

2022/2023 学年度第一学期第一次阶段检测试卷
高三数学

班级_____ 姓名_____ 学号_____ 成绩_____

一. 选择题: 共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分.

1. 设集合 $A = \{x | 1 < x < 4\}$, 集合 $B = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $[-1, 4)$ B. $(-1, 4)$ C. $(1, 3]$ D. $(1, 3)$

2. 在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数的是

- A. $y = -\log_{\frac{1}{2}}(-x)$ B. $y = -(x+1)^2$ C. $y = \frac{x}{1-x}$ D. $y = |x|$

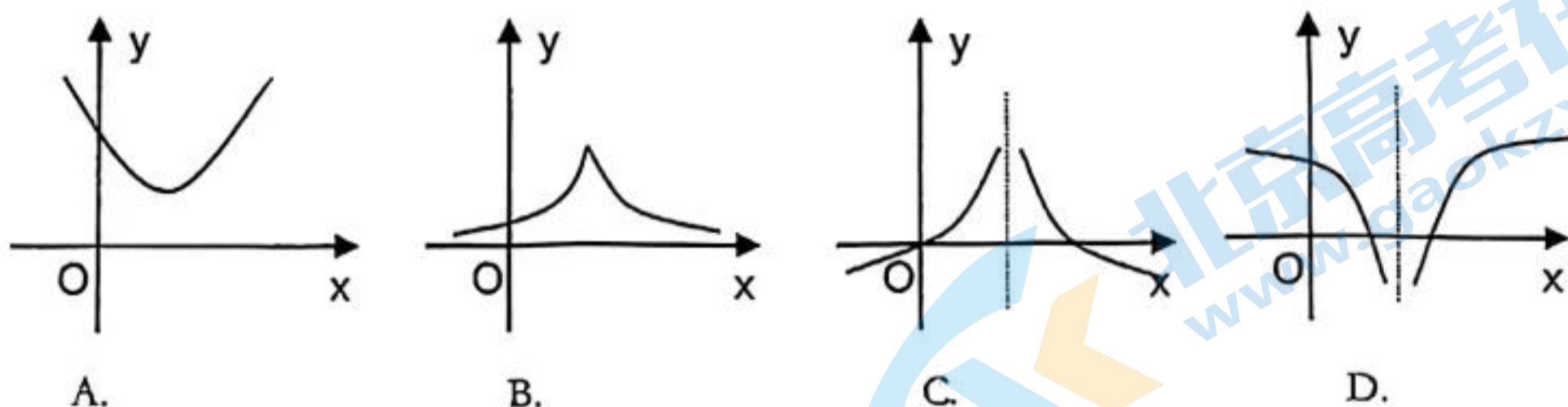
3. 已知 $a = 2^{0.1}$, $b = \log_4 3$, $c = \log_5 2$, 则

- A. $a > b > c$ B. $b > c > a$ C. $a > c > b$ D. $b > a > c$

4. 设 $a \in \mathbb{R}$, 若关于 x 的不等式 $x^2 - ax + 1 \geq 0$ 在 $1 \leq x \leq 2$ 上有解, 则

- A. $a \leq 2$ B. $a \geq 2$ C. $a \leq \frac{5}{2}$ D. $a \geq \frac{5}{2}$

5. 若实数 x, y 满足 $|x-1| - \ln \frac{1}{y} = 0$, 则 y 关于 x 的函数的图象形状大致是



6. 若 $a > 0$, $b > 0$, 则 “ $a+b \leq 4$ ” 是 “ $ab \leq 4$ ” 的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (4-2a)x, & x \leq 1 \\ a^x, & x > 1 \end{cases}$ 是 \mathbb{R} 上的单调函数, 那么实数 a 的取值范围为

- A. $(0, 1)$ B. $(1, 3)$ C. $[\frac{4}{3}, 2)$ D. $(1, \frac{3}{2}]$

8. 已知 $f(x) = x - \sin x$, 则不等式 $f(2m+1) + f(1-m) > 0$ 的解集为

- A. $(-\infty, -2)$ B. $(-2, +\infty)$ C. $(0, +\infty)$ D. $(-\infty, 0)$

9. 设定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足: 当 $x_1 < x_2$ 时, 总有 $2^{x_1} f(x_2) < 2^{x_2} f(x_1)$, 且 $f(1) = 2$, 则不等式 $f(x) > 2^x$ 的解集为

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(-1, 1)$ D. $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

10. 通过研究学生的学习行为, 心理学家发现, 学生的接受能力依赖于老师引入概念和描述所用的时间. 若用 $f(x)$ 表示学生掌握和接受概念的能力 ($f(x)$ 越大, 表示学生的接受能力越强), x 表示提出和讲授概念的时间 (单位: min), 长期的实验和分析表明, $f(x)$ 与 x 有以下关系:

$$f(x) = \begin{cases} -0.1x^2 + 2.6x + 43, & 0 < x \leq 10 \\ 59, & 10 < x \leq 16 \\ -3x + 107.16, & 16 < x \leq 30 \end{cases}, \text{ 则下列说法错误的是}$$

- A. 讲授开始时, 学生的兴趣递增; 中间有段时间, 学生的兴趣保持较理想的状态; 随后学生的注意力开始分散
 B. 讲课开始后第 5 分钟比讲课开始后第 20 分钟, 学生的接受能力更强一点
 C. 讲课开始后第 10 分钟到第 16 分钟, 学生的接受能力最强
 D. 需要 13 分钟讲解的复杂问题, 老师可以在学生的注意力至少达到 55 以上的情况下完成

二、填空题: 共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分。

11. 若曲线 $f(x) = \ln x + x$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与直线 $2x + ay - 4 = 0$ 平行, 则 $a =$ _____

12. 已知命题 “ $\exists x \in R, ax^2 - ax + 1 \leq 0$ ” 是假命题, 则实数 a 的取值范围是 _____

13. 若函数 $f(x) = (-x^2 + ax)e^x$ 在区间 $(-1, 1)$ 上存在减区间, 则实数 a 的取值范围是 _____.

14. 已知定义在 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上的偶函数 $f(x)$.

当 $x > 0$ 时, $f(x) = \begin{cases} |\log_5 x|, & 0 < x \leq 5, \\ -x + 6, & x > 5. \end{cases}$ 若函数 $y = f(x) - a (a \in R)$ 恰有六个零点, 且分别记

为 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$, 则 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6$ 的取值范围是 _____

15. 已知函数 $f(x) = -(x+1)e^x$

- ① $f(x)$ 在 $(-\infty, -2)$ 上单调递减, 在 $(-2, +\infty)$ 上单调递增; ② $f(x)$ 在 R 上仅有一个零点;
 ③ 若关于 x 的方程 $f(x) = a (a \in R)$ 有两个实数解, 则 $a < e^{-2}$; ④ $f(x)$ 在 R 上有最大值 e^{-2} , 无最小值

上述说法正确的是 _____

三、解答题:共6小题,共85分.解答应写出文字说明,演算步骤或证明过程.

16. (本小题共14分)

在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c .已知 $c=4, A=\frac{\pi}{3}$.

(I) 当 $b=2$ 时,求 a ;

(II) 求 $\sin B - \sqrt{3} \cos C$ 的取值范围.

17. (本小题共14分)

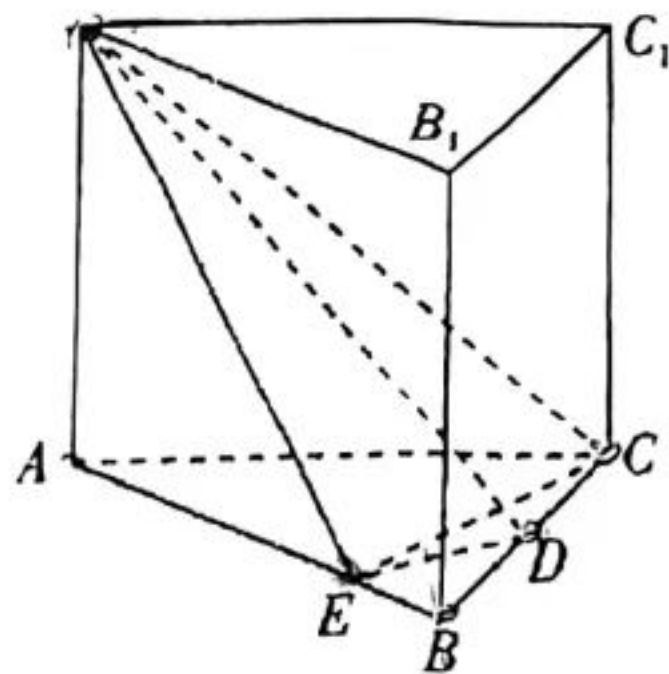
如图,在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,点 D 为棱 BC 的中点, $AB=4, AA_1=3$.

(1) 证明: $A_1D \perp B_1C_1$;

(2) 若点 E 为棱 AB 上一点,且满足条件_____,

求二面角 $A-A_1E-C$ 的正弦值.

请从① $A_1E \perp DE$;② $V_{B-A_1CE} = \sqrt{3}$,这两个条件中任选一个填在上面的横线上,并解答问题.



18. (本小题共14分)

在抗击新冠肺炎疫情期间,很多人积极参与了疫情防控的志愿者活动.各社区志愿者服务类型有:现场值班值守,社区消毒,远程教育宣传,心理咨询(每个志愿者仅参与一类服务).参与A, B, C三个社区的志愿者服务情况如下表:

社区	社区服务总人数	服务类型			
		现场值班值守	社区消毒	远程教育宣传	心理咨询
A	100	30	30	20	20
B	120	40	35	20	25
C	150	50	40	30	30

(I) 从上表三个社区的志愿者中任取1人,求此人来自于A社区,并且参与社区消毒工作的概率;

(II) 从上表三个社区的志愿者中各任取1人调查情况,以 X 表示负责现场值班值守的人数,求 X 的分布列;

(III) 已知A社区心理咨询满意率为0.85, B社区心理咨询满意率为0.95, C社区心理咨询满意率为0.9, " $\xi_A=1, \xi_B=1, \xi_C=1$ "分别表示A, B, C社区的人们对心理咨询满意, " $\xi_A=0, \xi_B=0, \xi_C=0$ "分别表示A, B, C社区的人们对心理咨询不满意,写出方差 $D(\xi_A), D(\xi_B), D(\xi_C)$ 的大小关系.(只需写出结论)

19. (本小题共 15 分)

已知函数 $f(x) = (x+a)\ln x - x + 1$.

(I) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(e, f(e))$ 处的切线斜率为 1, 求实数 a 的值;

(II) 当 $a = 0$ 时, 求证: $f(x) \geq 0$;

(III) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上存在极值点, 求实数 a 的取值范围.

20. (本小题共 14 分)

已知椭圆 $C: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 点 $P(1, 0)$ 在椭圆 C 上, 直线 $y = y_0$ 与椭圆 C 交于不同的两点 A, B .

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 直线 PA, PB 分别交 y 轴于 M, N 两点, 问: x 轴上是否存在点 Q , 使得 $\angle OQN + \angle OQM = \frac{\pi}{2}$? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

21. (本小题共 14 分)

已知有穷数列 $A: a_1, a_2, \dots, a_k, \dots, a_n (n \in \mathbf{N}^* \text{ 且 } n \geq 3)$. 定义数列 A 的“伴生数列” B :

$b_1, b_2, \dots, b_k, \dots, b_n$, 其中 $b_k = \begin{cases} 1, & a_{k-1} \neq a_{k+1} \\ 0, & a_{k-1} = a_{k+1} \end{cases} (k = 1, 2, \dots, n)$, 规定 $a_0 = a_n, a_{n+1} = a_1$.

(I) 写出下列数列的“伴生数列”:

① $1, 2, 3, 4, 5$; ② $1, -1, 1, -1, 1$.

(II) 已知数列 B 的“伴生数列” $C: c_1, c_2, \dots, c_k, \dots, c_n$, 且满足 $b_k + c_k = 1 (k = 1, 2, \dots, n)$.

(i) 若数列 B 中存在相邻两项为 1, 求证: 数列 B 中的每一项均为 1;

(ii) 求数列 C 所有项的和.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯