2023 届高三摸底测试卷
文科数学

本试卷共 4 页，23 小题，满分 150 分． 考试时间 120 分钟．

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填涂在答题卡上，并在相应位置贴好条形码．

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案信息涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案．

3．非选择题必须用黑色水笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来答案，然后再写上新答案，不准使用铅笔和涂改液．不按以上要求作答无效．

4．考生必须保证答题卡整洁．考试结束后，将试卷和答题卡一并交回．

一．选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合 $A=\{-2,-1,0,1,2\}$，$B=\{x\,|\,x^2+x-2<0\}$，则 $A\cap B=$

A．$\{-1,0,1\}$　　B．$\{-1,0\}$　　C．$\{-2,-1,1,2\}$　　D．$\{0,1,2\}$

2．复数 $\dfrac{1}{1+2\mathrm{i}}$ 的虚部是

A．$-\dfrac{2}{5}$　　B．$-\dfrac{1}{5}$　　C．$\dfrac{1}{5}$　　D．$\dfrac{2}{5}$

3．抛物线 $y^2=2x$ 的焦点到准线的距离为

A．4　　B．2　　C．1　　D．$\dfrac{1}{2}$

4．若变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\le 2\\ y-x\le 0\\ y\ge 0\end{cases}$，则 $z=x+2y$ 的最大值为

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

5．“$ab>0$”是“$\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}\ge 2$”的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

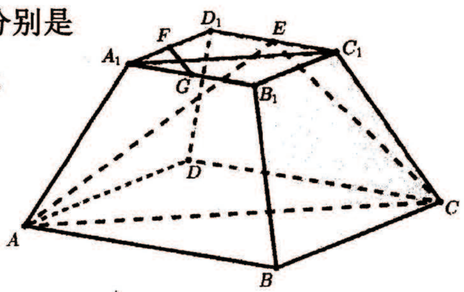
6．已知点 A,B,C 是球 O 的小圆 O' 上的三点，若 $AB=BC=CA=3\sqrt{3},OO'=4$，则球 O 的表面积为

A．64π　　B．100π　　C．144π　　D．200π

7．若直线 $x=2\sqrt{2}y-3\sqrt{2}$ 与圆 $x^2+y^2=4$ 相交于 A,B 两点，O 为坐标原点，则 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{AB}=$

A．$2\sqrt{2}$　　B．4　　C．$-2\sqrt{2}$　　D．-4

8．如图，正四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E,F,G 分别是棱 C_1D_1,D_1A_1,A_1B_1 的中点，则下列判断中，不正确的是



A．B,B_1,D_1,D 共面　　B．$F\in$ 平面 ACE

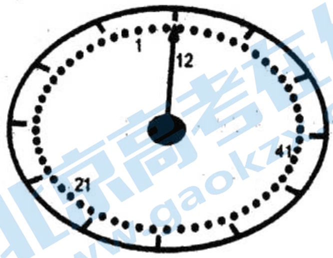
C．$FG\perp$ 平面 ACE　　D．A_1C_1 // 平面 ACE

9．冬残奥会闭幕式上，中国式浪漫再现，天干地支时辰钟表盘再现，由定音鼓构成的“表盘”形象上，60 名残健共融表演者用行为模拟“指针”每圈 60 个时间刻度的行进轨迹.若以图中 12 点与圆心连线为始边，某时刻指向第 1,21,41 名残健共融表演者的“指针”为终边的角分别记为α,β,γ，则$\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma$的值为

A．-1　　B．0

C．1　　D．$\cos\alpha$


现场图



示意图

10．设函数$f(x)$的定义域为R，且$f(x+2)$是奇函数，$f(x+1)$是偶函数，则一定有

A. $f(4)=0$　　B. $f(-1)=0$　　C. $f(3)=0$　　D. $f(5)=0$

11．若$2x-1=\sqrt{(x-2)^2+y^2}$，则$\sqrt{(x+2)^2+y^2}+\sqrt{(x-2)^2+y^2}$的最小值是

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

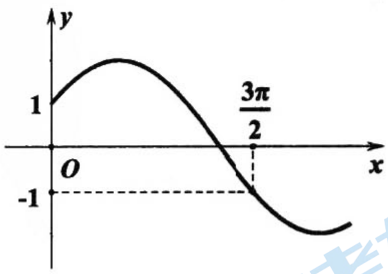
12．已知函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)$的部分图象如图，则下列判断正确的是

A．函数$f(x)$的周期为4π

B．对任意的$x\in\mathrm{R}$，都有$f(x)\le f(\frac{2\pi}{3})$

C．函数$f(x)$在区间$[0,5\pi]$上恰好有三个零点

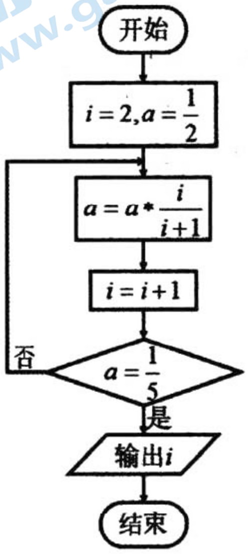
D．函数$f(x-\frac{\pi}{4})$是偶函数



二．填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．若函数$f(x)=(x+a)\sin x$在$x=\pi$时取得极值，则$a=$________．

14．执行如下程序框图，输出i的值为________．



15．某工厂10名工人某天生产同一类型零件，生产的件数分别是7,8,9,10,11,12,12,12,13,14，则这组数据的方差为________．

（参考数据：这组数据的平方和为1212）

16．已知$\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}$为正交基底，且$\overrightarrow{OB}=\lambda\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OD}=\mu\overrightarrow{OC},\lambda>\mu>1$，$P,Q$分别为$AC,BD$的中点，若$|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{CD}|=1$，则$|\overrightarrow{PQ}|$的最小值为______．

三．解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答；第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17．（12 分）已知公差大于 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，且 a_1,a_2,a_4 成等比数列．

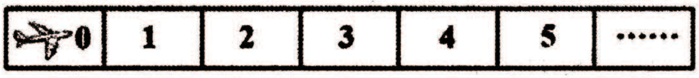
（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）令 $b_n=2^{a_{2n}}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和．

18．（12 分）如图是飞行棋部分棋盘图示，飞机的初始位置为 0 号格，抛掷一个质地均匀的骰子，若抛出的点数为 1,2，飞机在原地不动；若抛出的点数为 3,4，飞机向前移一格；若抛出的点数为 5,6，飞机向前移两格．记抛掷一次骰子后，飞机到达 1 号格为事件 A，记抛两次骰子后，飞机到达 2 号格为事件 B．

（1）求 $P(A)$；

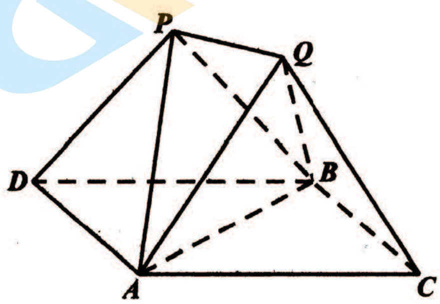
（2）求 $P(B)$．



19．（12 分）如图，桌面上摆放了两个相同的正四面体 $PABD$ 和 $QABC$．

（1）求证：$PQ\perp AB$；

（2）若 $AB=2$，求四面体 $APQB$ 的体积．



20.（12 分）已知函数 $f(x)=e^x+(1-a)x-\ln a\cdot\ln x$（$a>0$）.

（1）若 $a=e$，求函数 $f(x)$ 的极值；

（2）讨论函数 $f(x)$ 的单调性.

21.（12 分）已知 $A(2,0)$，$B(0,1)$ 是椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的两个顶点.

（1）求椭圆 E 的标准方程；

（2）过点 $P(2,1)$ 的直线 l 与椭圆 E 交于 C,D，与直线 AB 交于点 M，求 $\dfrac{|PM|}{|PC|}+\dfrac{|PM|}{|PD|}$ 的值.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（10 分）**选修 4-4：坐标系与参数方程**

已知曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=t\\ y=\sqrt{3}t\end{cases}$（$t$ 为参数），以 O 为极点，x 轴的非负半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=\dfrac{2}{1-\sin\theta}$.

（1）求曲线 C_1 的普通方程，曲线 C_2 的直角坐标方程；

（2）设曲线 C_1,C_2 的交点为 A,B，求 $|AB|$ 的值.

23.（10 分）**选修 4-5：不等式选讲**

已知函数 $f(x)=|2x-6|-|3x-6|$.

（1）求不等式 $f(x)>1$ 的解集；

（2）若不等式 $f(x)\le k|x|$ 恒成立，求实数 k 的取值范围.

2023 届高三摸底测试卷
文科数学参考答案及评分标准

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	A	C	D	C	B	D	C	B	A	D	C

二、填空题:本大题共 4 小题, 每小题 5 分，满分 20 分.

13．$-\pi$　　14．5　　15．4.56　　16．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

三．解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 题-21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22 题、23 题为选考题，考生根据要求作答.

17.【解析】(1) 设公差为 d，因为 a_1,a_2,a_4 成等比数列，则 $a_2^{\ 2}=a_1a_4$，　……… 2 分

即 $(1+d)^2=1\times(1+3d)$，$d^2-d=0$，解得 $d=1$，$d=0$（舍），　…………… 4 分

所以 $a_n=a_1+(n-1)d=1+n-1=n$；　………………………………………… 6 分

(2) $b_n=2^{a_{2n}}=2^{2n}=4^n$，$b_1=4$，$\{b_n\}$ 是以 4 为首项，4 为公比的等比数列…… 9 分

所以 $S_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=\dfrac{4\times(1-4^n)}{1-4}=\dfrac{4^{n+1}-4}{3}$.　……………………………… 12 分

18.【解析】(1) 抛掷一次骰子，出现的点数有 1，2，3，4，5，6 共 6 种等可能结果，

事件 A 包含 3，4 两种结果，　………………………………………………… 4 分

所以 $P(A)=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$；　………………………………………………………… 6 分

(2) 抛一次骰子，记点数为 1,2 是 D，点数为 3,4 是 E，点数为 5,6 是 F，

抛一次骰子，D,E,F 等可能发生，　………………………………………… 8 分

抛两次骰子所有可能结果有

$(D,D),(D,E),(D,F),(E,D),(E,E),(E,F),(F,D),(F,E),(F,F)$ 9 种可能情况，其中到达 2 号格有 $(E,E),(D,F),(F,D)$ 三种结果，　…………………… 10 分

所以 $P(B)=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$.　…………………………………………………… 12 分

19.【解析】(1) 方法一：因为 ΔABD 与 ΔABC 共面，

所以连接 CD 与 AB 相交于点 O，

因为 $PABD$ 和 $QABC$ 是相同的正四面体，

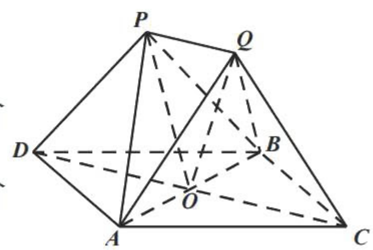
所以四边形 $ACBD$ 为菱形，则 O 为 AB 的中点，　………2 分

连接 PO,QO，因为 $PA=PB$，$QA=QB$，

所以 $PO\perp AB$，$QO\perp AB$，　…………………………4 分

又因为 $PO\cap QO=O$，所以 $AB\perp$ 平面 POQ，

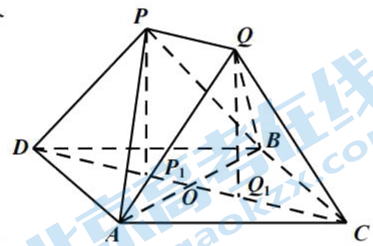
所以 $PQ\perp AB$；　…………………………………………6 分



方法二：因为 ΔABD 与 ΔABC 共面，所以连接 CD 与 AB 相交于点 O，

因为 $PABD$ 和 $QABC$ 是相同的正四面体，

所以四边形 $ACBD$ 为菱形，则 O 为 AB 的中点， ………2 分



过顶点 P,Q 分别作底面的垂线，垂足分别为 P_1,Q_1，

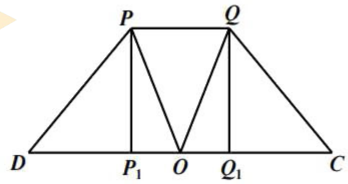
根据正四面体的性质，

所以 P_1,Q_1 分别为 ΔABD 和 ΔABC 的重心， ……………4 分

则 P_1,Q_1 在 DC 上，且 $P_1Q_1 // PQ$，因为 $AB \perp CD$，

所以 $PQ \perp AB$； ……………………………………………6 分

（2）如图，在四边形 $DPQC$ 中，因为 $AB=2$，



由（1）知，$OD=\sqrt{3}$，$DP_1=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，$OP_1=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$， ……8 分

所以 $PP_1=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$，$PQ=P_1Q_1=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$， ………………10 分

所以 $V_{A-PQB}=2V_{A-POQ}=2\times\dfrac{1}{3}\times S_{\Delta POQ}\times OA=\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$. ……12 分

20.【解析】（1）$a=e$ 时，$f(x)=e^x+(1-e)x-\ln x$，

$f'(x)=e^x+(1-e)-\dfrac{1}{x}=(e^x-e)+(1-\dfrac{1}{x})$， ………………………2 分

当 $x>1$ 时，$e^x-e>0$，$1-\dfrac{1}{x}>0$，所以 $f'(x)>0$，即 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

当 $0<x<1$ 时，$e^x-e<0$，$1-\dfrac{1}{x}<0$，所以 $f'(x)<0$，即 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，

则 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(1,+\infty)$，单调递减区间为 $(0,1)$；

所以函数 $f(x)$ 的极小值为 $f(1)=1$，无极大值. ……………………5 分

（2）$f'(x)=\mathrm{e}^x+(1-a)-\dfrac{\ln a}{x}=\dfrac{xe^x+(1-a)x-\ln a}{x}$（$x>0$），

令 $g(x)=xe^x+(1-a)x-\ln a$， ………………………………7 分

（i） 当 $0<a\le 1$ 时，$g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，则 $g(x)>g(0)=-\ln a>0$，

所以 $f'(x)>0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增； ………9 分

（ii）当 $a>1$ 时，$f'(\ln a)=(\mathrm{e}^{\ln a}-a)+\dfrac{\ln a-\ln a}{\ln a}=0$，

当 $x>\ln a$ 时，$e^x-a>0$，$\dfrac{x-\ln a}{x}>0$，$f'(x)>0$，即 $f(x)$ 在 $(\ln a,+\infty)$ 上递增，

当 $0<x<\ln a$ 时，$e^x-a<0$，$\dfrac{x-\ln a}{x}<0$，$f'(x)<0$，即 $f(x)$ 在 $(0,\ln a)$ 上递减

……………………………………………………………11 分

综上，当 $0<a\le 1$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增；

当 $a>1$ 时，$f(x)$ 的单调递减区间为 $(0,\ln a)$，单调递增区间为 $(\ln a,+\infty)$.

……………………………………………………………12 分

21.【解析】（1）$a=2,b=1$ ……………………………………………2 分

故椭圆 E 的标准方程为：$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$. ……………………………………4 分

（2）设$C(x_1,y_1),D(x_2,y_2),M(x_3,y_3)$，直线$l$的斜率为$k$，

则$|PC|=|x_P-x_1|\sqrt{1+k^2}=(2-x_1)\sqrt{1+k^2}$，

同理$|PD|=(2-x_2)\sqrt{1+k^2}$，$|PM|=(2-x_3)\sqrt{1+k^2}$，

则$\dfrac{|PM|}{|PC|}+\dfrac{|PM|}{|PD|}=\dfrac{2-x_3}{2-x_1}+\dfrac{2-x_3}{2-x_2}$. ……………………………………6分

设$l: y-1=k(x-2)$，而$AB:\dfrac{x}{2}+y=1$，联立解得$x_3=\dfrac{4k}{2k+1}$， ………………8分

所以$2-x_3=2-\dfrac{4k}{2k+1}=\dfrac{2}{2k+1}$；

联立直线l与椭圆E方程，消去y得：$(4k^2+1)x^2-8k(2k-1)x+16k^2-16k=0$，

所以$x_1+x_2=\dfrac{8k(2k-1)}{4k^2+1},x_1x_2=\dfrac{16k^2-16k}{4k^2+1}$， ……………………………………10分

所以$\dfrac{1}{2-x_1}+\dfrac{1}{2-x_2}=-\dfrac{x_1+x_2-4}{(x_1-2)(x_2-2)}=-\dfrac{x_1+x_2-4}{x_1x_2-2(x_1+x_2)+4}$

$$=-\frac{\dfrac{8k(2k-1)}{4k^2+1}-4}{\dfrac{16k^2-16k}{4k^2+1}-2\times\dfrac{8k(2k-1)}{4k^2+1}+4}=2k+1$$

所以$\dfrac{2-x_3}{2-x_1}+\dfrac{2-x_3}{2-x_2}=\dfrac{2}{2k+1}\times(2k+1)=2$，即$\dfrac{|PM|}{|PC|}+\dfrac{|PM|}{|PD|}=2$. …………12分

22.【解析】（1）因为曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=t\\y=\sqrt{3}t\end{cases}$（$t$为参数），

所以曲线C_1的普通方程为$\sqrt{3}x-y=0$， …………………………………… 2分

因为曲线C_2的极坐标方程为$\rho=\dfrac{2}{1-\sin\theta}$，

所以曲线C_2的直角坐标方程为$x^2=4y+4$； …………………………………… 5分

（2）因为曲线C_1的普通方程为$\sqrt{3}x-y=0$，所以曲线C_1的极坐标方程为$\theta=\dfrac{\pi}{3}$，

令$\theta=\dfrac{\pi}{3}$，则$\rho_A=\dfrac{2}{1-\sin\dfrac{\pi}{3}}=\dfrac{4}{2-\sqrt{3}}$， …………………………………… 8分

令$\theta=\dfrac{4\pi}{3}$，则$\rho_B=\dfrac{2}{1-\sin\dfrac{4\pi}{3}}=\dfrac{4}{2+\sqrt{3}}$， …………………………………… 9分

所以$|AB|=\dfrac{4}{2-\sqrt{3}}+\dfrac{4}{2+\sqrt{3}}=16$. …………………………………… 10分

23.【解析】$f(x)=|2x-6|-|3x-6|=\begin{cases}x,x<2\\-5x+12,2\le x\le 3\\-x,x>3\end{cases}$ ……………………2 分

（1）当 $x<2$ 时，$x>1$，即 $1<x<2$，

当 $2\le x\le 3$ 时，$-5x+12>1$，解得 $x<\dfrac{11}{5}$，即 $2\le x<\dfrac{11}{5}$，

当 $x>3$ 时，$-x>1$，解得 $x<-1$，此时无解，

综上：不等式 $f(x)>1$ 的解集为 $(1,\dfrac{11}{5})$； ……………………………………5 分

（2）法一：$x=0$ 时上述不等式显然成立，

当 $x\ne 0$ 时，上述不等式可化为 $k\ge\dfrac{f(x)}{|x|}=\dfrac{|2x-6|-|3x-6|}{|x|}=|2-\dfrac{6}{x}|-|3-\dfrac{6}{x}|$ …8 分

令 $g(x)=\dfrac{f(x)}{|x|}=|2-\dfrac{6}{x}|-|3-\dfrac{6}{x}|\le|2-\dfrac{6}{x}-3+\dfrac{6}{x}|=1$ ……………………………9 分

所以 $k\ge 1$，即实数 k 的取值范围为 $[1,+\infty)$． ……………………………10 分

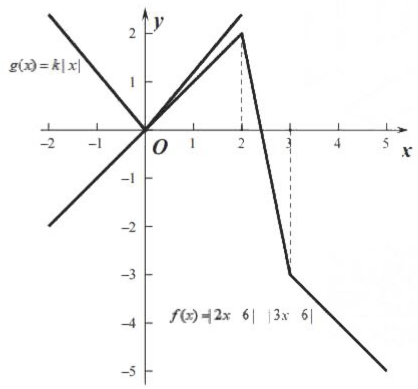
法二：$f(x)=|2x-6|-|3x-6|$ 的图象如图所示，

令 $g(x)=k|x|$，显然若 $k\le 0$，

当 $0<x<2$ 时，$g(x)<0<f(x)$，不合题意； ………………………………8 分

当 $k>0$ 时，由图象可知 $k\ge 1$，

综上：实数 k 的取值范围为 $[1,+\infty)$． ……………………………………10 分



.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ＂精益求精、专业严谨＂ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。