

试卷满分：150 分 考试时间：120 分钟

A 卷 [必修 模块 4] 本卷满分：100 分

一、 选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1. 如果  $\cos \theta < 0$ ，且  $\tan \theta > 0$ ，则  $\theta$  是 ( )。

- A. 第一象限的角 B. 第二象限的角 C. 第三象限的角 D. 第四象限的角

2. 化简  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD}$  等于 ( )。

- A.  $\overrightarrow{CD}$  B.  $\overrightarrow{DC}$  C.  $\overrightarrow{AD}$  D.  $\overrightarrow{CB}$

3. 若向量  $\vec{a} = (\sqrt{2}, 1)$ ， $\vec{b} = (2, x)$  共线，则实数  $x$  的值是 ( )。

- A.  $-\sqrt{2}$  B.  $\sqrt{2}$  C. 0 D.  $\pm\sqrt{2}$

4. 函数  $f(x) = \cos x$  的一个单调递增区间是 ( )。

- A.  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  B.  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  C.  $(-\pi, 0)$  D.  $(0, \pi)$

5.  $y = \sin x \cos x$  是 ( )。

- A. 最小正周期为  $2\pi$  的偶函数 B. 最小正周期为  $2\pi$  的奇函数  
C. 最小正周期为  $\pi$  的偶函数 D. 最小正周期为  $\pi$  的奇函数

6. 为了得到函数  $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$  的图象，可以将函数  $y = \sin 2x$  的图象 ( )。

- A. 向左平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位长度 B. 向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位长度  
C. 向左平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位长度 D. 向右平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位长度

7. 若直线  $x = a$  是函数  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$  图象的一条对称轴，则  $a$  的值可以是 ( )。

- A.  $\frac{\pi}{3}$  B.  $\frac{\pi}{2}$  C.  $-\frac{\pi}{6}$  D.  $-\frac{\pi}{3}$

8. 已知非零向量  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  夹角为  $45^\circ$ , 且  $|\vec{a}|=2$ ,  $|\vec{a}-\vec{b}|=2$ . 则  $|\vec{b}|$  等于 ( ).

- A.  $2\sqrt{2}$       B. 2      C.  $\sqrt{3}$       D.  $\sqrt{2}$

9. 函数  $y=2\sin(2\pi x)$  的图象与直线  $y=x$  的交点个数为 ( ).

- A. 3      B. 4      C. 7      D. 8

10. 关于函数  $f(x)=|\sin x|+|\cos x|$ , 给出下列三个结论:

- ①函数  $f(x)$  的最小值是 1;  
②函数  $f(x)$  的最大值是  $\sqrt{2}$ ;  
③函数  $f(x)$  在区间  $(0, \frac{\pi}{4})$  上单调递增.

其中全部正确结论的序号是 ( ).

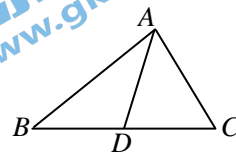
- A. ②      B. ②③      C. ①③      D. ①②③

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 把答案填在题中横线上.

11.  $\sin \frac{5\pi}{4} =$  \_\_\_\_\_.

12. 如图所示,  $D$  为  $\triangle ABC$  中  $BC$  边的中点, 设  $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$ ,

则  $\overrightarrow{BD} =$  \_\_\_\_\_ . (用  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  表示)



13. 角  $\alpha$  终边上一点的坐标为  $(1,2)$ , 则  $\tan 2\alpha =$  \_\_\_\_\_.

14. 设向量  $\vec{a}=(0,2)$ ,  $\vec{b}=(\sqrt{3},1)$ , 则,  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  的夹角等于 \_\_\_\_\_.

15. 已知  $\alpha \in (0, \pi)$ , 且  $\cos \alpha = -\sin \frac{\pi}{8}$ , 则  $\alpha =$  \_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x)=\sin \omega x$  (其中  $\omega > 0$ ) 图象过  $(\pi, -1)$  点, 且在区间  $(0, \frac{\pi}{3})$  上单调递增, 则  $\omega$  的值为 \_\_\_\_\_.

三、解答题：本大题共 3 小题，共 36 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 12 分)

已知  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ ，且  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ 。

(I) 求  $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$  的值；

(II) 求  $\frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{1 + \cos 2\alpha}$  的值。



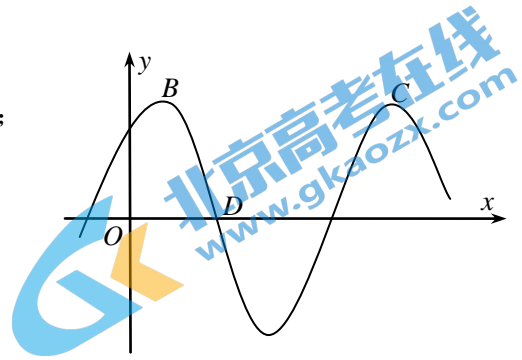
18. (本小题满分 12 分)

如图所示,  $B$ ,  $C$  两点是函数  $f(x) = A\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$  ( $A > 0$ ) 图象上相邻的两个最高点,

$D$  点为函数  $f(x)$  图象与  $x$  轴的一个交点.

(I) 若  $A = 2$ , 求  $f(x)$  在区间  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  上的值域;

(II) 若  $BD \perp CD$ , 求  $A$  的值.

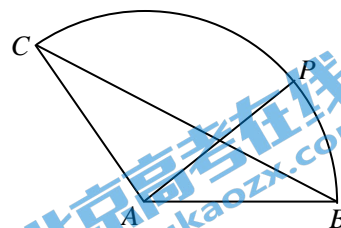


19. (本小题满分 12 分)

如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC=1$ ,  $\angle BAC=120^\circ$ .

(I) 求  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$  的值;

(II) 设点  $P$  在以  $A$  为圆心,  $AB$  为半径的圆弧  $BC$  上运动, 且  $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ , 其中  $x, y \in \mathbf{R}$ . 求  $xy$  的最大值.



B 卷 [学期综合] 本卷满分：50 分

一、填空题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。把答案填在题中横线上。

1. 设  $U = \mathbf{R}$ ,  $A = \{x|x > 0\}$ ,  $B = \{x|x > 1\}$ , 则  $A \cap \complement_U B =$  \_\_\_\_\_.

2.  $\log_2 \sqrt{2} =$  \_\_\_\_\_,  $3^{1+\log_3 2} =$  \_\_\_\_\_.

3. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & x \geq 1 \\ 2^x, & x < 1 \end{cases}$ . 且  $f(a) + f(2) = 0$ , 则实数  $a =$  \_\_\_\_\_.

4. 已知函数  $f(x)$  是定义  $\mathbf{R}$  上的减函数, 如果  $f(a) > f(x+1)$  在  $x \in [1, 2]$  上恒成立, 那么实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

5. 通过实验数据可知, 某液体的蒸发速度  $y$  (单位: 升/小时) 与液体所处环境的温度  $x$  (单位:  $^{\circ}\text{C}$ ) 近似地满足函数关系  $y = e^{kx+b}$  ( $e$  为自然对数的底数,  $k, b$  为常数). 若该液体在  $0^{\circ}\text{C}$  的蒸发速度是 0.1 升/小时, 在  $30^{\circ}\text{C}$  的蒸发速度为 0.8 升/小时, 则该液体在  $20^{\circ}\text{C}$  的蒸发速度为 \_\_\_\_\_ 升/小时.

---

二、解答题：本大题共 3 小题，共 30 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

6. (本小题满分 10 分)

已知函数  $f(x) = \frac{6x}{x^2 + 1}$ .

(I) 判断函数  $f(x)$  的奇偶性，并证明你的结论；

(II) 求满足不等式  $f(2^x) > 2^x$  的实数  $x$  的取值范围.



---

7. (本小题满分 10 分)

设  $a$  为实数, 函数  $f(x) = x^2 - 2ax$ .

(I) 当  $a=1$  时, 求  $f(x)$  在区间  $[0,2]$  上的值域;

(II) 设函数  $g(x) = |f(x)|$ ,  $t(a)$  为  $g(x)$  在区间  $[0,2]$  上的最大值, 求  $t(a)$  的最小值.





8. (本小题满分 10 分)

设函数  $f(x)$  定义域为  $[0,1]$ , 若  $f(x)$  在  $[0, x^*]$  上单调递增, 在  $[x^*, 1]$  上单调递减, 则称  $x^*$  为函数  $f(x)$  的峰点,  $f(x)$  为含峰函数. (特别地, 若  $f(x)$  在  $[0,1]$  上单调递增或递减, 则峰点为 1 或 0)

对于不易直接求出峰点  $x^*$  的含峰函数, 可通过做试验的方法给出  $x^*$  的近似值. 试验原理为: “对任意的  $x_1, x_2 \in (0,1)$ ,  $x_1 < x_2$ , 若  $f(x_1) \geq f(x_2)$ , 则  $(0, x_2)$  为含峰区间, 此时称  $x_1$  为近似峰点; 若  $f(x_1) < f(x_2)$ , 则  $(x_1, 1)$  为含峰区间, 此时称  $x_2$  为近似峰点”.

我们把近似峰点与  $x^*$  之间可能出现的最大距离称为试验的“预计误差”, 记为  $d$ , 其值为  $d = \max\{\max\{x_1, x_2 - x_1\}, \max\{x_2 - x_1, 1 - x_2\}\}$  (其中  $\max\{x, y\}$  表示  $x, y$  中较大的数).

(I) 若  $x_1 = \frac{1}{4}$ ,  $x_2 = \frac{1}{2}$ . 求此试验的预计误差  $d$ .

(II) 如何选取  $x_1, x_2$ , 才能使这个试验方案的预计误差达到最小? 并证明你的结论 (只证明  $x_1$  的取值即可).

(III) 选取  $x_1, x_2 \in (0,1)$ ,  $x_1 < x_2$ , 可以确定含峰区间为  $(0, x_2)$  或  $(x_1, 1)$ . 在所得的含峰区间内选取  $x_3$ , 由  $x_3$  与  $x_1$  或  $x_3$  与  $x_2$  类似地可以进一步得到一个新的预计误差  $d'$ . 分别求出当  $x_1 = \frac{1}{4}$  和  $x_1 = \frac{2}{5}$  时预计误差  $d'$  的最小值. (本问只写结果, 不必证明)

扫描二维码, 获取更多期末试题



长按识别关注

北京市西城区 2015 — 2016 学年度第一学期期末试卷

高一数学参考答案及评分标准 2016. 1

A 卷 [必修 模块 4] 满分 100 分

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。

1. C; 2. B; 3. B; 4. C; 5. D; 6. D; 7. A; 8. A; 9. C; 10. D.

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分。

11.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ; 12.  $\frac{1}{2}(\vec{b}-\vec{a})$ ; 13.  $-\frac{4}{3}$ ;  
14.  $\frac{\pi}{3}$ ; 15.  $\frac{5\pi}{8}$ ; 16.  $\frac{3}{2}$ .

三、解答题：本大题共 3 小题，共 36 分。

17. (本小题满分 12 分)

解：(I) 因为  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ , 且  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,

$$\text{所以 } \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{4}{5}.$$

$$\text{所以 } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{3}{4}.$$

$$\text{所以 } \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha - 1}{1 + \tan \alpha} = -7.$$

(II) 由 (I) 知,  $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha = -\frac{24}{25}$ ,

$$1 + \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha = \frac{32}{25}.$$

$$\text{所以 } \frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \frac{-\frac{24}{25} + \frac{4}{5}}{\frac{32}{25}} = -\frac{1}{8}.$$

18. (本小题满分 12 分)

(I) 由题意  $f(x) = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ ,

因为  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ , 所以  $0 \leq 2x \leq \pi$ . 所以  $\frac{\pi}{3} \leq 2x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{4\pi}{3}$ .

$$\text{所以 } -\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1.$$

$$\text{所以 } -\sqrt{3} \leq f(x) \leq 2,$$

函数  $f(x)$  的值域为  $[-\sqrt{3}, 2]$ .

(II) 由已知  $B\left(\frac{\pi}{12}, A\right)$ ,  $C\left(\frac{13\pi}{12}, A\right)$ ,  $B\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$ ,

所以  $\overrightarrow{DB} = \left(-\frac{\pi}{4}, A\right)$ ,  $\overrightarrow{DC} = \left(\frac{3\pi}{4}, A\right)$ .

因为  $BD \perp CD$ , 所以  $\overrightarrow{DB} \perp \overrightarrow{DC}$ ,  $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = \frac{-3\pi^2}{16} + A^2 = 0$ , 解得  $A = \pm \frac{\sqrt{3}\pi}{4}$ .

又  $A > 0$ , 所以  $A = \frac{\sqrt{3}\pi}{4}$ .

19. (本小题满分 12 分)

解: (I)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$

$$= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - |\overrightarrow{AB}|^2 = -\frac{1}{2} - 1 = -\frac{3}{2}.$$

(II) 建立如图所示的平面直角坐标系, 则  $B(1,0)$ ,  $C\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ .

设  $P(\cos \theta, \sin \theta)$ ,  $\theta \in \left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$ ,

由  $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ,

$$\text{得 } (\cos \theta, \sin \theta) = x(1,0) + y\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

所以  $\cos \theta = x - \frac{y}{2}$ ,  $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}y$ .

所以  $x = \cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{3}\sin \theta$ ,  $y = \frac{2\sqrt{3}}{3}\sin \theta$ ,

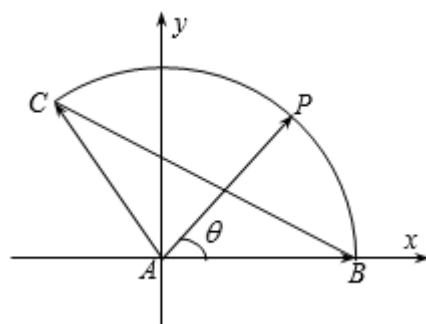
$$xy = \frac{2\sqrt{3}}{3}\sin \theta \cos \theta + \frac{2}{3}\sin^2 \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}\sin 2\theta + \frac{1}{3} - \frac{1}{3}\cos 2\theta$$

$$= \frac{2}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\theta - \frac{1}{2}\cos 2\theta\right) + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{2}{3}\sin\left(2\theta - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{1}{3}.$$

因为  $\theta \in \left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$ ,  $2\theta - \frac{\pi}{6} \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right]$ .

所以, 当  $2\theta - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ , 即  $\theta = \frac{\pi}{3}$  时,  $xy$  的最大值为 1.



B 卷 [学期综合] 满分 50 分

一、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分.

1.  $\{x|0 < x \leq 1\}$ ;    2.  $\frac{1}{2}, 6$ ;    3.  $-1$ ;    4.  $\{a|a < 2\}$ ;    5.  $0.4$ .

注: 2 题每空 2 分.

二、解答题：本大题共 3 小题，共 30 分。

6. (本小题满分 10 分)

解：(I) 因为  $f(x) = \frac{6x}{x^2+1}$ ，所以  $f(-x) = \frac{-6x}{x^2+1} = -f(x)$ 。

所以  $f(x)$  为奇函数。

(II) 由不等式  $f(2^x) > 2^x$ ，得  $\frac{6 \cdot 2^x}{2^{2x}+1} > 2^x$ 。

整理得  $2^{2x} < 5$ ，

所以  $2x < \log_2 5$ ，即  $x < \frac{1}{2} \log_2 5$ 。

7. (本小题满分 10 分)

解：(I) 当  $a=1$  时， $f(x) = x^2 - 2x$ 。二次函数图象的对称轴为  $x=1$ ，开口向上。

所以在区间  $[0, 2]$  上，当  $x=1$  时， $f(x)$  的最小值为  $-1$ 。

当  $x=0$  或  $x=2$  时， $f(x)$  的最大值为  $0$ 。

所以  $f(x)$  在区间  $[0, 2]$  上的值域为  $[-1, 0]$ 。

(II) 注意到  $f(x) = x^2 - 2ax$  的零点是  $0$  和  $2a$ ，且抛物线开口向上。

当  $a \leq 0$  时，在区间  $[0, 2]$  上  $g(x) = |f(x)| = x^2 - 2ax$ ，

$g(x)$  的最大值  $t(a) = g(2) = 4 - 4a$ 。

当  $0 < a < 1$  时，需比较  $g(2)$  与  $|g(a)|$  的大小，

$$|g(a)| - g(2) = a^2 - (4 - 4a) = a^2 + 4a - 4,$$

所以，当  $0 < a < 2\sqrt{2} - 2$  时， $|g(a)| - g(2) < 0$ ；

当  $2\sqrt{2} - 2 < a < 1$  时， $|g(a)| - g(2) > 0$ 。

所以，当  $0 < a < 2\sqrt{2} - 2$  时， $g(x)$  的最大值  $t(a) = g(2) = 4 - 4a$ 。

当  $2\sqrt{2} - 2 \leq a < 1$  时， $g(x)$  的最大值  $t(a) = |g(a)| = a^2$ 。

当  $1 < a < 2$  时， $g(x)$  的最大值  $t(a) = |g(a)| = a^2$ 。

当  $a > 2$  时， $g(x)$  的最大值  $t(a) = |g(2)| = 4a - 4$ 。

$$\text{所以, } g(x) \text{ 的最大值 } t(a) = \begin{cases} 4a-4, & a < 2\sqrt{2}-2 \\ a^2, & 2\sqrt{2}-2 < a \leq 2 \\ 4a-4, & a > 2 \end{cases}$$

所以, 当  $a = 2\sqrt{2} - 2$  时,  $t(a)$  的最小值为  $12 - 8\sqrt{2}$ .

8. (本小题满分 10 分)

解: (I) 由已知  $x_1 = \frac{1}{4}$ ,  $x_2 = \frac{1}{2}$ .

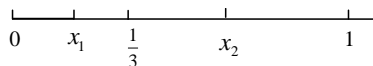
$$\begin{aligned} \text{所以 } d &= \max\{\max\{x_1, x_2 - x_1\}, \max\{x_2 - x_1, 1 - x_2\}\} \\ &= \max\{\max\{\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\}, \max\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\}\} = \max\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

(II) 取  $x_1 = \frac{1}{3}$ ,  $x_2 = \frac{2}{3}$ , 此时试验的预计误差为  $\frac{1}{3}$ .

以下证明, 这是使试验预计误差达到最小的试验设计.

证明: 分两种情形讨论  $x_1$  点的位置.

① 当  $x_1 < \frac{1}{3}$  时, 如图所示,



如果  $\frac{1}{3} \leq x_2 < \frac{2}{3}$ , 那么  $d > 1 - x_2 > \frac{1}{3}$ ;

如果  $\frac{2}{3} \leq x_2 < 1$ , 那么  $d \geq x_2 - x_1 > \frac{1}{3}$ .

② 当  $x_1 > \frac{1}{3}$ ,  $d \geq x_1 > \frac{1}{3}$ .

综上, 当  $x_1 \neq \frac{1}{3}$  时,  $d > \frac{1}{3}$ .

(同理可得当  $x_2 \neq \frac{1}{3}$  时,  $d > \frac{1}{3}$ )

即  $x_1 = \frac{1}{3}$ ,  $x_2 = \frac{2}{3}$  时, 试验的预计误差最小.

(III) 当  $x_1 = \frac{1}{4}$  和  $x_1 = \frac{2}{5}$  时预计误差  $d'$  的最小值分别为  $\frac{1}{4}$  和  $\frac{1}{5}$ .

注: 用通俗语言叙述证明过程也给分.

选填解析

A 卷

一、 选择题

1. 【答案】C

【解析】 $\because \cos \theta < 0$ ,  $\therefore \theta$  在第二象限或第三象限;

$\because \tan \theta > 0$ ,  $\therefore \theta$  在第一象限或第三象限,

综上,  $\theta$  在第三象限.

故选 C.

2. 【答案】B

【解析】 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DC}$ .

故选 B.

3. 【答案】B

【解析】 $\because a = (\sqrt{2}, 1)$ ,  $\vec{b} = (2, x)$  共线,

$\therefore \sqrt{2}x - 1 \cdot 2 = 0$ , 即  $x = \sqrt{2}$ .

故选 B.

4. 【答案】C

【解析】由  $f(x) = \cos x$  的单调性可知,

$f(x)$  在区间  $[-\pi + 2k\pi, 2k\pi] (k \in \mathbf{Z})$  上单调递增,

四个选项中, 只有 C 选项  $(-\pi, 0) \subseteq [-\pi + 2k\pi, 2k\pi]$ .

故选 C.

5. 【答案】D

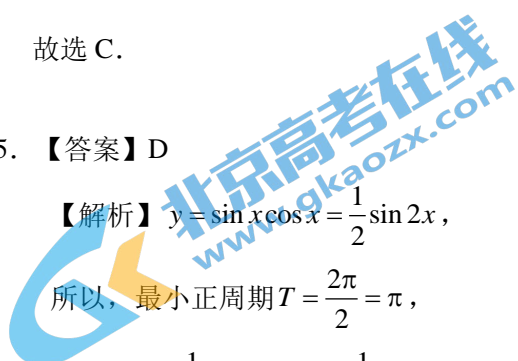
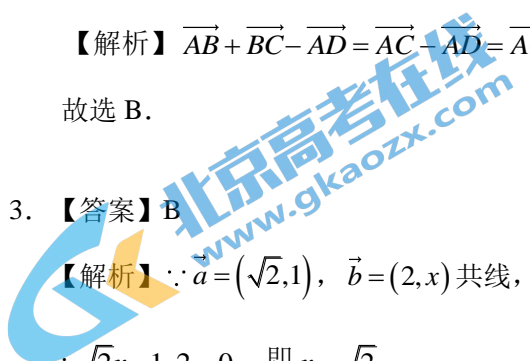
【解析】 $y = \sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$ ,

所以, 最小正周期  $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ ,

又因为  $y = \frac{1}{2} \sin(-2x) = -\frac{1}{2} \sin 2x$ , 故为奇函数.

故选 D.

6. 【答案】D



【解析】因为  $y = \sin 2\left(x - \frac{\pi}{8}\right) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ ,

所以, 为了得到函数  $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$  的图象,

可以将函数  $y = \sin 2x$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位长度.

故答案为 D.

7. 【答案】A

【解析】 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$  的对称轴为  $x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$ ,

即  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$ .

故答案选 A

8. 【答案】A

【解析】 $\because |\vec{a} - \vec{b}| = 2$ ,

$\therefore |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 4$ , 即  $|\vec{a}|^2 - 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle + |\vec{b}|^2 = 4$

则  $4 - 2 \times |\vec{b}| \times \frac{\sqrt{2}}{2} + |\vec{b}|^2 = 4$ , 解得,  $|\vec{b}| = 2\sqrt{2}$  或  $|\vec{b}| = 0$  (舍).

故答案选 A.

9. 【答案】C

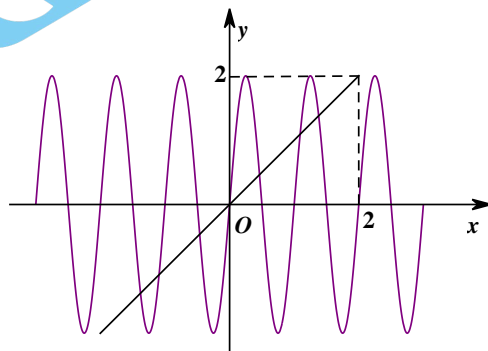
【解析】因为  $y = 2\sin(2\pi x) \in [-2, 2]$  为奇函数, 最小正周期为  $T = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$ ,

显然  $(0, 0)$ , 由图可知函数  $y = 2\sin(2\pi x)$  的图象

与直线  $l$  在区间  $(0, 2]$  的交点有 3 个.

故一共有 7 个.

故选 C.



10. 【答案】D

【解析】当  $x$  为第一象限角,  $f(x) = |\sin x| + |\cos x| = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ ,

值域为  $(1, \sqrt{2}]$ , 在  $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$  上单调递增, ③正确;

当  $x$  为第二象限角,

$$f(x) = |\sin x| + |\cos x| = \sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right), \text{ 值域为 } (1, \sqrt{2}];$$

当  $x$  为第三象限角,

$$f(x) = |\sin x| + |\cos x| = -\sin x - \cos x = -\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right), \text{ 值域为 } (1, \sqrt{2}];$$

当  $x$  为第四象限角,

$$f(x) = |\sin x| + |\cos x| = -\sin x + \cos x = -\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right), \text{ 值域为 } (1, \sqrt{2}];$$

$$\text{当 } x \text{ 在横轴上, } f(x) = |\sin x| + |\cos x| = 0 + 1 = 1;$$

$$\text{当 } x \text{ 在纵轴上, } f(x) = |\sin x| + |\cos x| = 1 + 0 = 1;$$

综上,  $f(x) = |\sin x| + |\cos x|$  的值域为  $[1, \sqrt{2}]$ , ①②正确.

故选 D.

## 二、填空题

11. 【答案】  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

【解析】  $\sin \frac{5\pi}{4} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$

故答案为  $-\frac{\sqrt{2}}{2}.$

12. 【答案】  $\frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a})$

【解析】 由平行四边形法则可知  $\vec{AD} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}),$

在  $\triangle ABD$  中,  $\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{AD} = -\vec{a} + \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a}).$

故答案为  $\frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a}).$

13. 【答案】  $-\frac{4}{3}$

【解析】 由三角函数定义可知  $\tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{2}{1} = 2,$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{4}{1 - 4} = -\frac{4}{3}.$$

故答案为  $-\frac{4}{3}$



14. 【答案】  $\frac{\pi}{3}$

【解析】由向量数量积公式可知  $\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|} = \frac{0+2}{\sqrt{0+4}\times\sqrt{3+1}} = \frac{1}{2}$ ,

因为  $\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle \in [0,\pi]$ , 所以  $\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle = \frac{\pi}{3}$ .

故答案为  $\frac{\pi}{3}$ .

15. 【答案】  $\frac{5\pi}{8}$

【解析】  $-\sin\frac{\pi}{8} = \sin\left(-\frac{\pi}{8}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}-\left(-\frac{\pi}{8}\right)\right) = \cos\frac{5\pi}{8}$ ,

所以  $\alpha = \frac{5\pi}{8}$ .

故答案为  $\frac{5\pi}{8}$ .

16. 【答案】  $\frac{3}{2}$

【解析】由题可知,  $-1 = \sin\omega\pi$ ,

所以,  $\omega\pi = -\frac{1}{2}\pi + 2k\pi$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ , 即  $\omega = -\frac{1}{2} + 2k$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ ,

由因为区间  $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$  上单调递增, 设函数的最小正周期为  $T$ ,

则  $\frac{\pi}{3} \leq \frac{T}{4}$ ,  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ , 可得  $\omega \leq \frac{3}{2}$ ,

结合  $\omega > 0$ , 所以  $\omega = \frac{3}{2}$ .

故答案为  $\frac{3}{2}$ .

B 卷

一、 填空题

1. 【答案】  $\{x|0 < x \leq 1\}$

【解析】由题可知,  $\complement_U B = \{x|x \leq 1\}$ , 则  $A \cap \complement_U B = \{x|0 < x \leq 1\}$ .

故答案为  $\{x|0 < x \leq 1\}$ .

2. 【答案】  $\frac{1}{2}$ , 6

【解析】  $\log_2 \sqrt{2} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$ ;

$$3^{1+\log_3 2} = 3 \times 3^{\log_3 2} = 3 \times 2 = 6.$$

故答案为  $\frac{1}{2}$ , 6.

3. 【答案】 -1

【解析】 当  $a \geq 1$  时,  $f(a) + f(2) = -\frac{1}{a} + 2 = 0$ , 解得  $a = \frac{1}{2}$  (舍);

当  $a < 1$  时,  $f(a) + f(2) = 2^2 + 2 = 0$ , 解得  $a = -1$ .

故答案为 -1.

4. 【答案】  $\{a | a < 2\}$

【解析】  $f(a) > f(x+1)$  在  $x \in [1, 2]$  上恒成立等价于

$$f(a) > (f(x+1))_{\max} \text{ 在 } x \in [1, 2] \text{ 上,}$$

由于函数  $f(x)$  是定义  $\mathbf{R}$  上的减函数,

$$\text{所以 } (f(x+1))_{\max} = f(1+1) = f(2),$$

即  $f(a) > f(2)$ , 所以  $a < 2$ .

故答案为  $\{a | a < 2\}$

5. 【答案】 0.4

【解析】 由题可知, 
$$\begin{cases} 0.1 = e^{0+b} \\ 0.8 = e^{30k+b} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e^b = 0.1 \\ e^{10k} = 2 \end{cases},$$

$$\text{当液体在 } 20^\circ\text{C} \text{ 时, } y = e^{20k+b} = (e^{10k})^2 \cdot e^b = 4 \times 0.1 = 0.4.$$

故答案为 0.4