

2023 北京十四中初三（上）期中

数 学

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

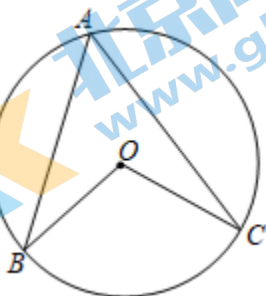
1. 下列图形中是轴对称图形，但不是中心对称图形的是（ ）



2. 用配方法解方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 时，原方程变形为（ ）

- A. $(x - 1)^2 = 6$ B. $(x + 1)^2 = 6$ C. $(x - 2)^2 = 9$ D. $(x + 2)^2 = 9$

3. 如图，点 A, B, C 在 $\odot O$ 上， $\angle BAC = 54^\circ$ ，则 $\angle BOC$ 的度数为（ ）



- A. 27° B. 108° C. 116° D. 128°

4. 二次函数 $y = ax^2 + bx - 1$ ($a \neq 0$) 的图象经过点 $(1, 1)$ ，则代数式 $a + b$ 的值为（ ）

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

5. 初三数学课本上，用“描点法”画二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象时，列了如下表格：

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	3	4	3	0	-5	...

根据表格上的信息回答问题：一元二次方程 $ax^2 + bx + c = -5$ 的解为（ ）

- A. $x_1 = 2, x_2 = -2$ B. $x_1 = 2, x_2 = -3$
 C. $x_1 = 2, x_2 = -4$ D. $x_1 = 2, x_2 = -5$

6. 下列有关圆的一些结论，其中正确的是（ ）

- A. 圆内接四边形对角互补
 B. 相等的圆心角所对的弧相等
 C. 平分弦的直径垂直于弦，并且平分弦所对的弧
 D. 任意三点可以确定一个圆

7. 在平面直角坐标系中，抛物线 $y = (x + 5)(x - 3)$ 经变换后得到抛物线 $y = (x + 3)(x - 5)$ ，则这个变换可以是（ ）

- A. 向左平移 8 个单位 B. 向右平移 8 个单位

C. 向左平移 2 个单位

D. 向右平移 2 个单位

8. 已知某函数的图象过 $A(2, 1)$, $B(-1, -2)$ 两点, 下面有四个推断:

①若此函数的图象为直线, 则此函数的图象和直线 $y=4x$ 平行;

②若此函数的图象为双曲线, 则此函数的图象分布在第一、三象限;

③若此函数的图象为抛物线, 且开口向下, 则此函数图象一定与 y 轴的负半轴相交;

④若此函数的图象为抛物线, 且开口向上, 则此函数图象对称轴在直线 $x=\frac{1}{2}$ 左侧.

所有合理推断的序号是 ()

A. ①③

B. ①④

C. ②③

D. ②④

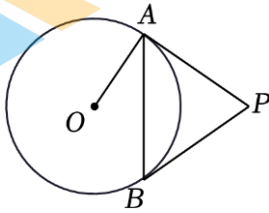
二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 已知 $y=(m-2)x^{|m|+2}$ 是 y 关于 x 的二次函数, 那么 m 的值为_____.

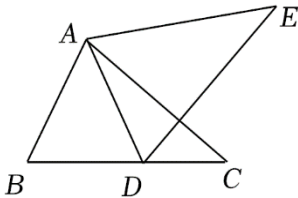
10. 已知 $x=1$ 是方程 $x^2+bx-2=0$ 的一个根, 则方程的另一个根是_____.

11. 二次函数 $y=x^2-3x+m+2$ 的图象与 x 轴只有一个公共点, 则 m 的值为_____.

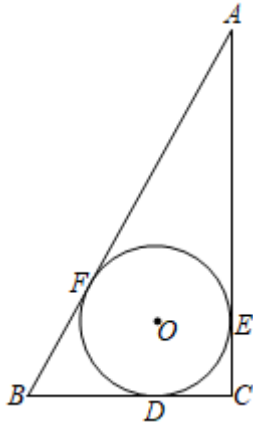
12. 如图, PA, PB 是 $\odot O$ 的两条切线, 切点分别为 A, B , 连接 OA, AB , 若 $\angle OAB=35^\circ$, 则 $\angle ABP$ =_____.



13. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转角 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) 得到 $\triangle ADE$, 点 B 的对应点 D 恰好落在 BC 边上, 若 $DE \perp AC$, $\angle CAD=25^\circ$, 则旋转角 α 的大小是_____.



14. 《九章算术》是我国古代数学名著, 也是古代东方数学的代表作之一. 书中记载了一个问题: “今有勾五步, 股十二步, 问勾中容圆径几何?” 译文: “如图, 今有直角三角形, 勾 (短直角边) 长为 5 步, 股 (长直角边) 长为 12 步, 问该直角三角形能容纳的圆 (内切圆) 的直径是多少步?” 根据题意, 该直角三角形内切圆的直径为_____步.



15. 在半径为 2 的 $\odot O$ 中有一条弦 $AB=2\sqrt{2}$, 则弦 AB 所对的圆周角度数为 _____.

16. 某餐厅在客人用餐完毕后收拾餐桌分以下几个步骤: ①回收餐具与剩菜、清洁桌面; ②清洁椅面与地面; ③摆放新餐具. 前两个步骤顺序可以互换, 但摆放新餐具必须在前两个步骤都完成之后才可进行, 每个步骤所花费时间如表所示:

步骤 时间(分钟) 桌别	回收餐具 与剩菜、 清洁桌面	清洁椅面 与地面	摆放新餐 具
大桌	5	3	2
小桌	3	2	1

现有三名餐厅工作人员分别负责: ①回收餐具与剩菜、清洁桌面, ②清洁椅面与地面, ③摆放新餐具, 每张桌子同一时刻只允许一名工作人员进行工作. 现有两张小桌和一张大桌需要清理, 那么将三张桌子收拾完毕最短需要 _____ 分钟.

三、解答题(共 68 分, 第 17 题 8 分, 第 18 题 4 分, 第 19-24 题 5 分, 第 25-26 题 6 分, 第 27-28 题 7 分)

17. (8 分) 用适当的方法解下列方程:

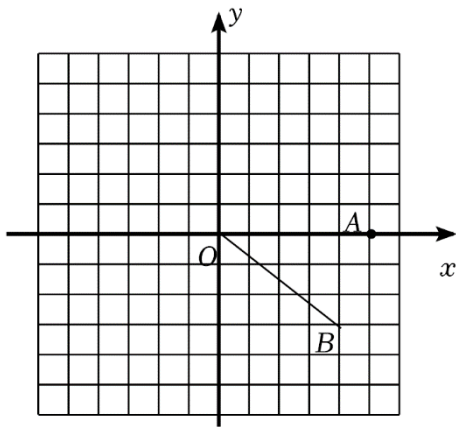
(1) $x^2 - 4x + 1 = 0$;

(2) $x^2 - 5x + 6 = 0$.

18. (4 分) 如图. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle OAB$ 的顶点坐标分别为 $O(0, 0)$, $A(5, 0)$, $B(4, -3)$. 将 $\triangle OAB$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle OA'B'$, 点 A 旋转后的对应点为 A' .

(1) 画出旋转后的图形 $\triangle OA'B'$, 并写出点 A' 的坐标;

(2) 求点 B 经过的路径 BB' 的长(结果保留 π).



19. (5分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x - 2m + 5 = 0$ 有两个实数根.

(1) 求实数 m 的取值范围;

(2) 若 x_1, x_2 是该方程的两个根, 且满足 $x_1x_2 + x_1 + x_2 = m^2 + 6$, 求 m 的值.

20. (5分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 + ax + b$ 过点 $A(-2, 0), B(-1, 3)$.

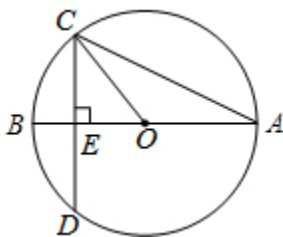
(1) 求抛物线的解析式;

(2) 求抛物线的顶点 C 的坐标.

21. (5分) 一个圆形零件的部分碎片如图所示, 请你利用尺规作图找到圆心 O . (要求: 不写作法, 保留作图痕迹)



22. (5分) 如图, $\odot O$ 的直径 AB 垂直弦 CD 于点 E , $AB = 8$, $\angle A = 22.5^\circ$, 求 CD 的长.



23. (5分) 已知二次函数 $y_1 = x^2 + bx - 3$ 的图象与直线 $y_2 = x + 1$ 交于点 $A(-1, 0)$ 、点 $C(4, m)$.

(1) 求 y_1 的表达式和 m 的值;

(2) 当 $y_1 > y_2$ 时, 直接出自变量 x 的取值范围.

24. (5分) 某服装超市购进单价为 30 元的童装若干件, 物价部门规定其销售单价不低于每件 30 元, 不高于每件 60 元. 销售一段时间后发现: 当销售单价为 60 元时, 平均每月销售量为 80 件, 而当销售单价每降低 10 元时, 平均每月能多售出 20 件. 同时, 在销售过程中, 每月还要支付其他费用 450 元. 设销售单价为 x 元, 平均月销售量为 y 件.

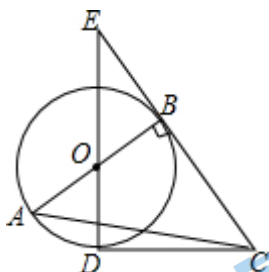
(1) 求出 y 与 x 的函数关系式.

(2) 当销售单价为多少元时, 销售这种童装每月获得利润最大? 最大利润是多少?

25. (6分) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 以 AB 为直径作 $\odot O$, 点 D 为 $\odot O$ 上一点, 且 $CD=CB$, 连接 DO 并延长交 CB 的延长线于点 E .

(1) 判断直线 CD 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 若 $BE=4$, $DE=8$, 求 AC 的长.



26. (6分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=ax^2 - (a+1)x$.

(1) 若抛物线过点 $(2, 0)$, 求抛物线的对称轴;

(2) 若 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 为抛物线上两个不同的点.

① 当 $x_1+x_2 = -4$ 时, $y_1=y_2$, 求 a 的值;

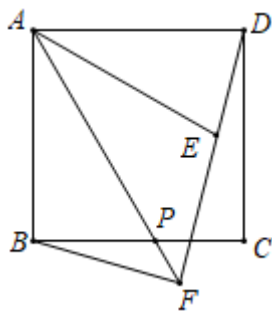
② 若对于 $x_1 > x_2 \geq -2$, 都有 $y_1 < y_2$, 求 a 的取值范围.

27. (7分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, P 是边 BC 上的一动点 (不与点 B, C 重合), 点 B 关于直线 AP 的对称点为 E , 连接 AE . 连接 DE 并延长交射线 AP 于点 F , 连接 BF .

(1) 若 $\angle BAP = \alpha$, 直接写出 $\angle ADF$ 的大小 (用含 α 的式子表示);

(2) 求证: $BF \perp DF$;

(3) 连接 CF , 用等式表示线段 AF, BF, CF 之间的数量关系, 并证明.



28. (7分) 对于平面直角坐标系 xOy 中第一象限内的点 $P(x, y)$ 和图形 W , 给出如下定义:

过点 P 作 x 轴和 y 轴的垂线, 垂足分别为 M, N , 若图形 W 中的任意一点 $Q(a, b)$ 满足 $a \leq x$ 且 $b \leq y$, 则称四边形 $PMON$ 是图形 W 的一个覆盖, 点 P 为这个覆盖的一个特征点. 例: 已知 $A(1, 2)$, $B(3, 1)$, 则点 $P(5, 4)$ 为线段 AB 的一个覆盖的特征点.

(1) 已知点 $C(2, 3)$,

① 在 $P_1(1, 3)$, $P_2(3, 3)$, $P_3(4, 4)$ 中, 是 $\triangle ABC$ 的覆盖特征点的为_____;

② 若在一次函数 $y=mx+5$ ($m \neq 0$) 的图象上存在 $\triangle ABC$ 的覆盖的特征点, 求 m 的取值范围.

(2) 以点 $D(2, 4)$ 为圆心, 半径为 1 作圆, 在抛物线 $y=ax^2 - 5ax+4$ ($a \neq 0$) 上存在 $\odot D$ 的覆盖的特

征点，直接写出 a 的取值范围_____.



参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 【答案】A

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解。

【解答】解：A. 该图形是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项符合题意；

B. 该图形不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项不合题意；

C. 该图形既是轴对称图形，又是中心对称图形，故此选项不合题意；

D. 该图形既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故此选项不合题意；

故选：A.

2. 【答案】A

【分析】先把常数项移到方程右边，再在方程两边加上一次项系数一半的平方即可。

【解答】解： $x^2 - 2x - 5 = 0$,

移项得 $x^2 - 2x = 5$,

方程两边同加上 1 得， $x^2 - 2x + 1 = 6$,

配方得 $(x - 1)^2 = 6$,

故选：A.

3. 【答案】B

【分析】直接由圆周角定理求解即可。

【解答】解： $\because \angle A = 54^\circ$,

$\therefore \angle BOC = 2\angle A = 108^\circ$,

故选：B.

4. 【答案】D

【分析】首先根据二次函数 $y = ax^2 + bx - 1$ ($a \neq 0$) 的图象经过点 $(1, 1)$ ，得到 $a + b - 1 = 1$ ，进而求解即可。

【解答】解： \because 二次函数 $y = ax^2 + bx - 1$ ($a \neq 0$) 的图象经过点 $(1, 1)$ ，

把点 $(1, 1)$ 代入二次函数的解析式，得： $a + b - 1 = 1$ ，

$\therefore a + b = 2$ ，

故选：D.

5. 【答案】C

【分析】由表格中的数据可求出抛物线的解析式，则一元二次方程 $ax^2 + bx + c = -5$ 中各项的系数已知，再解方程即可。

【解答】解：由题意可知点 $(-2, 3)$ ， $(0, 3)$ ， $(1, 0)$ 在二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象上，

$$\text{则} \begin{cases} 3 = 4a - 2b + c \\ c = 3 \\ 0 = a + b + c \end{cases},$$

解得：
$$\begin{cases} a=-1 \\ b=-2, \\ c=3 \end{cases}$$

所以一元二次方程 $ax^2+bx+c = -5$ 可化为： $-x^2 - 2x+3 = -5$,

解得： $x_1=2, x_2=-4$,

故选：C.

6. 【答案】A

【分析】根据确定圆的条件、圆心角、弧、弦的关系定理、垂径定理、圆内接四边形的性质进行判断即可得到正确结论.

【解答】解：A、圆内接四边形对角互补，故本选项符合题意；

B、在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，故本选项不符合题意；

C、平分弦（不是直径）的直径垂直于弦，故本选项不符合题意；

D、不共线的三点确定一个圆，故本选项不符合题意；

故选：A.

7. 【答案】D

【分析】根据变换前后的两抛物线的顶点坐标找变换规律.

【解答】解： $y = (x+5)(x-3) = (x+1)^2 - 16$ ，顶点坐标是 $(-1, -16)$.

$y = (x+3)(x-5) = (x-1)^2 - 16$ ，顶点坐标是 $(1, -16)$.

所以将抛物线 $y = (x+5)(x-3)$ 向右平移 2 个单位长度得到抛物线 $y = (x+3)(x-5)$,

故选：D.

8. 【答案】D

【分析】分别根据过 A、B 两点的函数是一次函数、反比例函数、二次函数时，相应的函数的性质进行判断即可.

【解答】解：①过 A $(2, 1)$ ，B $(-1, -2)$ 两点的直线的关系式为 $y=kx+b$ ，则，

$$\begin{cases} 2k+b=1 \\ -k+b=-2 \end{cases}$$

解得，
$$\begin{cases} k=1 \\ b=-1 \end{cases}$$

所以直线的关系式为 $y=x-1$,

直线 $y=x-1$ 与直线 $y=4x$ 不平行，

因此①不正确；

②过 A $(2, 1)$ ，B $(-1, -2)$ 两点的反比例函数的关系式为 $y=\frac{k}{x}$,

则， $k=1 \times 2 = 2 > 0$ ，因此双曲线的两个分支位于一、三象限，

故②正确；

③若过 A $(2, 1)$ ，B $(-1, -2)$ 两点的抛物线的关系式为 $y=ax^2+bx+c$,

则 $4a+2b+c=1$, $a-b+c=-2$,

所以 $a+b=1$,

当抛物线开口向下时, 有 $a<0$, 则 $b>0$,

对称轴 $x=-\frac{b}{2a}>0$,

由图象可知, 当对称轴 $0<x=-\frac{b}{2a}<2$ 时, 抛物线与 y 轴的交点在正半轴,

当 $\frac{b}{2a}>2$ 时, 抛物线与 y 轴的交点在负半轴,

因此③不正确;

④当抛物线开口向上时, 有 $a>0$, 而 $a+b=1$, 即 $b=-a+1$,

所以对称轴 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-a+1}{2a}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2a}<\frac{1}{2}$,

因此函数图象对称轴在直线 $x=\frac{1}{2}$ 左侧, 故④正确,

综上所述, 正确的有②④,

故选: D .

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 【答案】见试题解答内容

【分析】直接利用二次函数的定义分析得出答案.

【解答】解: $\because y=(m-2)x^{|m|+2}$ 是 y 关于 x 的二次函数,

$\therefore |m|=2$, 且 $m-2 \neq 0$,

解得: $m=-2$.

故答案为: -2 .

10. 【答案】见试题解答内容

【分析】根据根与系数的关系得出 $x_1x_2=\frac{c}{a}=-2$, 即可得出另一根的值.

【解答】解: $\because x=1$ 是方程 $x^2+bx-2=0$ 的一个根,

$\therefore x_1x_2=\frac{c}{a}=-2$,

$\therefore 1 \times x_2=-2$,

则方程的另一个根是: $x=-2$,

故答案为 $x=-2$.

11. 【答案】 $\frac{1}{4}$.

【分析】令 $x^2-3x+m+2=0$, 求 $\Delta=0$ 时 m 的值.

【解答】解: 令 $x^2-3x+m+2=0$,

$\therefore \Delta=(-3)^2-4(m+2)=1-4m$,

当抛物线与 x 轴只有 1 个交点时, $1 - 4m = 0$,

$$\text{解得 } m = \frac{1}{4},$$

故答案为: $\frac{1}{4}$.

12. 【答案】55.

【分析】根据切线的性质得 $PA = PB$, $OA \perp PA$, 则 $\angle OAP = 90^\circ$, 可得 $\angle BAP = 55^\circ$, 从而得到 $\angle ABP$ 的度数.

【解答】解: $\because PA, PB$ 是 $\odot O$ 的两条切线,

$$\therefore PA = PB, OA \perp PA,$$

$$\therefore \angle OAB = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle BAP = 90^\circ - \angle OAB = 55^\circ,$$

$$\therefore PA = PB,$$

$$\therefore \angle ABP = \angle BAP = 55^\circ.$$

故答案为: 55.

13. 【答案】50.

【分析】证明 $\angle ABD = \angle ADB = \angle ADE = 65^\circ$, 可得结论.

【解答】解: 设 AC 交 DE 于点 O .

$$\therefore DE \perp AC,$$

$$\therefore \angle AOD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = 25^\circ,$$

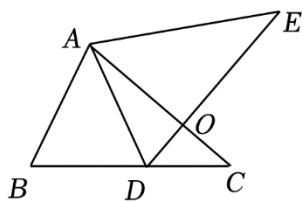
$$\therefore \angle ADE = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ,$$

$$\therefore AB = AD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB = \angle ADE = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 180^\circ - 65^\circ - 65^\circ = 50^\circ.$$

故答案为: 50.



14. 【答案】4.

【分析】如图, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 5$, $AC = 12$, $\odot O$ 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的内切圆, 分别与三边切于 D, E, F , 连接 OD, OE , 如图, 设 $\odot O$ 的半径为 r , 根据切线的性质得到 $OD \perp BC$, $OE \perp AC$, 再证明矩形 $ODCE$ 为正方形得到 $CD = CE = OD = r$, 所以 $BF = BF = 5 - r$, $AE = AF = 12 - r$, 所以 $5 - r + 12 - r = 13$, 解方程求出 r , 从而得到 $\odot O$ 的直径.

【解答】解: 如图, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 5$, $AC = 12$, $\odot O$ 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的内切圆, 分别与三边切于 $D, E,$

F,

连接 OD 、 OE ，如图，设 $\odot O$ 的半径为 r ，

$\because AC$ 、 BC 与 $\odot O$ 相切，

$\therefore OD \perp BC$ ， $OE \perp AC$ ，

\therefore 四边形 $ODCE$ 为矩形，

而 $CD=CE$ ，

\therefore 矩形 $ODCE$ 为正方形，

$\therefore CD=CE=OD=r$ ，

$\therefore BD=5-r$ ， $AE=12-r$ ，

$\because BD=BF$ ， $AF=AE$ ，

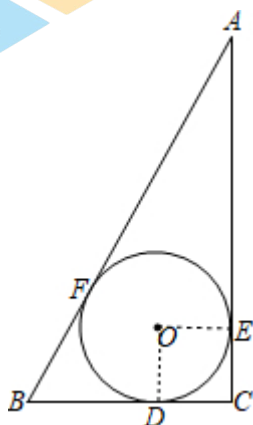
$\therefore BF=5-r$ ， $AF=12-r$ ，

$\therefore AB = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ ，

$\therefore 5-r+12-r=13$ ，解得 $r=2$ ，

$\therefore \odot O$ 的直径为 4.

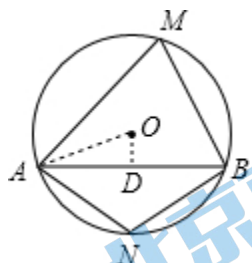
故答案为 4.



15. 【答案】 45° 或 135° .

【分析】首先根据题意画出图形，作 $OD \perp AB$ ，通过垂径定理，即可推出 $\angle AOD$ 的度数，求得 $\angle AOB$ 的度数，然后根据圆周角定理，即可推出 $\angle AMB$ 和 $\angle ANB$ 的度数 5

【解答】解：连接 OA ，做 $OD \perp AB$ ，



$\because OA=2$ ， $AB=2\sqrt{2}$

$\therefore AD=BD=\sqrt{2}$

$$\therefore AD: OA = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \angle AOD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AMB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ANB = 135^\circ.$$

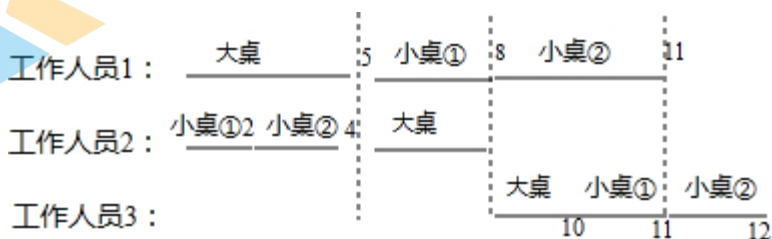
\therefore 弦 AB 所对的圆周角度数为 45° 或 135° .

故答案为 45° 或 135° .

16. 【答案】12.

【分析】设工作人员 1 负责①回收餐具与剩菜、清洁桌面，工作人员 2 负责②清洁椅面与地面，工作人员 3 负责③摆放新餐具，当工作人员 1 清理大桌子的同时，工作人员 2 清理 2 张小桌子，5 分钟后，当工作人员 1 清理 2 张小桌子的同时，工作人员 2 开始清理 1 张大桌子，第 8 分钟，工作人员 3 开始在大桌上摆放新餐具，进而即可求解。

【解答】解：设工作人员 1 负责①回收餐具与剩菜、清洁桌面，工作人员 2 负责②清洁椅面与地面，工作人员 3 负责③摆放新餐具，具体流程如图：



将三张桌子收拾完毕最短需要 12 分钟，

故答案为：12.

三、解答题（共 68 分，第 17 题 8 分，第 18 题 4 分，第 19-24 题 5 分，第 25-26 题 6 分，第 27-28 题 7 分）

17. 【答案】(1) $x_1 = 2 + \sqrt{3}$, $x_2 = 2 - \sqrt{3}$;

(2) $x_1 = 2$, $x_2 = 3$.

【分析】(1) 利用解一元二次方程 - 公式法进行计算，即可解答；

(2) 利用解一元二次方程 - 因式分解法进行计算，即可解答.

【解答】解：(1) $x^2 - 4x + 1 = 0$,

$$\therefore \Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 16 - 4 = 12 > 0,$$

$$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 2 \pm \sqrt{3},$$

$$\therefore x_1 = 2 + \sqrt{3}, x_2 = 2 - \sqrt{3};$$

(2) $x^2 - 5x + 6 = 0$,

$$(x - 2)(x - 3) = 0,$$

$$x - 2 = 0 \text{ 或 } x - 3 = 0,$$

$$x_1 = 2, x_2 = 3.$$

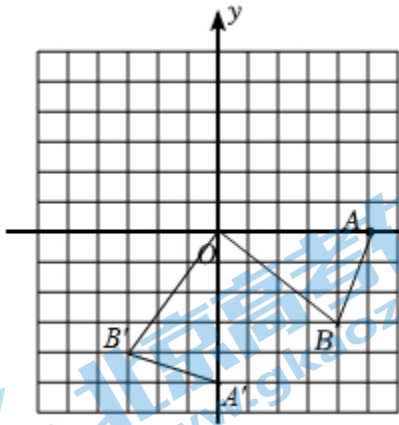
18. 【答案】(1) 图形见解答; (0, -5);

(2) $\frac{5\pi}{2}$.

【分析】(1) 将点 A 、 B 分别绕点 O 顺时针旋转 90° 得到其对应点, 再与点 O 首尾顺次连接即可;

(2) 根据弧长公式求解即可.

【解答】解: (1) 如图所示, $\triangle OA'B'$ 即为所求.



点 A' 的坐标为 (0, -5);

(2) 由图知, $\angle AOA' = 90^\circ$, $OB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$,

$$\therefore \text{点 } B \text{ 在旋转过程中所走过的路径长 } BB' = \frac{90\pi \times 5}{180} = \frac{5\pi}{2}.$$

19. 【答案】(1) $m \geq \frac{1}{2}$; (2) 1.

【分析】(1) 利用根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, 即可求出答案;

(2) 先将 $x_1x_2 + x_1 + x_2 = m^2 + 6$ 转化成 $-2m + 5 + 4 = m^2 + 6$, 再运用根与系数的关系即可求出答案.

【解答】解: (1) $\because x^2 - 4x - 2m + 5 = 0$ 有两个实数根,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac \geq 0,$$

$$\therefore (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-2m + 5) > 0,$$

$$\therefore m \geq \frac{1}{2};$$

(2) $\because x_1, x_2$ 是该方程的两个根,

$$\therefore x_1 + x_2 = 4, \quad x_1x_2 = -2m + 5,$$

$$\therefore x_1x_2 + x_1 + x_2 = m^2 + 6,$$

$$\therefore -2m + 5 + 4 = m^2 + 6,$$

$$\therefore m = -3 \text{ 或 } 1.$$

$$\therefore m \geq \frac{1}{2};$$

$$\therefore m = 1.$$

20. 【答案】(1) $y = x^2 + 6x + 8$;

(2) 顶点 C 坐标为 $(-3, -1)$.

【分析】(1) 将点 B, C 的坐标代入解析式得出关于 a, b 的方程组, 解之可得;

(2) 将抛物线解析式配方成顶点式得出点 C 的坐标, 再根据两点间的距离公式求出 $OB^2=10, OC^2=10, BC^2=20$, 从而依据勾股定理逆定理求解可得.

【解答】解: (1) \because 抛物线 $y=x^2+ax+b$ 经过点 $A(-2, 0), B(-1, 3)$,

$$\therefore \begin{cases} 4-2a+b=0 \\ 1-a+b=3 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} a=6 \\ b=8 \end{cases}$

$$\therefore y=x^2+6x+8.$$

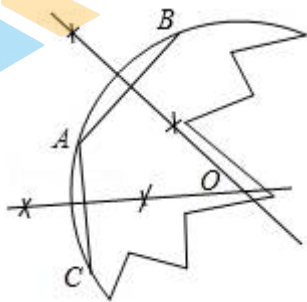
$$(2) \because y=x^2+6x+8=(x+3)^2-1,$$

$$\therefore \text{顶点 } C \text{ 坐标为 } (-3, -1),$$

21. 【答案】见试题解答内容

【分析】作弦 AB, AC , 再作出线段 AB, AC 的垂直平分线相交于点 O , 则 O 点即为所求.

【解答】解: 如图, 点 O 即为所求.



22. 【答案】见试题解答内容

【分析】根据圆周角定理得出 $\angle COE$ 的度数, 在 $Rt\triangle ACE$ 中, 由三角函数的定义得出 CE , 再由垂径定理得出 CD 即可.

【解答】解: $\because AB=8$,

$$\therefore OC=OA=4,$$

$$\because \angle A=22.5^\circ,$$

$$\therefore \angle COE=2\angle A=45^\circ,$$

\because 直径 AB 垂直弦 CD 于 E ,

$$\therefore CE=OC \cdot \sin 45^\circ = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore CD=4\sqrt{2}.$$

23. 【答案】(1) $y=x^2-2x-3, m=5$. (2) $x < -1$ 或 $x > 4$.

【分析】(1) 将 $A(-1, 0)$ 代入二次函数解析式解得 b 值, 得到解析式后将 $C(4, m)$ 代入解析式求出 m 即可;

(2) 根据二次函数与直线交点坐标以及函数增减性, 可直接写出 $y_1 > y_2$ 时自变量 x 的取值范围.

【解答】解：(1) ∵点 $A(-1, 0)$ 在二次函数 $y_1 = x^2 + bx - 3$ 的图象上，

$$\therefore 1 - b - 3 = 0, b = -2,$$

$$\therefore \text{二次函数解析式为: } y = x^2 - 2x - 3,$$

∵ $C(4, m)$ 在 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图象上，

$$\therefore m = 16 - 8 - 3 = 5, \text{ 即 } m = 5.$$

(2) 当 $y_1 > y_2$ 时，直接写出自变量 x 的取值范围为： $x < -1$ 或 $x > 4$.

24. 【答案】(1) $y = -2x + 200$ ($30 \leq x \leq 60$)

(2) 当销售单价为 60 元时，销售这种童装每月获得的利润最大，最大为 1950 元.

【分析】(1) 进而设销售单价为 x 元，平均月销售量为 y 件，根据题意先求得 x 的取值范围，根据题意列出 y 与 x 的函数关系式；

(2) 设销售这种童装每月获得的利润为 W ，根据利润 = (售价 - 进价) × 数量 - 其他费用，得到 W 关于 x 的二次函数，进而求得答案，注意 x 的取值范围.

【解答】解：(1) ∵ 单价为 30 元的童装若干件，物价部门规定其销售单价不低于每件 30 元，不高于每件 60 元，

设销售单价为 x 元，

$$\therefore 30 \leq x \leq 60,$$

$$\therefore \text{平均月销售量为 } y \text{ 件，则 } y = \frac{60-x}{10} \times 20 + 80 = -2x + 200,$$

$$\therefore y = -2x + 200 \quad (30 \leq x \leq 60);$$

(2) 设销售这种童装每月获得的利润为 W ，

$$\text{根据题意得 } W = (x - 30)y - 450 = (x - 30)(-2x + 200) - 450 = -2x^2 + 260x - 6450 = -2(x - 65)^2 + 2000,$$

$$\therefore 30 \leq x \leq 60, \quad -2 < 0,$$

∴ W 随 x 增大而增大，

$$\therefore \text{当 } x = 60 \text{ 时，} W \text{ 最大，最大为 } -2 \times (60 - 65)^2 + 2000 = 1950 \text{ (元)},$$

答：当销售单价为 60 元时，销售这种童装每月获得的利润最大，最大为 1950 元.

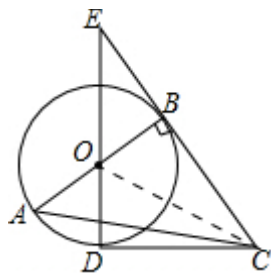
25. 【答案】见试题解答内容

【分析】(1) 欲证明 CD 是切线，只要证明 $OD \perp CD$ ，利用全等三角形的性质即可证明；

(2) 设 $\odot O$ 的半径为 r ，在 $\text{Rt}\triangle OBE$ 中，根据 $OE^2 = EB^2 + OB^2$ ，可得 $(8 - r)^2 = r^2 + 4^2$ ，推出 $r = 3$ ，由

$$\tan \angle E = \frac{OB}{EB} = \frac{CD}{DE}, \text{ 推出 } \frac{3}{4} = \frac{CD}{8}, \text{ 可得 } CD = BC = 6, \text{ 再利用勾股定理即可解决问题；}$$

【解答】(1) 证明：连接 OC .



$$\because CB=CD, CO=CO, OB=OD,$$

$$\therefore \triangle OCB \cong \triangle OCD,$$

$$\therefore \angle ODC = \angle OBC = 90^\circ,$$

$$\therefore OD \perp DC,$$

$\therefore DC$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 解: 设 $\odot O$ 的半径为 r .

在 $\text{Rt}\triangle OBE$ 中, $\therefore OE^2 = EB^2 + OB^2$,

$$\therefore (8-r)^2 = r^2 + 4^2,$$

$$\therefore r=3,$$

$$\because \tan \angle E = \frac{OB}{EB} = \frac{CD}{DE},$$

$$\therefore \frac{3}{4} = \frac{CD}{8},$$

$$\therefore CD = BC = 6,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$.

26. 【答案】(1) $x=1$. (2) ① $-\frac{1}{5}$; ② $-\frac{1}{5} \leq a < 0$.

【分析】(1) 把点 $(2, 0)$ 代入抛物线 $y = ax^2 - (a+1)x$, 求出解析式, 再利用对称轴公式计算即可;

(2) 当 $x_1 + x_2 = -4$ 时, $y_1 = y_2$, 说明 $M(x_1, y_1)$ 与 $N(x_2, y_2)$ 对称, 根据对称轴公式计算 a 即可;

(3) 利用二次函数的性质, 即可求得.

【解答】解: (1) \because 函数图象过点 $(2, 0)$,

$$\therefore 0 = 4a - 2(a+1),$$

$$\therefore a = 1,$$

$$\therefore y = x^2 - 2x,$$

$$\text{对称轴 } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1,$$

\therefore 二次函数的对称轴为直线 $x=1$.

(2) ① $\because x_1 + x_2 = -4$ 时, $y_1 = y_2$,

二次函数的对称轴为直线 $x = -2$,

$$\therefore \frac{-(a+1)}{2a} = -2,$$

$$\therefore a = -\frac{1}{5}.$$

②由题意可知，对于任意的 $x \geq -2$ ， y 随 x 的增大而减小，从而：
$$\begin{cases} a < 0 \\ \frac{-(a+1)}{2a} < -2 \end{cases}$$

解得：
$$-\frac{1}{5} \leq a < 0.$$

27. 【答案】见试题解答内容

【分析】(1) 由轴对称的性质得出 $\angle EAP = \angle BAP = \alpha$ ， $AE = AB$ ，由正方形的性质得出 $\angle BAD = 90^\circ$ ， $AB = AD$ ，得出 $\angle DAE = 90^\circ - 2\alpha$ ， $AD = AE$ ，由等腰三角形的性质即可得出答案；

(2) 由轴对称的性质得出 $\angle AEF = \angle ABF$ ， $AE = AB$ ，得出 $AE = AD$ ，由等腰三角形的性质得出 $\angle ADE = \angle AED$ ，证出 $\angle BFD + \angle BAD = 180^\circ$ ，得出 $\angle BFD = 90^\circ$ 即可；

(3) 过点 B 作 $BM \perp BF$ 交 AF 于点 M ，证明 $\triangle BMF$ 是等腰直角三角形，得出 $BM = BF$ ， $FM = \sqrt{2}BF$ ，证明 $\triangle AMB \cong \triangle CFB$ (SAS)，得出 $AM = CF$ ，即可得出结论。

【解答】(1) 解：由轴对称的性质得： $\angle EAP = \angle BAP = \alpha$ ， $AE = AB$ ，

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle BAD = 90^\circ$ ， $AB = AD$ ，

$\therefore \angle DAE = 90^\circ - 2\alpha$ ， $AD = AE$ ，

$\therefore \angle ADF = \angle AED = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle DAE) = \frac{1}{2}(90^\circ + 2\alpha) = 45^\circ + \alpha$ ；

(2) 证明： \because 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle BAD = 90^\circ$ ， $AB = AD$ ，

\because 点 E 与点 B 关于直线 AP 对称，

$\therefore \angle AEF = \angle ABF$ ， $AE = AB$ 。

$\therefore AE = AD$ 。

$\therefore \angle ADE = \angle AED$ 。

$\because \angle AED + \angle AEF = 180^\circ$ ，

\therefore 在四边形 $ABFD$ 中， $\angle ADE + \angle ABF = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle BFD + \angle BAD = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle BFD = 90^\circ$

$\therefore BF \perp DF$ ；

(3) 解：线段 AF ， BF ， CF 之间的数量关系为 $AF = \sqrt{2}BF + CF$ ，理由如下：

过点 B 作 $BM \perp BF$ 交 AF 于点 M ，如图所示：

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AB = CB$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ABM = \angle CBF$ ，

\because 点 E 与点 B 关于直线 AP 对称， $\angle BFD = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle MFB = \angle MFE = 45^\circ$,

$\therefore \triangle BMF$ 是等腰直角三角形,

$\therefore BM = BF, FM = \sqrt{2}BF$,

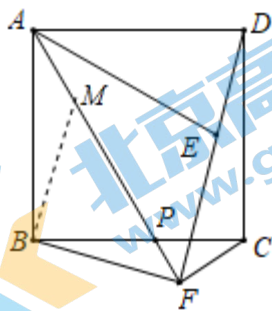
在 $\triangle AMB$ 和 $\triangle CFB$ 中,
$$\begin{cases} AB = CB \\ \angle ABM = \angle CBF \\ BM = BF \end{cases}$$

$\therefore \triangle AMB \cong \triangle CFB$ (SAS),

$\therefore AM = CF$,

$\therefore AF = FM + AM$,

$\therefore AF = \sqrt{2}BF + CF$.



28. 【答案】(1) ① P_2, P_3 .

② $m \geq -\frac{2}{3}$ 且 $m \neq 0$.

(2) $a > 0$ 或 $a \leq -\frac{1}{6}$.

【分析】(1) ①画出图形, 根据点 P 为这个覆盖的一个特征点的定义判断即可.

②分两种情形: $m > 0, m < 0$ 分别求解即可.

(2) 观察图象可知, 当 $a > 0$ 时, 抛物线上存在 $\odot D$ 的覆盖的特征点, 当 $a < 0$ 时, 抛物线经过 $(0, 4)$, 对称轴 $x = \frac{5}{2}$, 当抛物线经过 $(2, 5)$ 或 $(3, 5)$ 时, 抛物线满足条件, 求出 a 的值, 可得结论.

【解答】解: (1) ①如图 1 中,

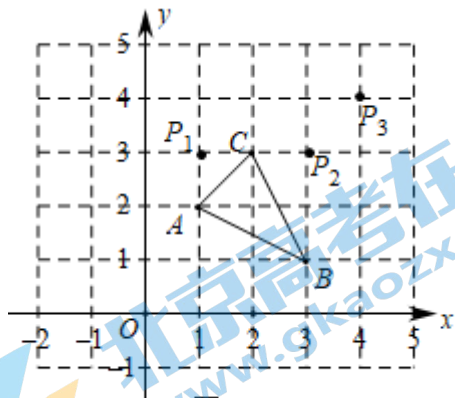


图1

观察图象可知, P_2, P_3 是 $\triangle ABC$ 的覆盖特征点.

故答案为: P_2, P_3 .

②当 $m > 0$ 时, 结合函数图象可知符合题意.

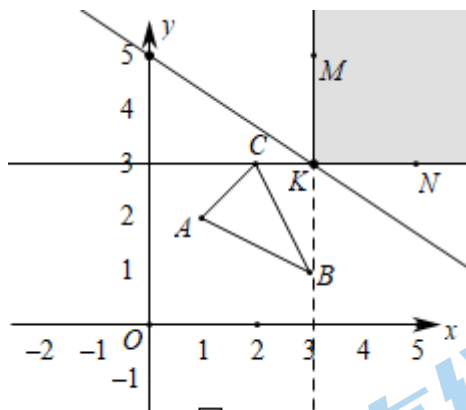


图2

当 $m < 0$ 时, 由题意得: 当 $x \geq 3$ 且 $y \geq 3$ 时, 点 $P(x, y)$ 为 $\triangle ABC$ 的覆盖的特征点 (图中的阴影部分).

又 \because 点 P 在一次函数 $y = mx + 5$ ($m \neq 0$) 的图象上,

\therefore 当直线 $y = mx + 5$ ($m \neq 0$) 过点 $K(3, 3)$ 时, 解得: $m = -\frac{2}{3}$,

\therefore 结合函数图象可知 $-\frac{2}{3} \leq m < 0$,

综上所述: $m \geq -\frac{2}{3}$ 且 $m \neq 0$.

(2) 如图 3 中,

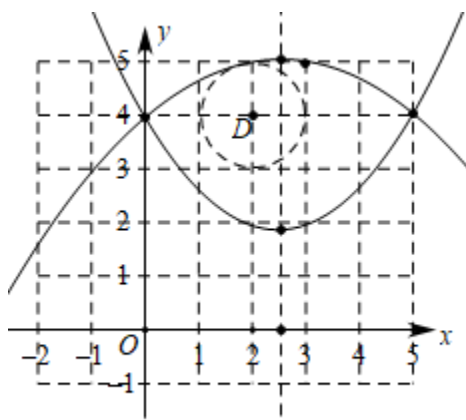


图3

观察图象可知, 当 $a > 0$ 时, 抛物线上存在 $\odot D$ 的覆盖的特征点,

当 $a < 0$ 时, 抛物线经过 $(0, 4)$, 对称轴 $x = \frac{5}{2}$, 当抛物线经过 $(2, 5)$ 或 $(3, 5)$ 时, 抛物线满足条件,

$$\therefore 5 = 4a - 10a + 4,$$

$$\text{解得 } a = -\frac{1}{6},$$

观察图象可知, 当 $a \leq -\frac{1}{6}$ 时, 抛物线上存在 $\odot D$ 的覆盖的特征点,

综上所述，满足条件的 a 的取值范围为： $a > 0$ 或 $a \leq -\frac{1}{6}$.

故答案为： $a > 0$ 或 $a \leq -\frac{1}{6}$.



北京初三高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023年10-11月北京各区各年级期中试题 & 答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

