \text{ 或 } x < -3\}$ |
| C. $\{x x > 6 \text{ 或 } x < -1\}$ | D. $\{x -1 < x < 6\}$ |

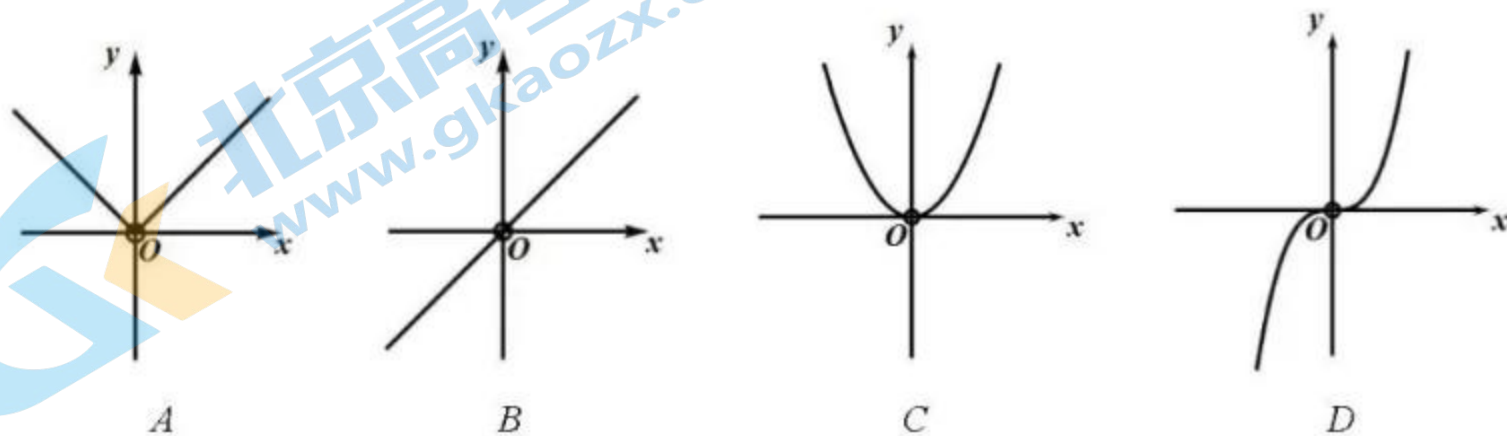
5.函数 $f(x)=x^3-5$ 的零点所在的区间是 【 】

- | | |
|----------|----------|
| A. (1,2) | B. (2,3) |
| C. (3,4) | D. (4,5) |

6.若 $a > b$, 则下列不等关系一定成立的是 【 】

- | | |
|----------------------|--------------------------------|
| A. $\frac{a}{b} > 1$ | B. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ |
| C. $ a > b $ | D. $-3a < -3b$ |

7.函数 $y = \frac{x^2}{|x|}$ 的图象大致是 【 】



8. “ $x < 2$ ”是“ $|x| < 2$ ”的

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

9. 关于 x 的方程 $x^2 - 2mx + m^2 - m = 0$ 有两个正的实数根, 则实数 m 的取值范围是

A. $m > 0$

B. $m \geq 0$

C. $m \geq 1$

D. $m > 1$

10. 若关于 x 的不等式 $2x(x-1) + 2 \geq a(x-1)$ 对于一切 $x \in (1, +\infty)$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是

A. $(-\infty, 4]$

B. $[4, +\infty)$

C. $(-\infty, 6]$

D. $[6, +\infty)$

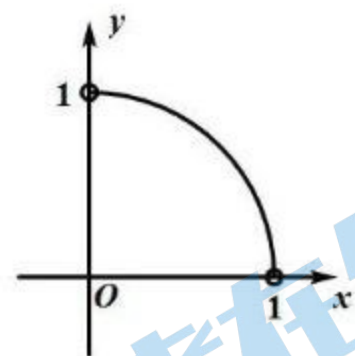
二、填空题(本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分, 请把结果填在答题纸上的相应位置)

11. 函数 $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{3+x}}$ 的定义域为_____

12. 若函数 $f(x) = (x+2)(x-a)$ 是偶函数, 则 $f(3) =$ _____

13. 奇函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-1, 1)$, $f(x)$ 在第一象限的图象为圆心在原点, 半径为 1 的圆弧, 如图所示, 则不等式

$f(x) < x$ 的解集为_____



14. 已知函数 $f(x) = x^2$, 如果对 $\forall x_1 \in [0, 1], \forall x_2 \in [0, 1]$, 使得 $f(x_1) = g(x_2)$ 成立, 【晓观数学公众号】请给出

一个满足上述条件的函数 $g(x)$, 则 $g(x)$ 的解析式为_____

15. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq a \\ -x^2 + 2x, & x < a \end{cases}$

① 若 $\exists x \in R$, 使得 $f(1+x) = f(1-x)$ 成立, 则实数 a 的取值范围是_____

② 若函数 $f(x)$ 为 R 上的单调函数, 则实数 a 的取值范围是_____

三、解答题(本大题共 3 小题,共 35 分,解答应写出文字说明程或演算步骤,请将答案写在答题纸上的相应位置.)

16.(本小题满分 11 分) 已知集合 $A=\{x|a-1\leq x\leq a+3\}$, $B=\{x|x^2-2x-15>0\}$.

(1)当 $a=3$ 时,求 $A\cap B$;

(2)若 $A\cup B=B$,求实数 a 的取值范围.

17.(本小题满分 12 分)

经济订货批量模型,是目前大多数工厂、企业等最常采用的订货方式,即某种物资在单位时间的需求量为某常数,经过某段时间后,存储量消耗下降到零,此时开始订货并随即到货,然后开始下一个存储周期.该模型适用于整批间隔进货、不允许缺货的存储问题.

具体如下:年存储成本费 T (元)关于每次订货量 x (单位)的函数关系为 $T(x)=\frac{bx}{2}+\frac{ac}{x}$,其中 a 为年需求量, b

为每单位物资的年存储费, c 为每次订货费,【晓观数学公众号】某化工厂需用甲醇作为原料,年需求量为 6000 吨,每吨存储费为 120 元年,每次订货费为 2500 元.

(1)若该化工厂每次订购 300 吨甲醇,求年存储成本费;

(2)每次需订购多少吨甲醇,可使该化工厂年存储成本费最少?最少费用为多少?

18.(本小题满分 12 分)已知函数 $f(x)=\frac{1}{x}-2x$

(I)判断函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的单调性,并用函数单调性定义证明;

(II)关于 x 的方程 $f^2(x)+b|f(x)|+c=0(b,c\in R)$ 有 6 个不同的实数根 $x_i(i=1,2,3,4,5,6)$, 则:

(1) $x_1x_2x_3x_4x_5x_6=$ _____;

(2) 求 b,c 满足的条件.(直接写出答案)

II卷(共7道题,满分50分)

一.选择题(共3小题,每小题6分,共18分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,请将正确答案填涂在答题纸上的相应位置)

19.使不等式 $0 < \frac{1}{x} < 1$ 成立的一个充分不必要条件是

【 】

A. $0 < x < \frac{1}{2}$

B. $x > 1$

C. $x > 2$

D. $x < 0$

20.若指数函数 $f(x)=a^x$ 的图象和函数 $g(x)=3x+5(x \geq -1)$ 图象相交,则

【 】

A. $a \in (0, \frac{1}{2}]$

B. $a \in [\frac{1}{2}, 1)$

C. $a \in [\frac{1}{2}, 1) \cup (1, +\infty)$

D. $a \in (0, \frac{1}{2}] \cup (1, +\infty)$

21.已知函数 $f(x) = \begin{cases} -4x+1, & 0 \leq x \leq \frac{1}{4} \\ 4x-1, & \frac{1}{4} < x < \frac{3}{4} \\ -4x+5, & \frac{3}{4} \leq x \leq 1 \end{cases}$ 对于给定的 $m(m \in R \text{ 且 } 0 < m < 1)$, 存在 $x_0 \in [0, 1-m]$, 使得 $f(x_0) = f(x_0+m)$,

则 m 的最大值为

【 】

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{3}{4}$

二.填空题(共3小题,每小题6分,共18分,请把结果填在答题纸上的相应位置.)

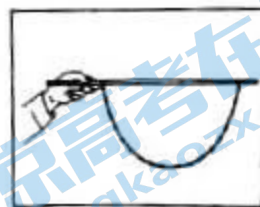
22.设 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $2x^2 - 4mx + 2m^2 + 3m - 2 = 0$ 的两个实数根,则 $x_1^2 + x_2^2$ 的最小值为_____

23.自然下垂的铁链;空旷的田野上,两根电线杆之间的电线等.这些现象中都有相似的曲线形态.事实上,这些曲线在数学上常常被称为悬链线.悬链线的相关理论在工程、航海、光学等方面有广泛的应用.

在恰当的坐标系中,【晓观数学公众号】这类函数的表达式可以为 $f(x) = ae^x + be^{-x}$ (其中 a, b 是非零常数,无理数 $e = 2.71828\dots$)

(1)如果 $f(x)$ 为单调函数,写出满足条件的一组值: $a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2)如果 $f(x)$ 的最小值为 2,则 $a+b$ 的最小值为_____



24. 设集合 A 是集合 N^* 的子集, 对于 $i \in N^*$, 定义 $\varphi_i(A) = \begin{cases} 1, & i \in A \\ 0, & i \notin A \end{cases}$

给出下列三个结论:

① 存在 N^* 的两个不同子集 A, B , 使得任意 $i \in N^*$ 都满足 $\varphi_i(A \cap B) = 0$ 且 $(A \cup B) = 1$;

② 任取 N^* 的两个不同子集 A, B , 对任意 $i \in N^*$ 都有 $\varphi_i(A \cup B) = \varphi_i(A) + \varphi_i(B)$;

③ 设 $A = \{x | x = 2n, n \in N^*\}$, $B = \{x | x = 4n - 2, n \in N^*\}$, 对任意 $i \in N^*$, 都有 $\varphi_i(A \cap B) = \varphi_i(A) \varphi_i(B)$

其中正确结论的序号为 _____

三、解答题(本小题 14 分, 解答应写出文字说明过程或演算步骤, 请将答案写在答题纸上的相应位置.)

25. 已知集合 A 为非空数集, 定义:

$$S = \{x | x = a + b, a, b \in A\}, T = \{x | x = |a - b|, a, b \in A\}$$

(I) 若集合 $A = \{1, 3\}$, 直接写出集合 S, T

(II) 若集合 $A = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$, 且 $T = A$, 求证: $x_1 + x_4 = x_2 + x_3$

(III) 若集 $A \subseteq \{x | 0 \leq x \leq 2020, x \in N\}$, $S \cap T = \emptyset$, 记 $|A|$ 为集合 A 中元素的个数, 求 $|A|$ 的最大值.

关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（www.gaokzx.com）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。
北京高考在线官方网站：www.gaokzx.com

北京高考资讯 (ID: bj-gaokao)
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](https://www.gaokzx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。