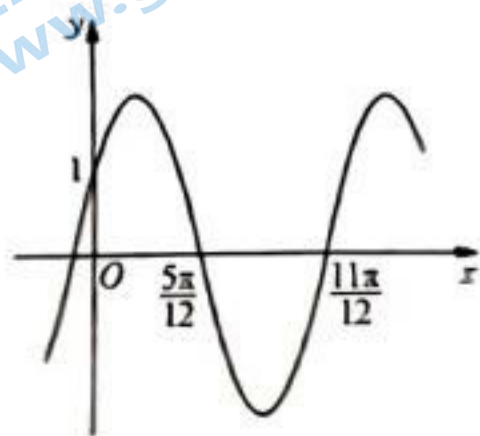


7. 已知双曲线 $C: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, F 为 C 的下焦点, O 为坐标原点, l_1 是 C 的斜率大于 0 的渐近线, 过 F 作斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 的直线 l 交 l_1 于点 A , 交 x 轴的正半轴于点 B , 若 $|OA| = |OB|$, 则 C 的离心率为

- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

8. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示, 则 $f(x) =$

- A. $2\sin(2x + \frac{\pi}{6})$
 B. $2\sin(x + \frac{\pi}{6})$
 C. $2\cos(2x + \frac{\pi}{3})$
 D. $\cos 2x$



9. 已知 F_1, F_2 分别是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, C 过 $A(-2, 0)$ 和 $B(0, 1)$ 两点, 点 P 在线段 AB 上, 则 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2}$ 的取值范围为

- A. $[-\frac{11}{5}, +\infty)$ B. $[1, \frac{37}{5}]$ C. $[-2, 1]$ D. $[-\frac{11}{5}, 1]$

10. 若直线 $l: y = -\frac{1}{2}x + m$ 与曲线 $C: \frac{x|x|}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 有两个公共点, 则实数 m 的取值范围为

- A. $(-2\sqrt{2}, 0) \cup (0, 2\sqrt{2})$ B. $(0, 2\sqrt{2})$
 C. $(-2, 0) \cup (0, 2)$ D. $(0, 2)$

11. 在四面体 $ABCD$ 中, $AB \perp AC, AB \perp BD$, 异面直线 AC 与 BD 所成的角为 30° , 二面角 $C-AB-D$ 为锐二面角, $AB=4, AC=5, BD=3$, 则四面体 $ABCD$ 的体积为

- A. $2\sqrt{34-15\sqrt{3}}$ B. 3
 C. 5 D. 10

12. 已知定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足: ① $\forall x > 0, f(x) < 0$; ② 对任意正数 x, y , 当 $x < y$ 时, $yf(x) > xf(y)$ 恒成立. 若 $a = f(\sin 0.1)\sin 0.1, b = \frac{f(0.1)}{10}, c = f(\tan 0.1)\tan 0.1$, 则

- A. $a > b > c$ B. $c > a > b$ C. $b > c > a$ D. $b > a > c$

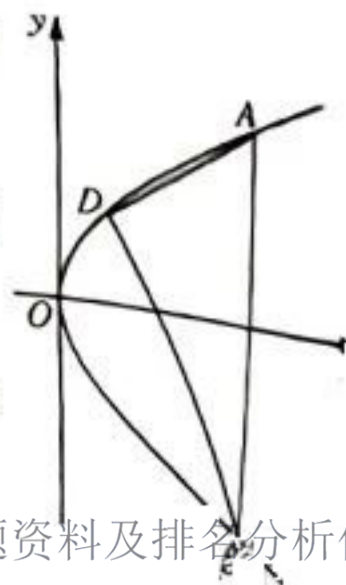
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \leq 3, \\ 3x+2y \geq 6, \\ x-y \leq 2, \end{cases}$ 则 $z = 2x + y$ 的最大值为 _____.

14. 若直线 l 过点 $(2, 1)$ 且与圆 $C: (x+1)^2 + y^2 = 9$ 相切, 则直线 l 的方程为 _____.

15. 已知函数 $f(x) = 4\sin x \cos x + \tan x - 1$, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(\frac{\pi}{4}, f(\frac{\pi}{4}))$ 处的切线方程为 _____.

16. 如图, 直线 $x = t$ 与抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 交于 A, B 两点, D 为 C 上异于 A, B 的一点, 若 $AD \perp BD$, 则点 D 到直线 $x = t$ 的距离与 p 的比值为 _____.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $a \sin A - c \sin C = (b - c) \sin B$ 。

(1) 求 A 的大小；

(2) 若 $a = 3$ ，求 $\triangle ABC$ 面积的最大值。

18. (本小题满分 12 分)

在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 外作等边 $\triangle BCE$ (如图 1)，将 $\triangle BCE$ 沿 BC 折起到 $\triangle PBC$ 的位置，使得 $PA = 2\sqrt{2}$ (如图 2)。

(1) 求证：平面 $PBC \perp$ 平面 $ABCD$ ；

(2) 若 F, M 分别为线段 BC, PD 的中点，求点 P 到平面 AFM 的距离。

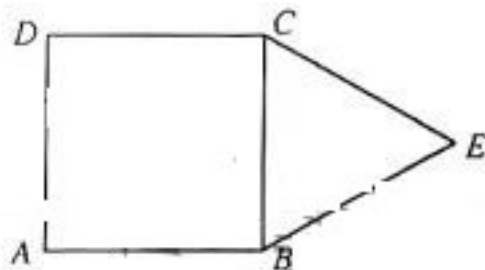


图1

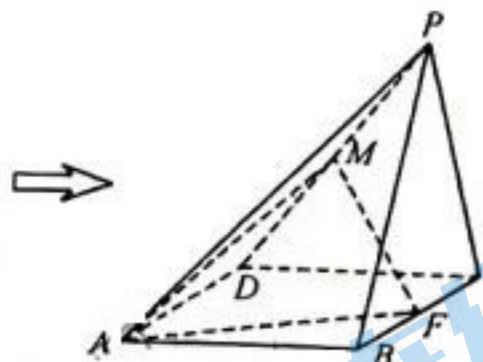


图2

19. (本小题满分 12 分)

已知直线 $l_1: x - ay + 2 = 0$, $l_2: ax + y - 2a = 0$ ($a \in \mathbf{R}$)，若 l_1 与 l_2 的交点 P 的轨迹为曲线 C 。

(1) 求曲线 C 的方程；

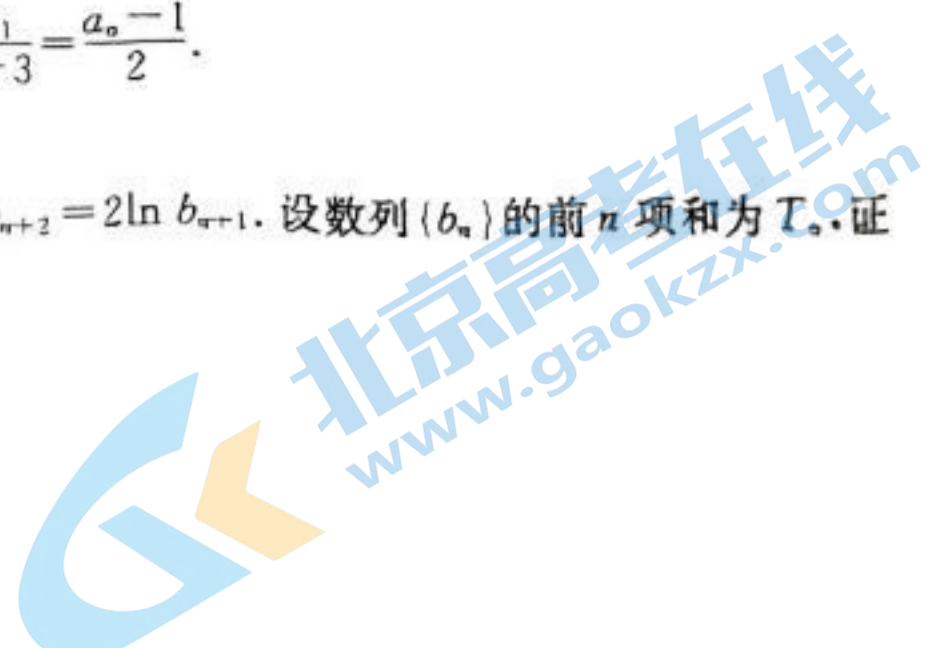
(2) 若圆 $E: x^2 + y^2 - 2mx - 2ny = 0$ 的圆心在直线 $y = \sqrt{3}x$ 上，且与曲线 C 相交所得公共弦 MN 的长为 $2\sqrt{3}$ ，求 m, n 的值。

20. (本小题满分 12 分)

在正项数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, \forall n \geq 2, a_1 + \frac{a_2}{3} + \dots + \frac{a_{n-1}}{2n-3} = \frac{a_n - 1}{2}$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式; 来源: 高三答案公众号

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = a_1, b_2 = a_2 - 1$, 且 $\ln b_n + \ln b_{n+2} = 2 \ln b_{n+1}$. 设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 证明: $T_n \cdot T_{n+2} < T_{n+1}^2$.

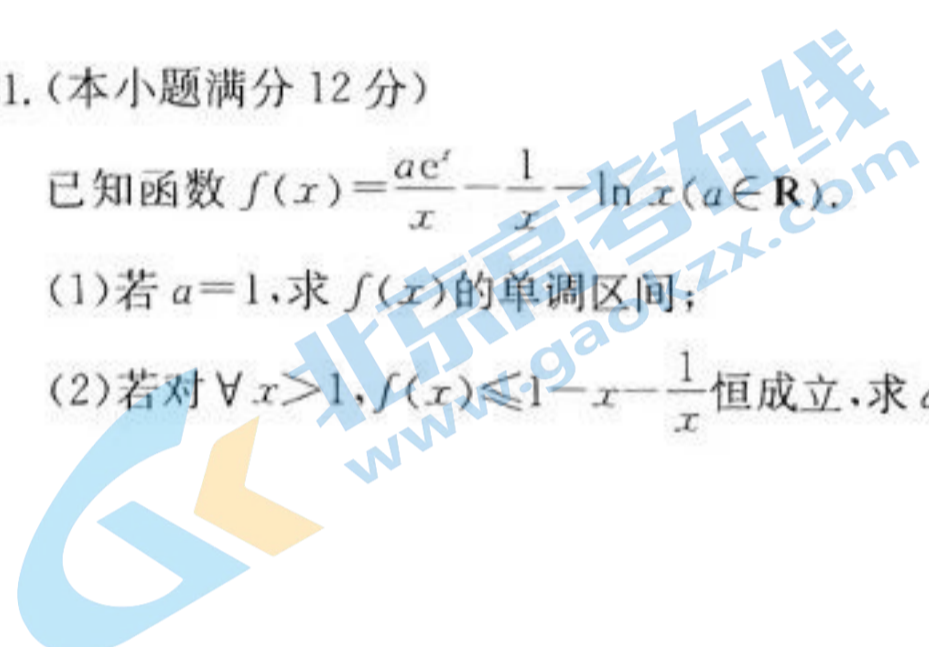


21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{ae^x}{x} - \frac{1}{x} - \ln x (a \in \mathbf{R})$.

(1) 若 $a = 1$, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若对 $\forall x > 1, f(x) \leq 1 - x - \frac{1}{x}$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

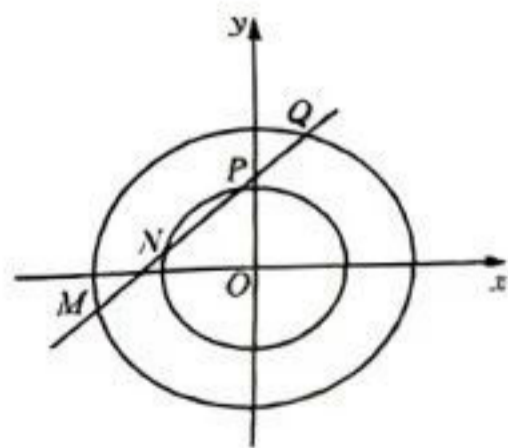


22. (本小题满分 12 分)

椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 上顶点为 A , 且 $|F_1 F_2| = 2, \angle A F_1 F_2 = 60^\circ$.

(1) 求 C 的方程; 来源: 高三答案公众号

(2) 若椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \lambda (\lambda > 0 \text{ 且 } \lambda \neq 1)$, 则称 E 为 C 的 λ 倍相似椭圆. 如图, 已知 E 是 C 的 3 倍相似椭圆, 直线 $l: y = kx + m$ 与两椭圆 C, E 交于 4 点 (依次为 M, N, P, Q , 如图), 且 $|MN| = |NP|$, 证明: 点 $T(k, m)$ 在定曲线上.



关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯