

北京市东直门中学 2023 – 2024 学年度第一学期期中考试
高一数学

2023.11

命题人：杨星月

审题人：盛晓艳

考试时间：120 分钟 总分：150 分

班级_____

姓名_____

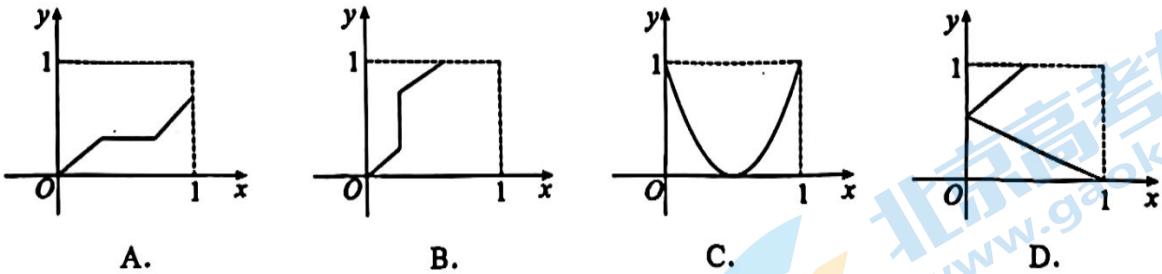
学号_____

第一部分（选择题）

一. 选择题：(本题有 12 道小题，每小题 4 分，共 48 分)

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x - 3 \leq 0\}$, 集合 $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 < x < 4\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{0, 1, 2, 3\}$ B. $\{1, 2, 3\}$ C. $\{x \mid -4 < x \leq 3\}$ D. $\{x \mid -4 < x < 4\}$

2. 若函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $\{x \mid 0 \leq x \leq 1\}$, 值域为 $\{y \mid 0 \leq y \leq 1\}$, 那么函数 $y = f(x)$ 的图象可能是



3. 设 $a, b \in \mathbb{R}$, 且 $a < b < 0$, 则
A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $\frac{b}{a} > \frac{a}{b}$ C. $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} > 2$ D. $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$

4. 下列函数中, 是偶函数且在 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是
A. $y = -\frac{1}{x}$ B. $y = \sqrt{x}$ C. $y = |x|$ D. $y = x^3 + 1$

5. 已知函数 $f(x)$ 是一次函数，且 $f(x-1) = 4x+3$ ，则 $f(x)$ 的解析式为
 A. $f(x) = 4x - 1$ B. $f(x) = 4x + 7$ C. $f(x) = 4x + 1$ D. $f(x) = 4x + 3$
6. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-1, 0]$ ，则 $f(2x)$ 的定义域是
 A. $[-\frac{1}{2}, 0]$ B. $[0, \frac{1}{2}]$ C. $[-2, 0]$ D. $[0, 2]$
7. 设 $f(x)$ 为定义在 \mathbb{R} 上的偶函数，且 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上为增函数，则 $f(-2)$, $f(-\pi)$, $f(3)$ 的大小顺序为
 A. $f(-\pi) < f(-2) < f(3)$ B. $f(-2) < f(3) < f(-\pi)$
 C. $f(-\pi) < f(3) < f(-2)$ D. $f(3) < f(-2) < f(-\pi)$
8. 已知奇函数 $f(x)$ 的定义域为 $\{x | x \neq 0\}$ ，且 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减。若 $f(2) = 0$ ，则 $f(x) > 0$ 的解集为
 A. $(-2, 2)$ B. $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$
 C. $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$ D. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
9. 设已知函数 $f(x)$ 如下表所示：
- | | | | | | |
|--------|----|----|---|----|----|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | -1 | -2 |
- 则不等式 $f(f(x)) \geq 0$ 的解集为
 A. $\{1, 2, 0\}$ B. $\{-1, -2, 0\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{-1, -2\}$
10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 - ax - 5, & x \leq 1 \\ \frac{a}{x}, & x > 1 \end{cases}$ 是 \mathbb{R} 上的增函数，则 a 的取值范围是
 A. $(-\infty, -2)$ B. $(-\infty, 0)$ C. $(-3, -2]$ D. $[-3, -2]$

11. 当 $x \in [0, 1]$ 时, 若函数 $f(x) = (mx - 1)^2$ 的图象与 $g(x) = |x + \frac{m}{2}|$ 的图象有且只有一个交点, 则正实数 m 的取值范围是

- A. $[2, +\infty)$ B. $(0, 2] \cup [\frac{5}{2}, +\infty)$
C. $[\frac{5}{2}, +\infty)$ D. $(0, 1] \cup [2, +\infty)$

12. 刘老师沿着某公园的环形跑道(周长大于 1 km)按逆时针

方向跑步, 他从起点出发, 并用软件记录了运动轨迹,
他每跑 1 km, 软件会在运动轨迹上标注出相应的里程数.

已知刘老师共跑了 11 km, 恰好回到起点, 前 5 km 的
记录数据如图所示, 则刘老师总共跑的圈数为

- A. 7 B. 8
C. 9 D. 10

2 km

5 km

3 km

1 km

4 km

起点

第二部分 (非选择题)

二. 填空题: (本题有 8 道小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

13. 若命题 p : $\exists x \in Q, x^2 < 3$, 则命题 p 的否定为_____.

14. 函数 $f(x) = \frac{1}{x^2-x-2} + \sqrt{x+1}$ 的定义域是_____

15. 已知幂函数 $f(x)$ 经过点 $(9, 3)$, 则 $f(4) = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 已知 $y = 2x + \frac{8}{x-3}$ ($x > 3$), 则当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, y 取最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. 已知函数 $f(x) = |2x - a|$ 在 $(-\infty, 3)$ 上单调递减, 则实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

18. 已知函数 $f(x) = ax^3 + x^2 + bx - 3$, 且 $f(10) = 6$, 则 $f(-10) = \underline{\hspace{2cm}}$.

19. 已知 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x, & x \geq 0 \\ x^2 + 2x, & x < 0 \end{cases}$, 若 $f(a) < f(-a)$, 则 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

20. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - 3, & x > a \\ -x, & x \leq a \end{cases}$

(I) 当 $a = 0$ 时, $f(x)$ 的值域为 $\underline{\hspace{2cm}}$;

(II) 若方程 $f(x) = 0$ 有两个不同的解, 则实数 a 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三. 解答题: (本题有 6 道小题, 共 70 分)

21. (本小题满分 10 分)

已知全集 $U = \mathbb{R}$, 集合 $A = \{x | 2 < x < 9\}$, $B = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$.

(I) 求 $A \cap B$, $B \cup (\complement_U A)$;

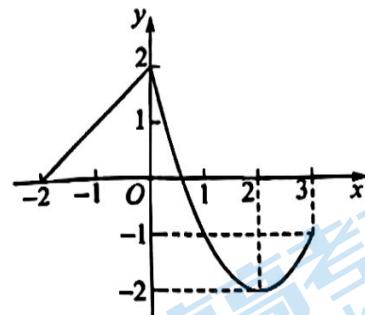
(II) 已知集合 $C = \{x | a \leq x \leq 2 - a\}$, 若 $C \cup (\complement_U B) = \mathbb{R}$, 求实数 a 的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)$ 的图象如图所示, 其中 y 轴的左侧为一条线段, 右侧为某抛物线的一段.

(I) 写出函数 $f(x)$ 的解析式、定义域和值域;

(II) 求 $f(3)$, $f[f(3)]$, $f\{f[f(3)]\}$ 的值.



23. (本小题满分 12 分)

已知二次函数 $f(x)$ 的最小值为 1，且 $f(0) = f(2) = 3$.

(I) 求 $f(x)$ 的解析式;

(II) 当 $x \in [-1, 1]$ 时， $f(x) > 2x + 2m + 1$ 恒成立，试确定实数 m 的取值范围.

24. (本小题满分 12 分)

某公司为改善营运环境，年初以 50 万元的价格购进一辆豪华客车. 已知该客车每年的营运总收入为 30 万元，使用 x 年 ($x \in \mathbb{N}^*$) 所需的各种费用总计为 $2x^2 + 6x$ 万元.

(I) 该车营运第几年开始赢利(总收入超过总支出，今年为第一年);

(II) 该车若干年后有两种处理方案：

① 当赢利总额达到最大值时，以 10 万元价格卖出；

② 当年平均赢利总额达到最大值时，以 12 万元的价格卖出.

问：哪一种方案较为合算？并说明理由.

25. (本小题满分 12 分)

函数 $f(x) = 2x^2 - 2ax + 3$, 其中 $a \in \mathbb{R}$.

(I) 当 $a=2$ 时, 求不等式 $f(x) > 6x - 9$ 的解集;

(II) 当 $x \in [-1, 3]$ 时, $f(x)$ 的最小值为 0, 求 a 的值.

26. (本小题满分 12 分)

已知 n 为正整数, 集合 $M_n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) | x_i \in \{0, 1\}, i=1, 2, \dots, n\}$,
对于 M_n 中任意两个元素 $\alpha = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ 和 $\beta = (b_1, b_2, \dots, b_n)$.

定义: $\alpha - \beta = (|a_1 - b_1|, |a_2 - b_2|, \dots, |a_n - b_n|)$;

$$d(\alpha, \beta) = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + \dots + |a_n - b_n|.$$

- (I) 当 $n=3$ 时, 设 $\alpha = (0, 1, 0)$, $\beta = (1, 0, 0)$, 写出 $\alpha - \beta$, 并计算 $d(\alpha, \beta)$;
- (II) 若集合 S 满足 $S \subseteq M_3$, 且对于 $\forall \alpha, \beta \in S$: $d(\alpha, \beta) = 2$, 求集合 S 中元素个数的最大值, 写出此时的集合 S , 并证明你的结论;
- (III) 若 $\alpha, \beta \in M_n$, 且 $d(\alpha, \beta) = 2$, 任取 $\gamma \in M_n$, 求 $d(\alpha - \gamma, \beta - \gamma)$ 的值.

北京高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了**【2023年10-11月北京各区各年级期中试题&答案汇总】**专题，及时更新最新试题及答案。

通过**【京考一点通】**公众号，对话框回复**【期中】**或者点击公众号底部栏目**<试题专区>**，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

