

2019 北京一零一中 2 高三(下)统考三

数 学(理)

班级: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 成绩: \_\_\_\_\_

一、选择题共 8 小题, 在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项.

1. 设集合  $A = \{-1, 0, 1\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

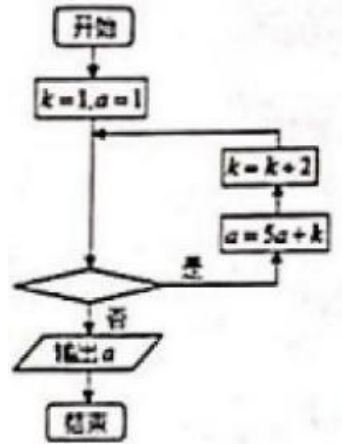
- A.  $\{-1, 0, 1\}$
- B.  $\{0\}$
- C.  $(-1, 1)$
- D.  $(-1, 3)$

2. 设  $i$  是虚数单位, 复数, 则  $z = \frac{2i}{1-i}$  对应的点位于 ( )

- A. 第一象限
- B. 第二象限
- C. 第三象限
- D. 第四象限

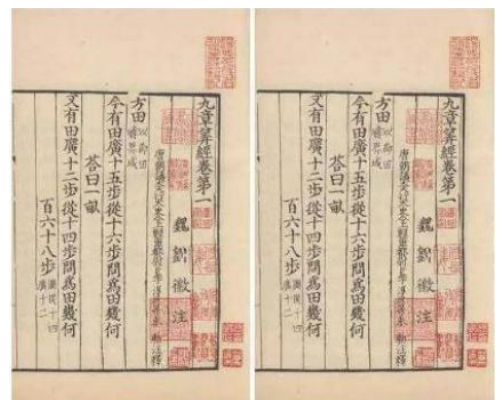
3 执行如图的程序框图, 如果输出  $a$  的值大于 100, 那么判断框内的条件为 ( )

- A.  $k < 5?$
- B.  $k \geq 5?$
- C.  $k < 6?$
- D.  $k \geq 6?$



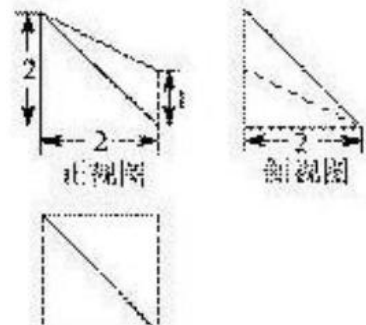
4. 《九章算术》的盈不足章第 19 个问题中提到: ”今有良马与驽马发长安, 至齐, 齐去长安止千里, 良马初日行 一百九十三里, 日增一十三里, 驽马初日行九十七里, 日减半里...” 其大意为” 现在有良马和野马同时从长安出发到齐去, 已知长安和齐的距离是 3000 里, 良马第一天行 193 里, 之后每天比前一天多行 13 里. 粉马第一天行 97 里, 之后每天比前一天少行 0.5 里...” 试问前 4 天, 良马和驽马共走过的路程之和的里数为 ( )

- A. 1235
- B. 1800
- C. 2600
- D. 3000



5. 已知一个几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积是 ( )

- A.  $\frac{10}{3}$
- B. 4



C.  $\frac{13}{3}$

D. 5

6. 已知非零平面向量  $a, b$ , 则  $|a + b| = |a| + |b|$  是 “存在非零实数  $\lambda$ , 使  $b = \lambda a$ ” 的 ( )

A. 既不充分也不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 充分而不必要条件

7. 已知曲线  $C: \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = a + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$  ( $t$  为参数,  $A(-1, 0)$ 、 $B(1, 0)$ ), 若曲线  $C$  上存在点  $P$  满足  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$ , 则实数  $a$  的取值范围为 ( )

A.  $[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$

B.  $[-1, 1]$

C.  $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

D.  $[-2, 2]$

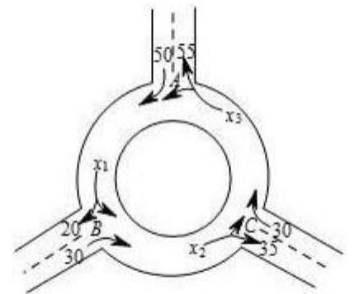
8. 如图为某三岔路口交通环岛的简化模型, 在某高峰时段, 单位时间进出路口  $A, B, C$  的机动车辆数如图所示, 图中  $x_1, x_2, x_3$ , 分别表示该时段单位时间通过路段  $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$  的机动车辆数 (假设: 单位时间内, 在上述路段中, 同一路段上驶入与驶出的车辆数相等) 则 ( )

A.  $x_1 > x_2 > x_3$

B.  $x_1 > x_3 > x_2$

C.  $x_2 > x_3 > x_1$

D.  $x_3 > x_2 > x_1$



二、填空题共 6 小题

9. 在极坐标系中, 直线  $\sqrt{3}\rho \cos\theta - \rho \sin\theta = 0$  圆  $\rho = 4\sin\theta$  交于  $A, B$  两点, 则  $|AB| =$  \_\_\_\_\_

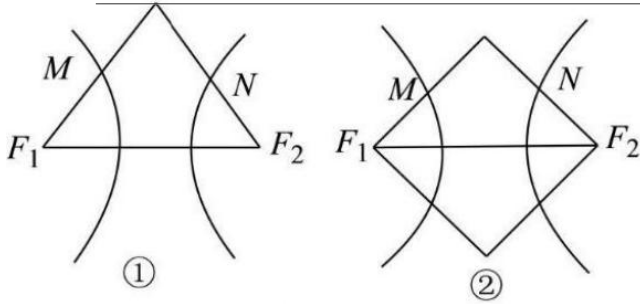
10. 某小学教师准备购买一当签字笔和铅笔盒作为奖品, 已知签字笔每支 5 元, 铅笔盒每个 6 元, 花费总不能超过 50 元, 为了便于学生选、购买签字笔和笔盒的个数均不能少于 3 个, 那么该教师有 \_\_\_\_\_ 种不同的购买吴品方案,

11. 已知数列  $\{a_n\}$  为等比数列,  $S_n$  为其前  $n$  项的和, 若  $a_1 a_2 a_3 = 64$ ,  $a_5 = 32$ , 则  $q =$  \_\_\_\_\_

12. 能说明若点  $M(a, b)$  与点  $(5, 5)$  在直线  $x + y = 0$  的同侧, 则  $a + b > 4$  是假命题的一个点  $M$  的坐标为 \_\_\_\_\_

13. 已知函数  $f(x) = x^3 - 4x$ ,  $g(x) = \sin\omega x (\omega > 0)$ . 若  $\forall x \in [-a, a]$ , 都有  $f(x)g(x) \leq 0$ , 则  $a$  的最大值为 \_\_\_\_\_, 此时  $\omega =$  \_\_\_\_\_

14. 如图所示, 图中的多边形均为正多边形  $M, N$  是所在边的中点, 双曲线均以图中的  $F_1, F_2$  为焦点, 则图①的双曲线的离心率为 \_\_\_\_\_; 图②的双曲线的离心率为 \_\_\_\_\_



三、解答题共 6 小题，解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

15. 在  $\triangle ABC$  中，角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c, 已知  $\cos 2A = -\frac{1}{3}$ ,  $c = \sqrt{3}$ ,  $\sin A = \sqrt{6} \sin C$

(1) 求 a 的值

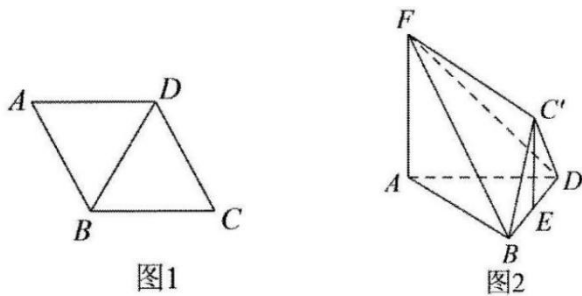
(2) 当角 A 为锐角时，求 b 的值及  $\triangle ABC$  的面积，

16. 如图 1，在边长为 2 的菱形 ABCD 中  $\angle BAD = 60^\circ$ ，将  $\triangle BCD$  沿对角线 BD 折起到  $\triangle BC'D$  的位置，使平面  $BC'D \perp$  平面 ABD, E 是 BD 的中点,  $FA \perp$  平面 ABD, 且  $FA = 2\sqrt{3}$ , 如图 2

(1) 求证:  $FA \parallel$  平面  $BC'D$

(2) 求平面 ABD 与平面  $FBC'$  所成锐二面角的余弦值;

(3) 在线段 AD 上是否存在一点 M 使得  $C'M \perp$  平面  $FBC'$ ? 若存在, 求  $\frac{AM}{AD}$  的值; 若不存在, 说明理由,



17. 某中学为了解高二年级中华传文化经典阅读的整体情况，从高二年级随机抽取 10 名学生进行了两轮测试，并把两轮测试成绩的平均分作为该名学生的考核成绩，记录的数据如下：

	1 号	2 号	13 号	4 号	5 号	6 号	7 号	8 号	9 号	10 号
第一轮测试成绩	96	89	88	88	92	90	87	90	92	90
第二轮测试成绩	90	90	90	88	88	87	96	92	89	92

(1) 从该校高二年级随机选取一名学生，试估计这名学生考核成绩大于等于 90 分的概率；

(2) 从考核成大于等于 90 分的学生中再随机抽取两名同学，求这两名同学两轮测试成绩大于等于 90 分的概率；

(3) 记抽取的 10 名学生第一轮测试成绩的平均数和方差分别为  $\bar{x}_1, S_1^2$ , 考核成绩的平均数和方差分别为  $\bar{x}_2, S_2^2$ , 试比较  $\bar{x}_1$  与  $\bar{x}_2$ ,  $S_1^2$  与  $S_2^2$  的大小 (只写出结论)

18. 已知函数  $f(x) = \ln x + ax^2 + (a+2)x$ ,  $a \in \mathbb{R}$

(1) 讨论  $f(x)$  的单调性;

(2) 当  $a < 0$  时，若关于  $x$  的不等式  $f(x) \leq \frac{2}{a} + b$  恒成立，求实数 b 取值范围。

19. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的离心率为  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ , 长轴长为  $2\sqrt{3}$ .

(1) 求椭圆 C 的方程

(2) 斜率为 1 的直线过椭圆 C 的右焦点 F, 交椭圆 C 于 A, B 两点设 M 为椭圆上任意一点, 且  $\overrightarrow{OM} = \lambda \overrightarrow{OA} + \mu \overrightarrow{OB}$  ( $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ ), 其中 O 为坐标原点, 求证:  $\lambda^2 + \mu^2$  为定值

20. 数列  $A_n: a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $n \geq 2$ ) 的各项均为整数, 满足  $a_i \geq -1$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ), 且  $a_1 \cdot 2^{n-1} + a_2 \cdot 2^{n-2} + a_3 \cdot 2^{n-3} + \dots + a_{n-1} \cdot 2 + a_n = 0$ , 其中  $a_1 \neq 0$

(1) 若  $n=3$ , 写出所有满足条件的数列  $A_3$ ;

(2) 求  $a_1$  的值;

(3) 证明:  $a_1 + a_2 + \dots + a_n > 0$