

2021-2022 学年高一上学期高一数学期中试卷

一. 选择题 (共 10 个小题, 共 40 分)

1. 若集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x > 1\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()
- A. $\{x | 1 < x \leq 2\}$ B. $\{x | x > 1\}$ C. $\{x | x \geq -1\}$ D. $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$
2. 若 $a > b$, $c > d$, 则下列不等式中必然成立的一个是 ()
- A. $a + d > b + c$ B. $ac > bd$ C. $d - a < c - b$ D. $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$
3. 设 $a, b \in R$, 则 “ $(a-b)a^2 < 0$ ” 是 “ $a < b$ ” 的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件
4. 设集合 $A = \left\{x \mid x = k + \frac{1}{4}, k \in Z\right\}$, $B = \left\{y \mid y = \frac{k}{2} - \frac{1}{4}, k \in Z\right\}$, 则它们之间最准确的关系是 ()
- A. $A=B$ B. $A \not\subset B$ C. $A \subsetneq B$ D. $A \subseteq B$
5. 若 $a > 0$, $b > 0$, 则 “ $a + b \leq 4$ ” 是 “ $ab \leq 4$ ” 的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. 已知函数 $g(x) = f(x) + 2$, 若 $f(x)$ 是奇函数, 且 $g(1) = 3$, 则 $g(-1) =$ ()
- A. -1 B. -3 C. 1 D. 3
7. 已知函数 $f(x) = x^2 + bx + c$, 则 “ $c < 0$ ” 是 “ $\exists x_0 \in R$, 使 $f(x_0) < 0$ ” 的 ()
- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
8. 若关于 x 的不等式 $x^2 + ax - 2 < 0$ 在区间 $[1, 5]$ 上有解, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $(-\frac{23}{5}, 1)$ B. $(-\infty, -\frac{23}{5}]$ C. $(-\infty, 1)$ D. $(-\infty, 1]$

9. 已知函数 $f(x) = x|x|$ ，若对任意的 $x \leq 1$ 有 $f(x+m) + f(x) < 0$ 恒成立，则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -1)$ B. $(-\infty, -1]$ C. $(-\infty, -2)$ D. $(-\infty, -2]$

10. 定义全集 U 的子集 A 的特征函数 $f_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$ 对于任意的集合 $A, B \subset U$ ，下列

说法错误的是 ()

- A. 若 $A \subseteq B$ ，则 $f_A(x) \leq f_B(x)$ ，对于任意的 $x \in U$ 成立
 B. $f_{A \cup B}(x) = f_A(x) + f_B(x)$ ，对于任意的 $x \in U$ 成立
 C. $f_{A \cap B}(x) = f_A(x)f_B(x)$ ，对于任意的 $x \in U$ 成立
 D. 若 $A = \complement_U B$ ，则 $f_A(x) + f_B(x) = 1$ ，对于任意的 $x \in U$ 成立

二、填空题 (共 5 小题, 共 25 分)

11. 已知集合 $A = \{x, x^2\} (x \in R)$ ，若 $1 \in A$ ，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 若实数 x, y 满足 $xy = 1$ ，则 $x^2 + 2y^2$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 若 $0 < x < y < 1$ ，则 $x - y$ 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 设 $U = R$ ，集合 $A = \{x | x^2 + 3x + 2 = 0\}$ ， $B = \{x | x^2 + (m+1)x + m = 0\}$ ；若 $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$ ， $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 有三个房间需要粉刷，粉刷方案要求：每个房间只用一种颜色，且三个房间颜色各不相同。三个房间的粉刷面积和三种颜色的涂料费用如表：

房间 A	房间 B	房间 C
$35m^2$	$20m^2$	$28m^2$

涂料 1	涂料 2	涂料 3
16 元/ m^2	18 元/ m^2	20 元/ m^2

那么在所有不同的粉刷方案中，最低的涂料总费用是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元。

16. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 5x - 6 < 0\}$, $B = \{x | m - 2 < x < m\}$.

(I) 若 $m = 0$, 全集 $U = A \cup B$, 求 $\complement_U B$;

(II) 从条件①和条件②选择一个作为已知, 求实数 m 的取值范围.

条件①: 若 $A \cup B = A$;

条件②: 若 $A \cap B = \emptyset$.

17. 已知函数 $f(x) = 2x + \frac{b}{x} + c$ (b, c 为常数), $f(1) = 4$, $f(2) = 5$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 用定义证明: 函数 $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上是减函数.

18. 设函数 $f(x) = (a^2 - 1)x^2 + (a - 1)x + 3$ ($a \in R$).

(1) 求对于一切实数 x , $f(x) > 0$ 恒成立的充要条件;

(2) 求对于一切实数 x , $f(x) > 0$ 恒成立的一个充分非必要条件.

19. 已知函数 $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = a|x - 1|$.

(1) 若关于 x 的方程 $|f(x)| = g(x)$ 只有一个实数解, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若当 $x \in R$ 时, 不等式 $f(x) \geq g(x)$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;

20. 设 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) = 2x + 1$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若 $x < 0$ 时, 方程 $f(x) = x^2 + tx + 2t$ 仅有一实根或有两个相等的实根, 求实数 t 的取值范围.

21. 对于正整数集合 $A\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ($n \in N^*, n \geq 3$), 如果去掉其中任意一个元素 a_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 之后, 剩余的所有元素组成的集合都能分为两个交集为空集的集合, 且这两个集合的所有元素之和相等, 就称集合 A 为“和谐集”.

(1) 判断集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 是否是“和谐集”(不必写过程);

(2) 请写出一个只含有 7 个元素的“和谐集”, 并证明此集合为“和谐集”;

(3) 当 $n = 5$ 时, 集合 $A\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$, 求证: 集合 A 不是“和谐集”.