海淀区高二年级第一学期期末练习

数　学　（文科）

2017.1

学校__________班级__________姓名__________成绩__________

本试卷共 100 分. 考试时间 90 分钟.

题号	一	二	三			
			15	16	17	18
分数						

一．选择题：本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.直线 $x-y=0$ 的斜率是（　　）

A．1　　B．-1　　C．$\dfrac{\pi}{4}$　　D．$\dfrac{3\pi}{4}$

2.圆 $(x-1)^2+y^2=1$ 的圆心和半径分别为（　　）

A．$(0,1)$，1　　B．$(0,-1)$，1　　C．$(-1,0)$，1　　D．$(1,0)$，1

3.若两条直线 $2x-y=0$ 与 $ax-2y-1=0$ 互相垂直，则实数 a 的值为（　　）

A．-4　　B．-1　　C.1　　D．4

4.双曲线 $\dfrac{x^2}{9}-y^2=1$ 的渐近线方程为（　　）

A．$y=\pm 3x$　　B．$y=\pm\dfrac{1}{3}x$　　C．$y=\pm\sqrt{3}x$　　D．$y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$

5.已知三条直线 m,n,l，三个平面 α,β,γ，下面四种说法中，正确的是（　　）

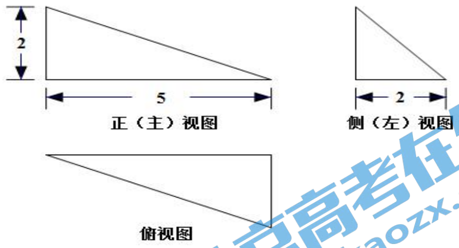
A．$\left.\begin{array}{l}\alpha\perp\gamma\\ \beta\perp\gamma\end{array}\right\}\Rightarrow \alpha//\beta$　　B．$\left.\begin{array}{l}m\perp l\\ n\perp l\end{array}\right\}\Rightarrow m//n$

C．$\left.\begin{array}{l}m//\beta\\ l\perp m\end{array}\right\}\Rightarrow l//\beta$　　D．$\left.\begin{array}{l}m//n\\ n\perp\gamma\end{array}\right\}\Rightarrow m\perp\gamma$

6.一个三棱锥的三视图如图所示，则三棱锥的体积为（　　）

A. $\dfrac{5}{3}$　　B. $\dfrac{10}{3}$

C. $\dfrac{20}{3}$　　D. $\dfrac{25}{3}$



7.“直线l的方程为$y=k(x-2)$,”是“直线l经过点$(2,0)$”的（　　）

A. 充分必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分不必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

8.椭圆的两个焦点分别为$F_1(-1,0)$ 和$F_2(1,0)$ ，若该椭圆与直线$x+y-3=0$有公共点，则其离心率的最大值为（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\dfrac{\sqrt{6}}{6}-1$　　C. $\dfrac{\sqrt{6}}{12}$　　D. $\dfrac{\sqrt{5}}{10}$

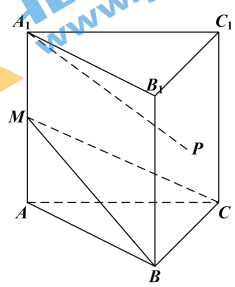
二．填空题：本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分.

9.抛物线$y^2=4x$的焦点到准线的距离为______.

10. 已知命题p：$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2-2x+1>0$，则$\neg p$是________.

11.实数x，y满足$\begin{cases}x-y+1\geq 0,\\ x\leq 1,\\ y\geq -1\end{cases}$，若$m=2x-y$，则$m$的最小值为________.

12.如图，在棱长均为 2 的正三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，点M是侧棱AA_1的中点，点P是侧面BCC_1B_1内的动点，且A_1P// 平面BCM，则点P的轨迹的长度为_______；



13.将边长为 2 的正方形$ABCD$沿对角线AC折起，使得$BD=2$，则三棱锥$D-ABC$的顶点D到底面ABC的距离为_________.

14. 若曲线$F(x,y)=0$上的两点$P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$满足$x_1\leq x_2$且$y_1\geq y_2$，则称这两点为曲线$F(x,y)=0$上的一对“双胞点”.下列曲线中:

①$\dfrac{x^2}{20}+\dfrac{y^2}{16}=1$ $(xy>0)$；　②$\dfrac{x^2}{20}-\dfrac{y^2}{16}=1$ $(xy>0)$；

③ $y^2=4x$；　　　　　　　④ $|x|+|y|=1$．

存在“双胞点”的曲线序号是______________.

三．解答题：本大题共 4 小题，共 44 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

15．（本小题满分 10 分）

已知点 $A(-3,0)$，$B(1,0)$，线段 AB 是圆 $\boldsymbol{M}$ 的直径.

（Ⅰ）求圆 $\boldsymbol{M}$ 的方程；

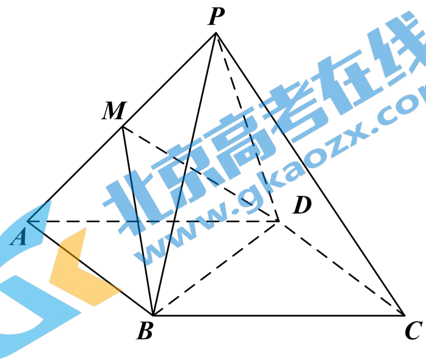
（Ⅱ）过点（0,2）的直线 l 与圆 M 相交于 D,E 两点，且 $|DE|=2\sqrt{3}$，求直线 l 的方程.

16.（本小题满分 12 分）

如图，在正四棱锥 $P-ABCD$ 中，点 M 为侧棱 PA 的中点.

（Ⅰ）求证：PC //平面 BDM；

（Ⅱ）若 $PA \perp PC$，求证：$PA \perp$ 平面 BDM.



17.（本小题满分 10 分）

顶点在原点的抛物线C关于x轴对称，点$P(1,2)$在此抛物线上.

（Ⅰ）写出该抛物线C的方程及其准线方程；

（Ⅱ）若直线$y=x$与抛物线C交于A,B两点，求ΔABP的面积.

18.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 经过点 $D(0,1)$，一个焦点与短轴的两端点连线互相垂直.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）过 $M(0,-\frac{1}{3})$ 的直线 l 交椭圆 C 于 A,B 两点，判断点 D 与以 AB 为直径的圆的位置关系，并说明理由.

海淀区高二年级第一学期期末练习参考答案　　2017.1

数　学　(文科)

阅卷须知:

1. 评分参考中所注分数，表示考生正确做到此步应得的累加分数.

2. 其它正确解法可以参照评分标准按相应步骤给分.

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分.

1.A　2.D　3.B　4.B　5.D　6.B　7.C　8.A

二、填空题:本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分.

9.　2　　10. $\exists x>1$，$x^2-2x+1\le 0$　　11. -3

12.　2　　13. $\sqrt{2}$　　14. ①③④

三、解答题：本大题共 4 小题，共 44 分.

15. 解:（Ⅰ）已知点 $A(-3,0)$，$B(1,0)$，线段 AB 是圆 M 的直径,

则圆心 M 的坐标为 $(-1,0)$.　--------------------------2 分

又因为 $|AM|=2$，　--------------------------3 分

所以圆 M 的方程为 $(x+1)^2+y^2=4$.　--------------------------4 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知圆 M 的圆心 $M(-1,0)$，半径为 2 .

设 N 为 DE 中点，则 $MN\perp l$，$|DN|=|EN|=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{3}=\sqrt{3}$，

--------------------------5 分

则 $|MN|=\sqrt{4-(\sqrt{3})^2}=1$.　--------------------------6 分

当 l 的斜率不存在时，l 的方程为 $x=0$，此时 $|MN|=1$，符合题意;

--------------------------7 分

当 l 的斜率存在时，设 l 的方程为 $y=kx+2$，由题意得

$$\frac{|k(-1)+2|}{\sqrt{k^2+1}}=1$$　--------------------------8 分

解得 $k=\frac{3}{4}$，　--------------------------9 分

故直线 l 的方程为 $y=\frac{3}{4}x+2$，即 $3x-4y+8=0$.

--------------------------10 分

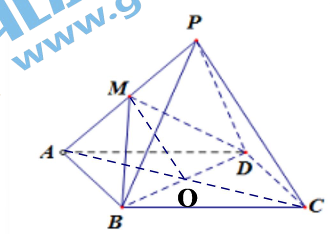
综上，直线 l 的方程为 $x=0$ 或 $3x-4y+8=0$.

16.解: 证明:（Ⅰ）如图,在正四棱锥 $P-ABCD$ 中,

连接 AC ,设 $AC\bigcap BD=O$，连接 MO . --------------------------1 分

因为 $ABCD$ 为正方形，则 O 为 AC 中点.

又因为 M 为侧棱 PA 的中点，



所以 $MO // PC$.　--------------------------3 分

又因为 $PC\not\subset$ 面 BDM ， $MO\subset$ 面 BDM ，

所以 $PC //$ 平面 BDM .　--------------------------5 分

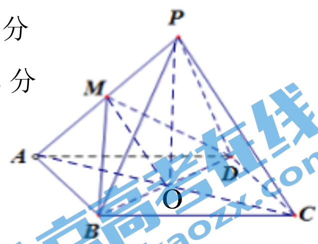
（Ⅱ）连接 PO，在正四棱锥 $P-ABCD$ 中，

$PO\perp$ 平面 $ABCD$ ，　-----------------------6 分

$BD\subset$ 平面 $ABCD$ ，

所以 $PO\perp BD$.　---------------------- 7 分

又因为 $BD\perp AC$ ，　---------------------- 8 分



$AC\bigcap PO=O$ ，

且 $AC\subset$ 平面 PAC ， $PO\subset$ 平面 PAC ，

所以 $BD\perp$ 平面 PAC .　---------------------- 9 分

又因为 $PA\subset$ 平面 PAC ，

所以 $BD\perp PA$.　----------------------10 分

由（Ⅰ）得 $MO // PC$ ，

又因为 $PA\perp PC$，则 $MO\perp PA$. -----------------11 分

又 $MO\bigcap BD=O$，且 $MO\subset$ 平面 BDM ， $BD\subset$ 平面 BDM ，

所以 $PA\perp$ 平面 BDM .　---------------------- 12 分

17 解:（Ⅰ）因为抛物线的顶点在原点，且关于 x 轴对称，

可设抛物线方程为 $y^2=2px$ ，　---------------------1 分

由抛物线经过 $P(1,2)$ 可得 $p=2$.　---------------------- 2 分

所以抛物线方程为 $y^2=4x$， ---------------------- 3 分

准线方程为 $x=-1$． ---------------------- 4 分

（Ⅱ）由 $\begin{cases} y^2=4x \\ y=x \end{cases}$ ---------------------- 5 分

得 $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=4 \\ y=4 \end{cases}$ ----------------------7 分

可得 $A(0,0)$，$B(4,4)$．（或：$|AB|=4\sqrt{2}$） --------------------8 分

所以 $S_{\Delta ABP}=\dfrac{1\times 2}{2}+\dfrac{(2+4)(4-1)}{2}-\dfrac{4\times 4}{2}=2$． ---------------- 10 分

（或：点 P 到直线 $y=x$ 的距离 $d=\dfrac{|1-2|}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ---------------- 9 分

$S_{\Delta ABP}=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=2$． ---------------- 10 分）

18．解：（Ⅰ）由椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 经过 $D(0,1)$

可得 $b=1$． ---------------------- 1 分

因为一个焦点与短轴的两端点连线互相垂直，所以 $a=\sqrt{2}$．---------------------- 3 分

所以椭圆 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$． ---------------------- 4 分

（Ⅱ）以 AB 为直径的圆经过点 D，理由如下： ----------------------5 分

当直线 AB 与 x 轴垂直时，显然 D 在圆上； ----------------------6 分

当直线 AB 不与 x 轴垂直时，设直线 AB 的方程为 $y=kx-\dfrac{1}{3}$．----------------------7 分

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，由 $\begin{cases} y=kx-\dfrac{1}{3}, \\ \dfrac{x^2}{2}+y^2=1 \end{cases}$

得 $9(2k^2+1)x^2-12kx-16=0$，显然 $\Delta>0$． ---------------------- 8

分

$x_1+x_2=\dfrac{4k}{3(2k^2+1)}$, $x_1x_2=-\dfrac{16}{9(2k^2+1)}$ ---------------------- 9 分

$\overrightarrow{DA}=(x_1,y_1-1),\overrightarrow{DB}=(x_2,y_2-1)$.

所以 $\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DB}=x_1x_2+(y_1-1)(y_2-1)$ ---------------------- 10 分

$$=x_1x_2+(kx_1-\frac{4}{3})(kx_2-\frac{4}{3})$$

$$=(1+k^2)x_1x_2-\frac{4}{3}k(x_1+x_2)+\frac{16}{9}$$

$$=(1+k^2)\left[-\frac{16}{9(2k^2+1)}\right]-\frac{4}{3}k\cdot\frac{4k}{3(2k^2+1)}+\frac{16}{9}$$

$=0$ ---------------------- 11 分

所以 $DA\perp DB$，所以点 D 在圆上. ---------------------- 12 分

综上所述，点 D 一定在以 AB 为直径的圆上.