

数 学 (文) (北京卷)

本试卷共 5 页, 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上, 在试卷上作答无效。考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分 (选择题 共 40 分)

一、选择题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项。

(1) 已知集合 $A = \{x \mid |x| < 2\}$, $B = \{-2, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$

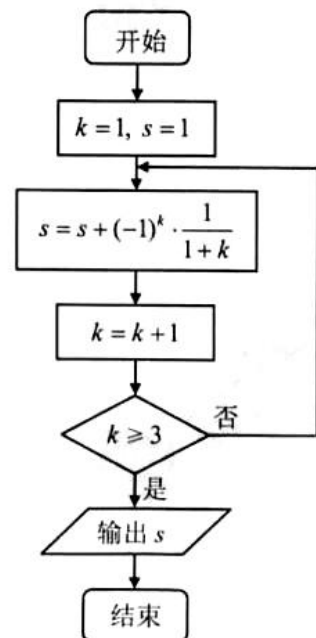
- (A) $\{0, 1\}$ (B) $\{-1, 0, 1\}$
(C) $\{-2, 0, 1, 2\}$ (D) $\{-1, 0, 1, 2\}$

(2) 在复平面内, 复数 $\frac{1}{1-i}$ 的共轭复数对应的点位于

- (A) 第一象限 (B) 第二象限
(C) 第三象限 (D) 第四象限

(3) 执行如图所示的程序框图, 输出的 s 值为

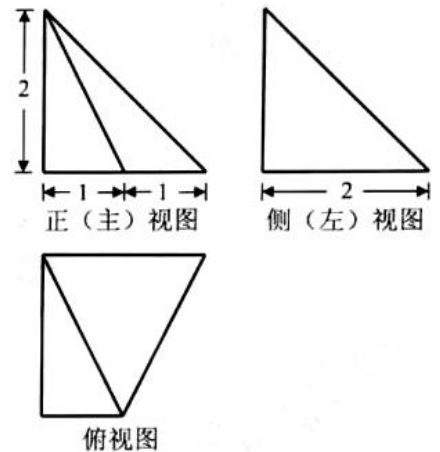
- (A) $\frac{1}{2}$
(B) $\frac{5}{6}$
(C) $\frac{7}{6}$
(D) $\frac{7}{12}$



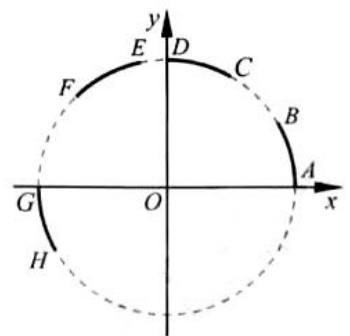
- (4) 设 a, b, c, d 是非零实数, 则 “ $ad=bc$ ” 是 “ a, b, c, d 成等比数列” 的
- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- (5) “十二平均律” 是通用的音律体系, 明代朱载堉最早用数学方法计算出半音比例, 为这个理论的发展做出了重要贡献. 十二平均律将一个纯八度音程分成十二份, 依次得到十三个单音, 从第二个单音起, 每一个单音的频率与它的前一个单音的频率的比都等于 $\sqrt[12]{2}$. 若第一个单音的频率为 f , 则第八个单音的频率为
- (A) $\sqrt[3]{2}f$ (B) $\sqrt[3]{2^2}f$
(C) $\sqrt[12]{2^5}f$ (D) $\sqrt[12]{2^7}f$

- (6) 某四棱锥的三视图如图所示, 在此四棱锥的侧面中, 直角三角形的个数为

- (A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4



- (7) 在平面直角坐标系中, \widehat{AB} , \widehat{CD} , \widehat{EF} , \widehat{GH} 是圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上的四段弧 (如图), 点 P 在其中一段上, 角 α 以 Ox 为始边, OP 为终边. 若 $\tan \alpha < \cos \alpha < \sin \alpha$, 则 P 所在的圆弧是
- (A) \widehat{AB}
(B) \widehat{CD}
(C) \widehat{EF}
(D) \widehat{GH}



- (8) 设集合 $A = \{ (x, y) \mid x - y \geq 1, ax + y > 4, x - ay \leq 2 \}$, 则
- (A) 对任意实数 a , $(2, 1) \in A$ (B) 对任意实数 a , $(2, 1) \notin A$
(C) 当且仅当 $a < 0$ 时, $(2, 1) \notin A$ (D) 当且仅当 $a \leq \frac{3}{2}$ 时, $(2, 1) \notin A$

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分。

(9) 设向量 $a = (1, 0)$, $b = (-1, m)$. 若 $a \perp (ma - b)$, 则 $m =$ _____.

(10) 已知直线 l 过点 $(1, 0)$ 且垂直于 x 轴. 若 l 被抛物线 $y^2 = 4ax$ 截得的线段长为 4, 则抛物线的焦点坐标为_____.

(11) 能说明“若 $a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ”为假命题的一组 a, b 的值依次为_____.

(12) 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1 (a > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$, 则 $a =$ _____.

(13) 若 x, y 满足 $x + 1 \leq y \leq 2x$, 则 $2y - x$ 的最小值是_____.

(14) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2 + c^2 - b^2)$, 且 $\angle C$ 为钝角, 则 $\angle B =$ _____; $\frac{c}{a}$ 的取值范围是_____.

三、解答题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

(15) (本小题 13 分)

设 $\{a_n\}$ 是等差数列，且 $a_1 = \ln 2$ ， $a_2 + a_3 = 5 \ln 2$ 。

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(II) 求 $e^{a_1} + e^{a_2} + \dots + e^{a_n}$ 。

(16) (本小题 13 分)

已知函数 $f(x) = \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x$ 。

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期；

(II) 若 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{3}, m]$ 上的最大值为 $\frac{3}{2}$ ，求 m 的最小值。

(17) (本小题 13 分)

电影公司随机收集了电影的有关数据，经分类整理得到下表：

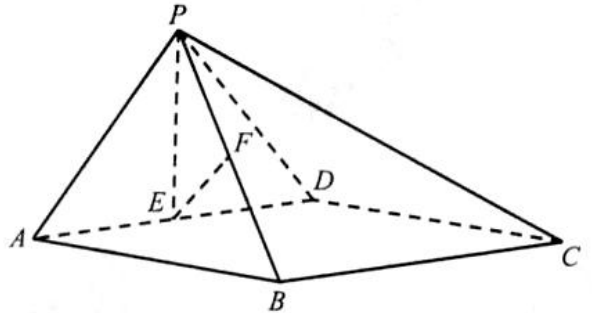
电影类型	第一类	第二类	第三类	第四类	第五类	第六类
电影部数	140	50	300	200	800	510
好评率	0.4	0.2	0.15	0.25	0.2	0.1

好评率是指：一类电影中获得好评的部数与该类电影的部数的比值。

- (I) 从电影公司收集的电影中随机选取 1 部，求这部电影是获得好评的第四类电影的概率；
- (II) 随机选取 1 部电影，估计这部电影没有获得好评的概率；
- (III) 电影公司为增加投资回报，拟改变投资策略，这将导致不同类型电影的好评率发生变化。假设表格中只有两类电影的好评率数据发生变化，那么哪类电影的好评率增加 0.1，哪类电影的好评率减少 0.1，使得获得好评的电影总部数与样本中的电影总部数的比值达到最大？（只需写出结论）

(18) (本小题 14 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, $PA \perp PD$, $PA = PD$, E, F 分别为 AD, PB 的中点.



- (I) 求证: $PE \perp BC$;
- (II) 求证: 平面 $PAB \perp$ 平面 PCD ;
- (III) 求证: $EF \parallel$ 平面 PCD .

(19) (本小题 13 分)

设函数 $f(x) = [ax^2 - (3a+1)x + 3a+2]e^x$.

- (I) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线斜率为 0, 求 a ;
- (II) 若 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处取得极小值, 求 a 的取值范围.

(20) (本小题 14 分)

已知椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 焦距为 $2\sqrt{2}$. 斜率为 k 的直线 l 与椭圆 M 有两个不同的交点 A, B .

- (I) 求椭圆 M 的方程;
- (II) 若 $k = 1$, 求 $|AB|$ 的最大值;
- (III) 设 $P(-2, 0)$, 直线 PA 与椭圆 M 的另一个交点为 C , 直线 PB 与椭圆 M 的另一个交点为 D . 若 C, D 和点 $Q(-\frac{7}{4}, \frac{1}{4})$ 共线, 求 k .

(考生务必将答案答在答题卡上, 在试卷上作答无效)

绝密★启封并使用完毕前

2018 年普通高等学校招生全国统一考试

数学（文）（北京卷）

本试卷共 5 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1	2	3	4	5	6	7	8
A	D	B	B	D	C	C	D

第二部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

(9) -1

(10) (1,0)

(11) $a=2, b=-1$

(12) 4

(13) 3

(14) $\frac{\pi}{3}; (2, +\infty)$

三、解答题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

(15) (I) $a_n = n \ln 2$ (II) $2^{n+1} - 2$

(16) 解：(I) $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{1}{2}$ $\therefore T = \frac{2\pi}{2} = \pi$

(II) \therefore 当 $k=0$ 时， m 有最小值 $\frac{\pi}{3}$

(17) 解：(I) 设“这部电影是获得好评的第四类电影”的事件为 A 。

电影公司收集的电影有 $140+50+300+200+800+510=2000$ (部)

第四类电影获得好评的有 $200 \times 0.25=50$ (部)

$\therefore P(A) = \frac{50}{2000} = \frac{1}{40}$

(II) 设“这部电影没有获得好评”为事件 B .

$$\begin{aligned} \text{获得好评的电影有 } & 140 \times 0.4 + 50 \times 0.2 + 300 \times 0.15 + 200 \times 0.25 + 800 \times 0.2 + 510 \times 0.1 \\ & = 56 + 10 + 45 + 50 + 160 + 51 \\ & = 372 \text{ (件)} \end{aligned}$$

没有获得好评有 $2000 - 372 = 1628$ (部)

$$\therefore P(B) = \frac{1628}{2000} = \frac{407}{500}$$

(III) 要使所求比值最大, 必须要保证好评率变化后好评的电影总数增加的最多,

\therefore 方案是第五类 800 部电影的好评率增加 0.1, 增加了 80 部, 增的最多。

第二类 50 部电影的好评率减少 0.1, 减少了 5 部, 减少的最少。

所以好评的电影总数增加 75 部, 这是题目要求。

(18) 证明 (I) $\because PA=PD, E$ 为线段 AD 的中点, $\therefore PE \perp AD$

又平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, 平面 $PAD \cap$ 平面 $ABCD = AD$

$PE \subset$ 平面 $PAD \therefore PE \perp$ 平面 $ABCD \because BC \subset$ 平面 $ABCD, \therefore PE \perp BC$

(II) 由 I 知, $PE \perp$ 平面 $ABCD, CD \perp$ 平面 $ABCD \therefore PE \perp CD$

又 \because 底面 $ABCD$ 是矩形, $\therefore CD \perp AD$

$\because PE \cap AD = E, PE, AD \subset$ 平面 $PAD \therefore CD \perp$ 平面 $PAD \therefore CD \perp PA$

又 $PA \perp PD, PD \cap CD = D, PD, CD \subset$ 平面 $PCD \therefore PA \perp$ 平面 PCD 又 $PA \subset$ 平面 $PAB \therefore$ 平面 $PAB \perp$ 平面 PCD

(III) 取 BC 中点 Q , 连接 EQ, FQ .

$\because F, Q$ 分别为 PB, BC 中点, $\therefore FQ \parallel PC$ 又 $ED \parallel CQ, ED = CQ, DE \perp CD$

\therefore 四边形 $EDCQ$ 为矩形 $\therefore EQ \parallel CD$ 又 $\because EQ, FQ \subset$ 平面 $EFQ, EQ \cap FQ = Q$

\therefore 平面 $EFQ \parallel$ 平面 PCD 因为 $EF \subset$ 平面 $EFQ \therefore EF \parallel$ 平面 PCD

(19) $a = \frac{1}{2}$

(II) $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极小值, 则 $a > 1$.

(20) (I) 椭圆方程为 $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$

(II) $|AB|$ 的最大值为 $\sqrt{6}$.

(III) $k=1$

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

北京高考资讯

关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980