

数 学

本试卷共 6 页,22 小题,满分 150 分。考试用时 120 分钟。

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡指定位置上,将条形码横贴在答题卡右上角“贴条形码区”。
2. 作答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔在答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑;如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案。答案不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答,答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上;如需改动,先划掉原来的答案,然后再写上新答案;不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保持答题卡的清洁。考试结束后,将试卷和答题卡一并交回。

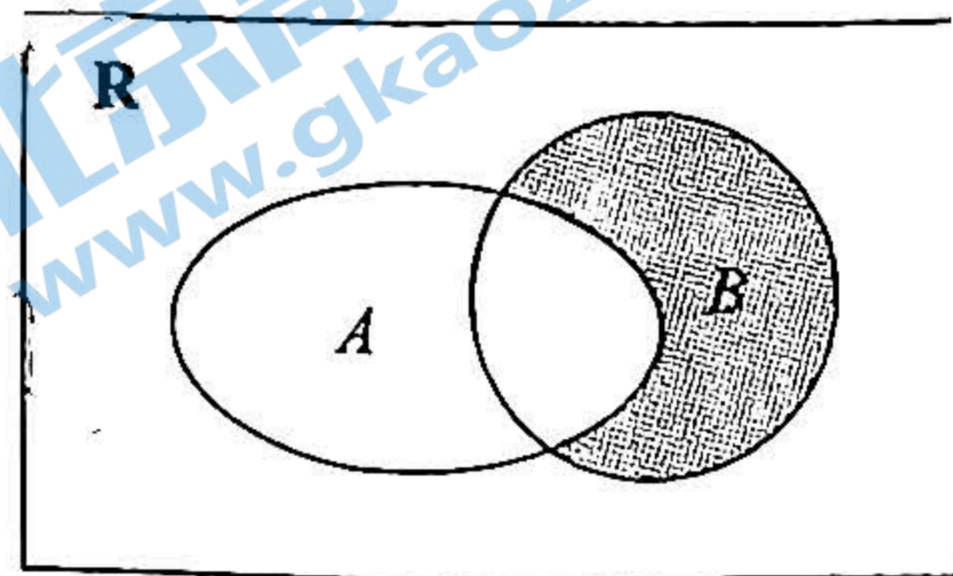
一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 i 为虚数单位,若 $\frac{1+i}{1-bi}=i$,则实数 $b=$

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

2. 已知 \mathbf{R} 为实数集,集合 $A=\left\{x\left|\frac{2}{x-1}<1\right.\right\}$, $B=\left\{x\left|\frac{1}{2}<2^x<4\right.\right\}$,则图中阴影部分表示的集合为

- A. $\{x|-1<x\leq 3\}$
 B. $\{x|2<x\leq 3\}$
 C. $\{x|1\leq x<2\}$
 D. $\{x|-1<x<2\}$



3. 小明在设置银行卡的数字密码时,计划将自己出生日期的后 6 个数字 0,5,0,9,1,9 进行某种排列得到密码.如果排列时要求两个 9 相邻,两个 0 也相邻,则小明可以设置多少个不同的密码

- A. 16 B. 24 C. 166 D. 180

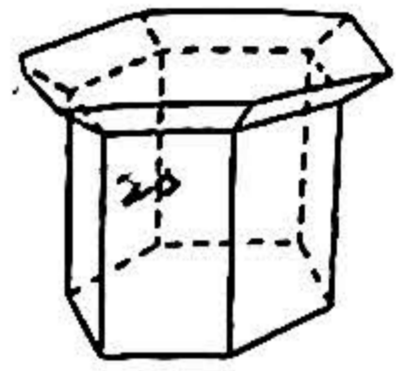
4. 在平行四边形 $ABCD$ 中, E 为边 BC 的中点,记 $\overrightarrow{AC}=a$, $\overrightarrow{DB}=b$,则 $\overrightarrow{AE}=$

- A. $\frac{1}{2}a - \frac{1}{4}b$ B. $\frac{2}{3}a + \frac{1}{3}b$
 C. $a + \frac{1}{2}b$ D. $\frac{3}{4}a + \frac{1}{4}b$

准考证号

姓名

5. 元宵节是春节之后的第一个重要节日,元宵节又称灯节,很多地区家家户户都挂花灯.下图是小明为自家设计的一个花灯,该花灯由上面的正六棱台与下面的正六棱柱组成,若正六棱台的上、下两个底面的边长分别为 40 cm 和 20 cm,正六棱台与正六棱柱的高分别为 10 cm 和 60 cm,则该花灯的体积为



A. $46\ 000\sqrt{3}\text{ cm}^3$

B. $48\ 000\sqrt{3}\text{ cm}^3$

C. $50\ 000\sqrt{3}\text{ cm}^3$

D. $52\ 000\sqrt{3}\text{ cm}^3$

6. 已知 F 为抛物线 $C: x^2 = 8y$ 的焦点,过 F 的直线 l 与抛物线 C 交于 A, B 两点,与圆 $x^2 + (y-2)^2 = 4$ 交于 D, E 两点, A, D 在 y 轴的同侧,则 $|AD| \cdot |BE| =$

A. 1

B. 4

C. 8

D. 16

7. 已知 $a = \left(\frac{9}{11}\right)^{0.1}$, $b = \log_9 10$, $c = \lg 11$, 则

A. $b > c > a$

B. $c > b > a$

C. $b > a > c$

D. $c > a > b$

8. 已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 的定义域均为 \mathbf{R} , 且 $f(x-1)$ 为奇函数, $f'(2-x)$

$+ f'(x) = 2$, $f'(-1) = 2$, 则 $\sum_{i=1}^{25} f'(2i-1) =$

A. 13

B. 16

C. 25

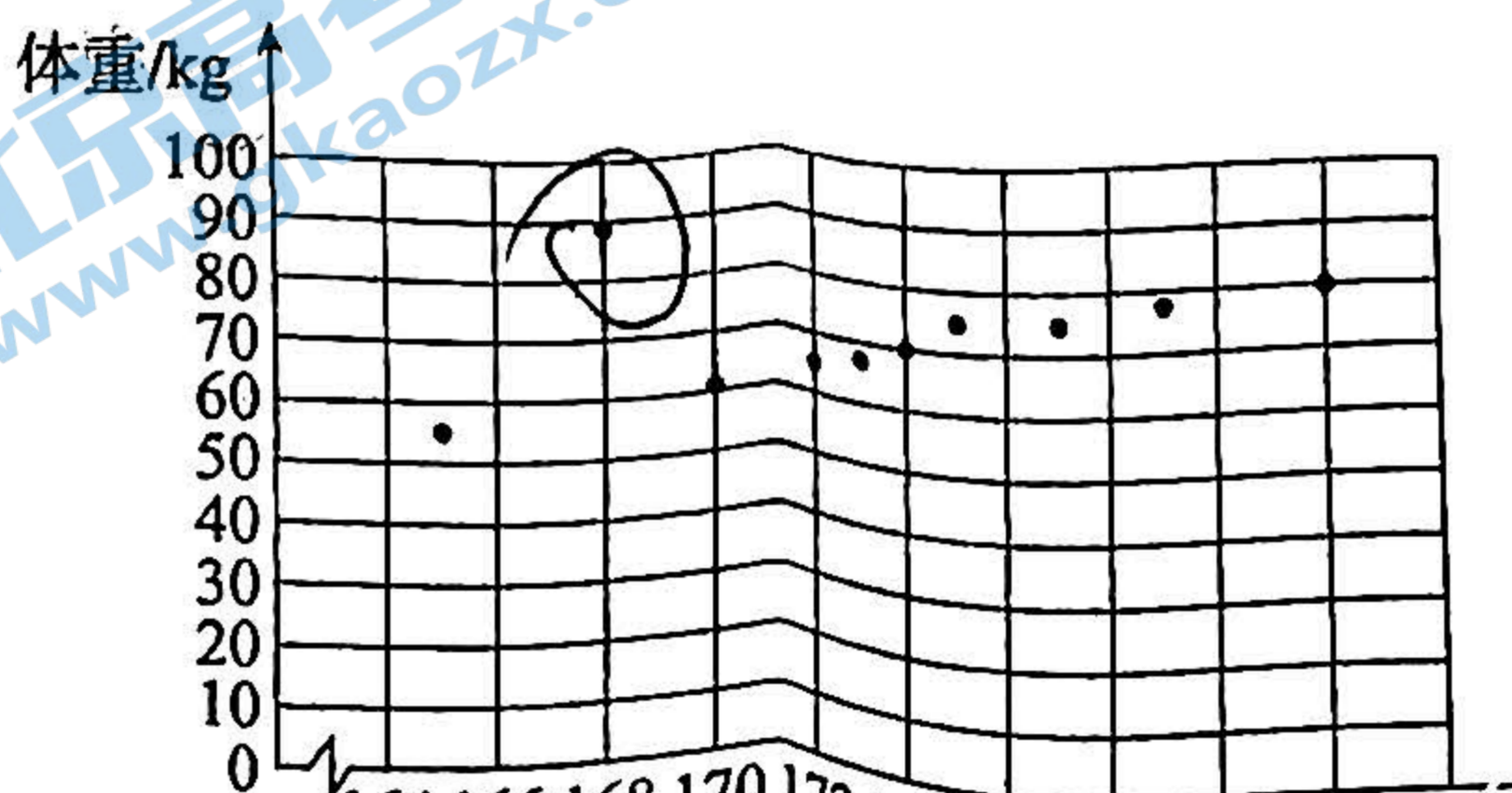
D. 51

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 某服装生产商为了解青少年的身高和体重的关系,在 15 岁的男生中随机抽测了 10 人的身高和体重,数据如下表所示:

编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
身高/cm	165	168	170	172	173	174	175	177	179	182
体重/kg	55	89	61	65	67	70	75	75	78	80

由表中数据制作成如下所示的散点图:



由最小二乘法计算得到经验回归直线 l_1 的方程为 $\hat{y} = \hat{b}_1 x + \hat{a}_1$, 相关系数为 r_1 , 决定系数为 R_1^2 ; 经过残差分析确定 $(168, 89)$ 为离群点(对应残差过大), 把它去掉后, 再用剩下的 9 组数据计算得到经验回归直线 l_2 的方程为 $\hat{y} = \hat{b}_2 x + \hat{a}_2$, 相关系数为 r_2 , 决定系数为 R_2^2 . 则以下结论中正确的有

A. $\hat{a}_1 > \hat{a}_2$

B. $\hat{b}_1 > \hat{b}_2$

C. $r_1 < r_2$

D. $R_1^2 > R_2^2$

在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 E, F 分别为棱 BC 与 D_1C_1 的中点, 则下列选项正确的有

A. $A_1B \parallel$ 平面 AEC_1

B. EF 与 BC_1 所成的角为 30°

C. $EF \perp$ 平面 B_1AC

D. 平面 AEC_1 截正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的截面面积为 $2\sqrt{6}$

1. 已知 $\omega > 0$, 函数 $f(x) = \cos\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$, 下列选项正确的有

A. 若 $f(x)$ 的最小正周期 $T=2$, 则 $\omega = \pi$

B. 当 $\omega=2$ 时, 函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后得到 $g(x) = \cos 2x$ 的图

C. 若 $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{2\pi}{3}, \pi\right)$ 上单调递增, 则 ω 的取值范围是 $\left[1, \frac{5}{3}\right]$

D. 若 $f(x)$ 在区间 $(0, \pi)$ 上只有一个零点, 则 ω 的取值范围是 $\left(\frac{1}{6}, \frac{7}{6}\right]$

12. 已知 F_1, F_2 分别为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 点 $A(x_1, y_1)$

双曲线 C 在第一象限的右支上一点, 以 A 为切点作双曲线 C 的切线交 x 轴于点 $B(x_2, 0)$, 则下列结论正确的有

A. $0 < x_2 < a$

B. $\angle F_1AB = \angle F_2AB$

C. $x_1 x_2 = ab$

D. 若 $\cos \angle F_1AF_2 = \frac{1}{3}$, 且 $\overrightarrow{F_1B} = 3 \overrightarrow{BF_2}$ 双曲线 C 的离心率 $e = 2$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_3 = 10, S_{15} = 0$ ，则 $S_{16} =$ _____

14. $\frac{\cos 70^\circ - \cos 20^\circ}{\cos 65^\circ} =$ _____

15. 若函数 $f(x) = e^x - ax^2 - a$ 存在两个极值点 x_1, x_2 ，且 $x_2 = 2x_1$ ，则 $a =$ _____.

16. 已知函数 $f(x) = 2x + 1$ ，记 $f^{(2)}(x) = f(f(x)) = 2(2x + 1) + 1 = 4x + 3$ 为函数 $f(x)$ 的 2 次迭代函数， $f^{(3)}(x) = f(f(f(x))) = 4(2x + 1) + 3 = 8x + 7$ 为函数 $f(x)$ 的 3 次迭代函数， \dots ，依次类推， $f^{(n)}(x) = \underbrace{f(f(\dots f(x)\dots))}_{n \text{ 个}}$ 为函数 $f(x)$ 的 n

次迭代函数，则 $f^{(n)}(x) =$ _____； $f^{(100)}(32)$ 除以 17 的余数是 _____。(第一空 2 分，第二空 3 分)

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知 $\frac{b}{a} = 2\cos\left(\frac{\pi}{3} - C\right)$.

(1) 求 A ；

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ， $b = 2$ ，求 a .

18. (本小题满分 12 分)

已知 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和， $S_n = 2a_n - 4n + 2$.

(1) 证明：数列 $\{a_n + 4\}$ 为等比数列；

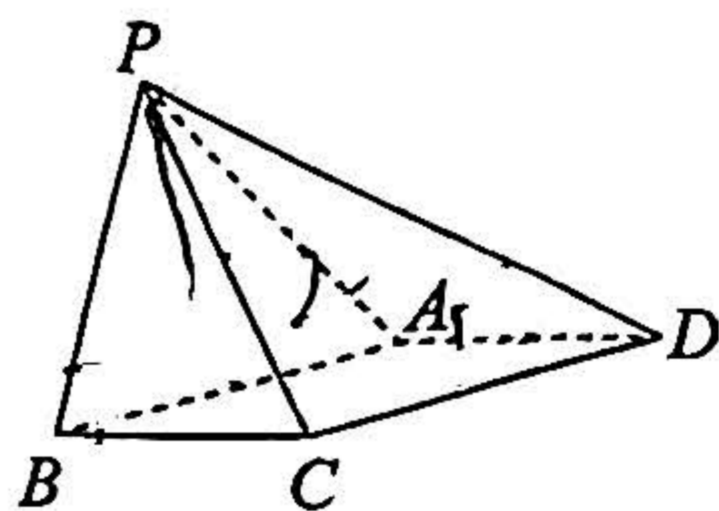
(2) 设数列 $\left\{\frac{2^n}{a_n \cdot a_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和为 T_n ，证明： $T_n < \frac{1}{6}$.

19. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $\triangle PAB$ 是边长为 2 的等边三角形, 底面 $ABCD$ 为平行四边形, 且 $AD = \sqrt{2}$, $PB \perp BC$, $\angle ADC = 45^\circ$.

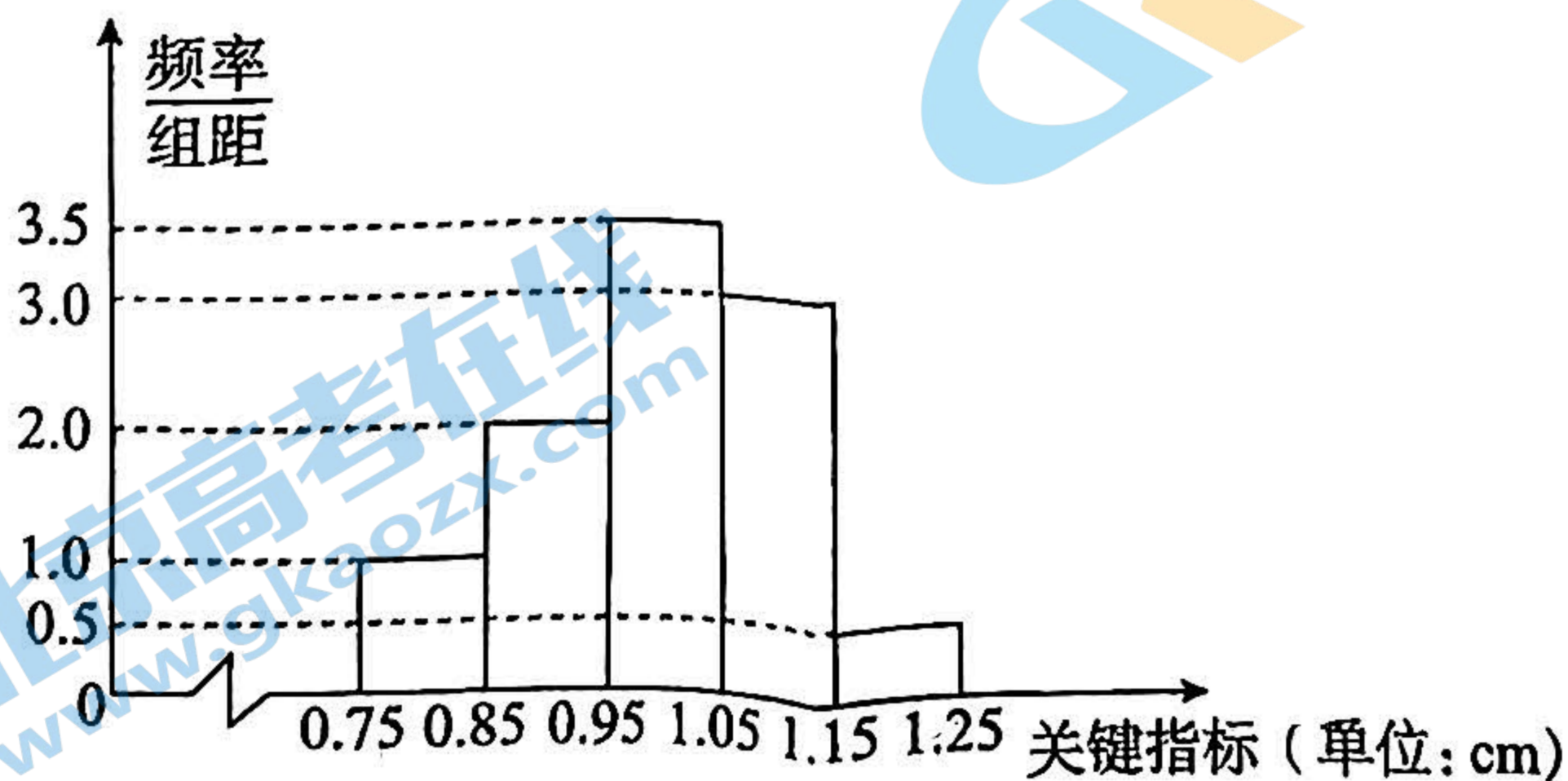
(1) 证明: 点 P 在平面 $ABCD$ 的正投影在直线 AD 上;

(2) 求平面 PBG 与平面 PDC 夹角的余弦值.



20. (本小题满分 12 分)

某工厂一台设备生产一种特定零件, 工厂为了解该设备的生产情况, 随机抽检了该设备在一个生产周期中的 100 件产品的关键指标 (单位: cm), 经统计得到下面的频率分布直方图:



(1) 由频率分布直方图估计抽检样本关键指标的平均数 \bar{x} 和方差 s^2 . (用每组的中点代表该组的均值)

(2) 已知这台设备正常状态下生产零件的关键指标服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 用直方图的平均数估计值 \bar{x} 作为 μ 的估计值, 用直方图的标准差估计值 s 作为 σ 的估计值.

i. 为了监控该设备的生产过程,每个生产周期中都要随机抽测 10 个零件的关键指标,如果关键指标出现了 $(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$ 之外的零件,就认为生产过程可能出现了异常,需停止生产并检查设备. 下面是某个生产周期中抽测的 10 个零件的关键指标:

0.8	1.2	0.95	1.01	1.23	1.12	1.33	0.97	1.21	0.83
-----	-----	------	------	------	------	------	------	------	------

利用 $\hat{\mu}$ 和 $\hat{\sigma}$ 判断该生产周期是否需停止生产并检查设备.

ii. 若设备状态正常,记 X 表示一个生产周期内抽取的 10 个零件关键指标在 $(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$ 之外的零件个数,求 $P(X \geq 1)$ 及 X 的数学期望.

参考公式:直方图的方差 $s^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 p_i$, 其中 x_i 为各区间的中点, p_i 为各组的频率.

参考数据:若随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu-3\sigma \leq X \leq \mu+3\sigma) \approx 0.9973$, $\sqrt{0.011} \approx 0.105$, $\sqrt{0.012} \approx 0.110$, $0.9973^9 \approx 0.9760$, $0.9973^{10} \approx 0.9733$.

21. (本小题满分 12 分)

已知 F_1, F_2 分别为椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点,椭圆 E 的离心率为 $\frac{1}{2}$,

过 F_2 且不与坐标轴垂直的直线 l 与椭圆 E 交于 A, B 两点, $\triangle F_1AB$ 的周长为 8.

(1) 求椭圆 E 的标准方程;

(2) 过 F_1 且与 l 垂直的直线 l' 与椭圆 E 交于 C, D 两点, 求四边形 $ACBD$ 面积的最小值.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^x + \cos x - 2$.

(1) 证明: 函数 $f(x)$ 只有一个零点;

(2) 在区间 $(0, +\infty)$ 上函数 $f(x) > ax - \sin x$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯