

# 房山区 2022-2023 学年度第一学期高中学业水平调研

## 高一数学

本调研卷共 4 页，共 150 分。时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在调研卷上作答无效。调研结束后，将答题卡交回，调研卷自行保存。

### 第一部分（选择题 共 50 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 已知集合  $A = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ , 则  $A \cap B =$

- (A) {1, 2} (B) {1, 2, 3}  
(C) {1} (D)  $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$

(2) 若命题  $p: \forall x \in \mathbb{R}, \sqrt{x^2} = x$ , 则  $\neg p$  为

- (A)  $\exists x \in \mathbb{R}, \sqrt{x^2} = x$  (B)  $\exists x \in \mathbb{R}, \sqrt{x^2} \neq x$   
(C)  $\forall x \in \mathbb{R}, \sqrt{x^2} \neq x$  (D)  $\forall x \in \mathbb{R}, \sqrt{x^2} = |x|$

(3) 设  $p$ : 三角形是等腰三角形,  $q$ : 三角形是等边三角形, 则  $p$  是  $q$  的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件  
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(4) 若  $a > b$ , 则下列不等式一定成立的是

- (A)  $a^2 > b^2$  (B)  $a-1 < b$  (C)  $a+1 > b$  (D)  $2a > b$

(5) 已知  $m = a + b^2 + 1$ ,  $n = a + 2b$ , 则  $m$  和  $n$  的大小关系为

- (A)  $m \geq n$  (B)  $m > n$  (C)  $m \leq n$  (D)  $m < n$

(6) 函数  $f(x) = 3x - 1 (x \in \mathbb{Z})$  的值域为  $M$ , 则

- (A)  $3 \in M$  (B)  $4 \in M$  (C)  $5 \in M$  (D)  $6 \in M$

(7) 函数  $f(x) = \frac{6}{x} - x^2$  的零点所在的区间为

- (A)  $(0, \frac{1}{2})$       (B)  $(\frac{1}{2}, 1)$       (C)  $(1, \frac{3}{2})$       (D)  $(\frac{3}{2}, 2)$

(8) 下列函数中在其定义域单调递增的是

- (A)  $f(x) = \frac{-1}{x}$       (B)  $f(x) = -5x + 2$

(C)  $f(x) = x^2 - 4x - 5 (x \in \mathbb{R}_+)$

(D)  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x, & x < 0 \\ x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$

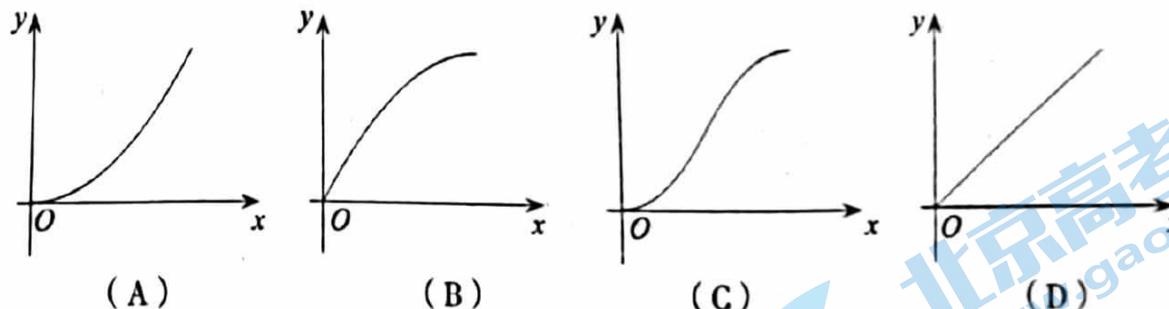
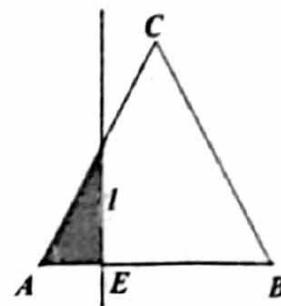
(9) 如图,  $\triangle ABC$  是边长为 2 的等边三角形,

点  $E$  由  $A$  沿线段  $AB$  向  $B$  移动, 过点  $E$

做  $AB$  的垂线  $l$ , 设  $AE = x$ , 记  $\triangle ABC$

位于直线  $l$  左侧的图形的面积为  $y$ ,

那么  $y$  与  $x$  的函数关系的图象大致是



(10) 已知  $U$  是非空数集, 若非空集合  $A, B$  满足以下三个条件, 则称  $(A, B)$  为集合  $U$  的一

种真分拆, 并规定  $(A, B)$  与  $(B, A)$  为集合  $U$  的同一种真分拆.

①  $A \cap B = \emptyset$ ;

②  $A \cup B = U$ ;

③  $A$  的元素个数不是  $A$  中的元素,  $B$  的元素个数不是  $B$  中的元素.

则集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  的真分拆的种数是

- (A) 4      (B) 8      (C) 10      (D) 15

## 第二部分 (非选择题 共 100 分)

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

(11) 函数  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$  的定义域为 \_\_\_\_.

(12) 不等式  $\frac{x-2}{x} > 0$  的解集为 \_\_\_\_.

(13) 函数  $f(x) = (4+x)(2-x)$  在  $[0, 3]$  上的最大值等于 \_\_\_\_.

(14) 偶函数  $f(x)$  在  $(-\infty, 0]$  上单调递减，且  $f(-1) = 2$ ，则  $f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$ ；满足  $f(x) < 2$  的  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_.

(15) 若  $a, b$  同时满足下列两个条件：

①  $a+b > ab$ ； ②  $\frac{1}{a+b} > \frac{1}{ab}$ .

请写出一组  $a, b$  的值 \_\_\_\_.

(16) 已知函数  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ ，给出下列四个结论：

①  $f(x)$  的定义域为  $\mathbb{R}$ ；

② 对任意实数  $x$ ，有  $f(x) + f(-x) = 0$ ；

③  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减；

④ 存在  $x_0 \in \mathbb{R}$ ，对任意  $x \in \mathbb{R}$  有  $f(x) \leq f(x_0)$ .

其中所有正确结论的序号是 \_\_\_\_.

三、解答题共 5 小题，共 70 分。 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

(17) (本小题 15 分)

已知全集为  $\mathbb{R}$ ，集合  $M = \{x | x > 2\}$ ， $N = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$ ， $S = \{x | x < a\}$ .

(I) 求  $M \cup N$ ；

(II) 求  $C_{\mathbb{R}} M$ ；

(III) 若  $N \subseteq S$ ，求  $a$  的取值范围.

(18)(本小题 14 分)

关于  $x$  的不等式  $x^2 - 2x + c < 0$  的解集为  $A$ .

(I) 当  $c = -3$  时, 求  $A$ ;

(II) 若  $A = \emptyset$ , 求  $c$  的取值范围.

(19)(本小题 14 分)

已知函数  $f(x) = \frac{2}{x^2} - 1$ .

(I) 求  $f(x)$  的零点;

(II) 判断  $f(x)$  的奇偶性, 并说明理由;

(III) 证明  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上是减函数.

(20)(本小题 13 分)

某养殖场要建造一个长方体形无盖养殖水池, 其容积为  $3200 \text{ m}^3$ , 深为  $2 \text{ m}$ . 已知池底每平方米的造价为 15 元, 池壁每平方米的造价为 12 元, 那么怎样设计水池能使总造价最低? 最低总造价是多少?

(21)(本小题 14 分)

已知函数  $f(x) = \begin{cases} -x - 1, & x \leq 0 \\ -x^2 + 2x, & x > 0. \end{cases}$

(I) 画出  $f(x)$  的图象, 直接写出方程  $f(x) = 1$  的解集;

(II) 若方程  $f(x) = t$  至少有两个不等的实根, 直接写出  $t$  的取值范围;

(III) 若  $f(x_1) = f(x_2)$ , 且  $x_1 \neq x_2$ , 求  $|x_1 - x_2|$  的最大值.

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的设计理念，不断探索 “K12 教育 + 互联网 + 大数据 ” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “ 衔接和桥梁纽带 ” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力。

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

Q 北京高考资讯