2024 届高三数学试题(文科)

考生注意:

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:小题按照必修 1,必修 4,必修 5,选修 1—1 第一、三章出题,大题按照高考范围出题。

第Ⅰ卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 若集合 $A=\{x|x<2\}$,$B=\{x|1<x<7\}$,则 $A\cup B=$

A. $\{x|x<7\}$　　B. $\{x|1<x<2\}$　　C. $\{x|x<2\}$　　D. $\{x|2<x<7\}$

2. 已知向量 $\overrightarrow{AB}=(m+3,2m+1)$,$\overrightarrow{CD}=(m+3,-5)$,且 $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{CD}$,则 $m=$

A. ±1　　B. 1　　C. ±2　　D. 2

3. 曲线 $y=x^5-a(x+1)$ 在 $x=1$ 处的切线的斜率大于 1,则 a 的取值范围是

A. $(-\infty,4)$　　B. $(-\infty,3)$　　C. $(3,+\infty)$　　D. $(4,+\infty)$

4. 若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}y+1\geqslant0,\\x+y\leqslant0,\\x+3\geqslant0,\end{cases}$ 则 $z=x-y$ 的最小值为

A. -6　　B. -4　　C. -2　　D. 2

5. 若 $\tan(\alpha-\beta)=2$,$\tan\beta=4$,则 $\dfrac{7\sin\alpha-\cos\alpha}{7\sin\alpha+\cos\alpha}=$

A. $-\dfrac{7}{5}$　　B. $\dfrac{7}{5}$　　C. $-\dfrac{5}{7}$　　D. $\dfrac{5}{7}$

6. 已知甲的年龄大于乙的年龄,则“丙的年龄大于乙的年龄”是“乙和丙的年龄之和大于甲的年龄的两倍”的

A. 充要条件　　B. 必要不充分条件
C. 充分不必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

7. 已知 $f(x-5)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,且当 $x\geqslant m$ 时,$f(x)$ 单调递增,要确保 $f(x)$ 的零点唯一,则 m 的值可以为

A. -4　　B. 0　　C. -5　　D. 5

8. 定义矩阵运算 $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}ax+by\\cx+dy\end{pmatrix}$,则 $\begin{vmatrix}\lg 2^{\frac{1}{4}}&\lg 25\\\lg 5&\lg 256\end{vmatrix}\begin{vmatrix}8^{\frac{2}{3}}\\2^{-1}\end{vmatrix}=$

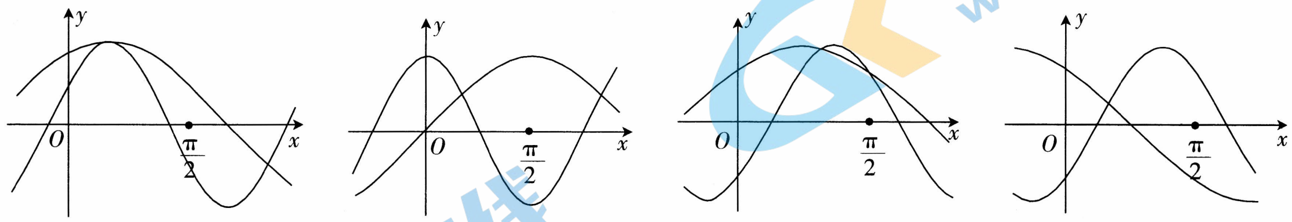
A. $\begin{pmatrix}\lg 20\\4\end{pmatrix}$　　B. $\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix}\lg 20\\2\lg 50\end{pmatrix}$　　D. $\begin{pmatrix}1\\2\lg 50\end{pmatrix}$

9. 在四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{DC}$，$|\overrightarrow{AD}|=3$，对角线 AC，BD 相交于点 O，若 $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AD}=10$，则 $\overrightarrow{DC}\cdot\overrightarrow{AD}=$

A. 12　　　B. 10　　　C. 6　　　D. 5

10. 在同一直角坐标系 xOy 中，函数 $f(x)=2\sin(2x+\varphi)$ 与 $g(x)=2\cos(x-\varphi)$ 的部分图象不可能为



A　　　B　　　C　　　D

11. 某公司计划在 10 年内每年某产品的销售额(单位：万元)等于上一年的 1.2 倍再减去 2. 已知第一年(2022 年)该公司该产品的销售额为 100 万元，则按照计划该公司从 2022 年到 2031 年该产品的销售总额约为(参考数据：$1.2^{10}\approx6.19$)

A. 2135.5 万元　　　B. 2235.5 万元

C. 2335.5 万元　　　D. 2435.5 万元

12. 已知 $a+\log_2a=4$，$b+\log_3b=c+\log_4c=3$，则

A. $a>c>b$　　　B. $a>b>c$

C. $b>c>a$　　　D. $c>a>b$

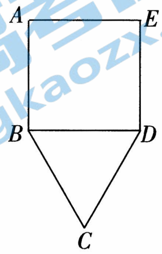
第Ⅱ卷

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 命题"若 $a+b=2$，则 a,b 不都小于 1"的逆否命题为___▲___.

14. 在正项等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_3=2$，则公差 d 的取值范围是___▲___.

15. 将曲线 $y=\cos 4x$ 各点的横坐标变为原来的 2 倍，再将所得曲线向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到曲线 $y=f(x)$. 写出曲线 $y=f(x)$ 的一条对称轴的方程：$x=$___▲___.



16. 如图，已知平面五边形 $ABCDE$ 的周长为 12，若四边形 $ABDE$ 为正方形，且 $BC=CD$，则当 $\triangle BCD$ 的面积取得最大值时，$AB=$___▲___.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17. (12 分)

某工厂的工人生产内径为 28.50 mm 的一种零件，为了了解零件的生产质量，在某次抽检中，从该厂的 1000 个零件中抽出 60 个，测得其内径尺寸(单位：mm)如下：

28.51×13	28.52×6	28.50×4	28.48×11
$28.49\times p$	28.54×1	28.53×7	$28.47\times q$

这里用 $x\times n$ 表示有 n 个尺寸为 x mm 的零件，p,q 均为正整数. 若从这 60 个零件中随机抽取 1 个，则这个零件的内径尺寸小于 28.49 mm 的概率为 $\frac{4}{15}$.

(1)求 p,q 的值.

(2)已知这 60 个零件内径尺寸的平均数为 $\bar{x}$ mm，标准差为 s mm，且 $s=0.02$，在某次抽检中，若抽取的零件中至少有 80% 的零件内径尺寸在 $[\bar{x}-s,\bar{x}+s]$ 内，则称本次抽检的零件合格. 试问这次抽检的零件是否合格？说明你的理由.

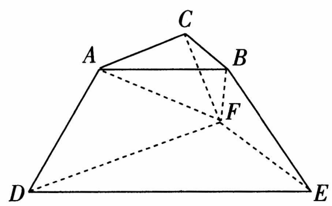
18.(12 分)

如图，几何体 $ABC-DEF$ 为三棱台.

(1)证明：$DE//$平面 ABF.

(2)已知平面 $ACFD\perp$平面 DEF，$AC\perp BC$，$AC=AD=CF=6$，$BC=3$，$DF=12$，求三棱台 $ABC-DEF$ 的体积.

参考公式：台体的体积 $V=\frac{1}{3}h(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2)$，其中 S_1，S_2 分别为台体的上底面面积、下底面面积，h 为台体的高.



19.(12 分)

a,b,c 分别为$\triangle ABC$ 内角 A,B,C 的对边，已知 $a\sin(A-B)=(c-b)\sin A$.

(1)求 A；

(2)若 D 在线段 BC 上，$\angle ADC=\frac{\pi}{3}$，$AD=3$，且$\triangle ABC$ 的面积 $S=3\sqrt{3}$，求$\triangle ABC$ 的周长.

20.(12 分)

已知函数 $f(x)=(2x-n)e^x$，其中 n 为正整数.

(1)求 $f(x)$的单调区间；

(2)设 $f(x)$的极值点为 a_n，求数列$\{(-1)^n a_n\}$的前 n 项和 S_n；

(3)证明：$f(x)<xe^{2x}$.

21.(12 分)

以坐标原点为对称中心,坐标轴为对称轴的椭圆过点 $C(0,-1)$,$D(-\frac{8}{5},-\frac{3}{5})$.

(1)求椭圆的方程.

(2)设 P 是椭圆上一点(异于 C,D),直线 PC,PD 与 x 轴分别交于 M,N 两点.证明在 x 轴上存在两点 A,B,使得$\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{NA}$是定值,并求此定值.

(二)选考题:共 10 分.请考生从第 22,23 两题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一个题目计分.

22.[选修 4—4:坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中,直线 l_1 的方程为 $y+4=0$,直线 l_2 的方程为 $x+4=0$.以坐标原点 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,圆 M 的极坐标方程为 $\rho^2-2\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta=11$,点 C 的极坐标为$(4\sqrt{2},\frac{5\pi}{4})$.

(1)求点 C 的直角坐标与圆 M 的直角坐标方程(化为标准方程);

(2)若 P 为曲线 M 上任意一点,过点 P 作直线 l_1 的垂线,垂足为 A,过点 P 作直线 l_2 的垂线,垂足为 B,求矩形 $PACB$ 周长的最大值.

23.[选修 4—5:不等式选讲](10 分)

已知 $a+2b+3c=4$.

(1)若 a,b,c 均为正数,证明:$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}\geqslant 9$.

(2)若 a,b,c 均为实数,求$|\frac{1}{2}a+b|+|c|$的最小值.