# 巴蜀中学2024届高考适应性月考卷（三）
# 数　学

**注意事项：**

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚.

2. 每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效

3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回．满分150分，考试用时120分钟．

**一、单项选择题**（本大题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合$A=\{x\mid x=4k,\ k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x\mid x=4m+1,\ m\in\mathbf{Z}\}$，$C=\{x\mid x=4n+2,\ n\in\mathbf{Z}\}$，$D=\{x\mid x=4t+3,\ t\in\mathbf{Z}\}$，若$a\in B$，$b\in C$，则下列说法正确的是

A. $a+b\in A$　　B. $a+b\in B$　　C. $a+b\in C$　　D. $a+b\in D$

2. 已知$a-b\in[5,\ 27]$，$a+b\in[6,\ 30]$，则$7a-5b$的取值范围是

A. $[-24,\ 192]$　　B. $[-24,\ 252]$　　C. $[36,\ 252]$　　D. $[36,\ 192]$

3. 已知函数$f(x)=a^{x-1}-2(a>0,\ a\neq1)$恒过定点$M(m,\ n)$，则函数$g(x)=m+x^n$的图象不经过

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

4. 已知非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为$\frac{2\pi}{3}$，且满足$(\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{a}$，则向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$方向上的投影向量为

A. $-\frac{1}{4}\vec{b}$　　B. $\frac{1}{2}\vec{b}$　　C. $-\frac{1}{2}\vec{b}$　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{b}$

5. 已知抛物线$C$：$y^2=2px(p>0)$，点$M$在$C$上，直线$l$：$2x-y+6=0$与$x$轴、$y$轴分别交于$A$，$B$两点，若$\triangle AMB$面积的最小值为$\frac{15}{2}$，则$p=$

A. 44　　B. 4　　C. 4或44　　D. 1或4

6. 把二项式$\left(\sqrt{x}+\frac{1}{x}\right)^8$的所有展开项重新排列，记有理项都相邻的概率为$p$，有理项两两不相邻的概率为$q$，则$\frac{p}{q}=$

A. 5　　B. $\frac{1}{5}$　　C. 4　　D. $\frac{1}{4}$

7. 已知等差数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$，对任意的$n\in\mathbf{N}^*$，均有$S_5\leqslant S_n$成立，则$\frac{a_8}{a_6}$的值的取值范围是

A. $(3, +\infty)$

B. $[3, +\infty)$

C. $(-\infty, -3)\cup[3, +\infty)$

D. $(-\infty, -3]\cup[3, +\infty)$

8. 已知函数$f(x)$的定义域为$(0, +\infty)$，导函数为$f'(x)$，不等式$(x+1)[2f(x)+xf'(x)]>xf(x)$恒成立，且$f(6)=\frac{7}{12}$，则不等式$f(x+4)<\frac{3x+15}{(x+4)^2}$的解集为

A. $(-\infty, 4)$

B. $(0, 2)$

C. $(-4, 2)$

D. $(-4, 4)$

二、多项选择题（本大题共4个小题，每小题5分，共20分，在每个给出的四个选项中，有多项是满足要求的，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分）

9. 分别经过以下选项中的图象变换之后，能得到函数$y=\sin\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)$的图象的是

A. 先将$y=\cos x$的图象上各点的横坐标缩小为原来的$\frac{1}{3}$，再将图象关于$x$轴翻折

B. 先将$y=\sin x$的图象上各点的横坐标缩小为原来的$\frac{1}{3}$，再向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度

C. 先将$y=\sin x$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，再将各点的横坐标缩小为原来的$\frac{1}{3}$

D. 先将$y=\cos x$的图象向左平移$\pi$个单位长度，再将各点的横坐标缩小为原来的$\frac{1}{3}$

10. 已知向量$\vec{m}=\left(2, \frac{1}{a}\right)$，$\vec{n}=\left(\frac{1}{b}, 4\right)$，其中$a>0$，$b>0$，则下列说法正确的是

A. 若$\vec{m}$，$\vec{n}$可以作为平面向量的一组基底，则$\log_2 ab\neq -3$

B. 若$\vec{m}\perp\vec{n}$，则$2^{2a+b}=1$

C. 若$a+b=1$，则$\vec{m}\cdot\vec{n}$有最小值$6+4\sqrt{2}$

D. 若$|\vec{m}|=|\vec{n}|>4\sqrt{2}$，则$\frac{b}{a}\in\left(1, \frac{\sqrt{7}}{2}\right)$

11. 已知定义在$\mathbf{R}$上的函数$f(x)=x\sin x-\lambda\cos x\ (\lambda>-1)$，记$f(x)$在$[-k\pi, k\pi]\ (k\in\mathbf{N}_+)$上的极值点为$x_1$，$x_2$，…，$x_n\ (x_1<x_2<\cdots<x_n)$共$n$个，则下列说法正确的是

A. $n=2(k+1)$

B. $x_{k+1}=0$

C. 当$k=1$时，对任意$\lambda>-1$，$x_1$，$x_2$，…，$x_n$均为等差数列

D. 当$k=2$时，存在$\lambda>-1$，使得$x_1$，$x_2$，…，$x_n$为等差数列

12. 已知函数 $f(x)=a^{|x|}-|\log_a|x||$（$a>0$ 且 $a\neq 1$），则下列说法正确的是

A. 若函数 $y=f(x)$ 有 4 个零点，则 $0<a<1$

B. 当 $0<a<1$ 时，函数 $y=f(x)$ 有 4 个零点

C. 若函数 $y=f(x)$ 有 2 个零点，则 $a>1$

D. 当 $a>1$ 时，函数 $y=f(x)$ 有 2 个零点

**三、填空题**（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 已知在等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_2$，$a_{10}$ 是方程 $x^2-13x+14=0$ 的两个实数根，则 $a_6=$________.

14. 已知 $F_1(0,-c)$，$F_2(0,c)$ 是双曲线 $E$：$\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的下、上焦点，直线 $y=x+c$ 与 $x$ 轴交于 $A$ 点，与双曲线的渐近线在第三象限内交于 $B$ 点，且 $\overrightarrow{F_1F_2}+\overrightarrow{F_1B}=2\overrightarrow{F_1A}$，则双曲线的渐近线方程为________.

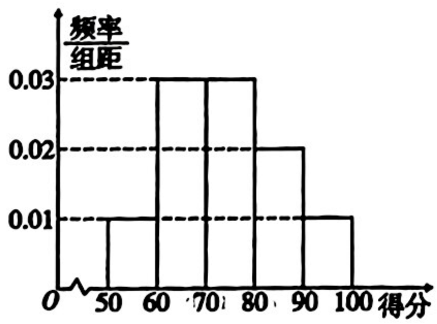
15. 已知函数 $f(x)$ 满足：①$f(x)$ 的图象过点 $\left(8,\dfrac{3}{2}\right)$；②$f(x)$ 是偶函数；③对任意的非零实数 $x_1$，$x_2$，$f\left(\dfrac{x_1}{x_2}\right)=f(x_1)-f(x_2)$. 请写出一个满足上述条件的函数 $f(x)=$________.

16. 在三角函数部分，我们研究过二倍角公式 $\cos 2x=2\cos^2x-1$，我们还可以用类似方式继续得到三倍角公式. 根据你的研究结果解决如下问题：在锐角 $\triangle ABC$ 中，角 $A$，$B$，$C$ 的对边分别为 $a$，$b$，$c$，若 $A\leqslant\dfrac{\pi}{3}$，$\cos C+4\cos^3A-3\cos A=0$，则 $4\tan A+\dfrac{1}{\tan(B-A)}$ 的取值范围是________.

**四、解答题**（共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分 10 分）

2023 年 9 月 23 日，第 19 届亚洲运动会在杭州正式开幕. 这是 1990 年第 11 届北京亚运会、2010 年第 16 届广州亚运会之后，中国第三次主办亚运盛会，也进一步激发了中国全民参与体育活动的热情. 为调查学生对亚运会相关知识的了解情况，某中学进行了亚运会知识问答测试，将得分在 70 分及以上的学生称为“亚运迷”. 现将该学校参与知识问答活动的学生的得分（满分 100 分）进行了统计，得到如下的频率分布直方图：




（1）估计该学校学生参与知识问答测试的得分的中位数（结果保留一位小数）；

（2）按是否为“亚运迷”比例采用分层抽样的方法抽取 5 名学生前往杭州参加亚运志愿者活动，其中 2 名学生参与宣传工作，3 名学生参与场务工作. 记参与宣传工作的“亚运迷”的学生人数为 $\xi$，求 $\xi$ 的分布列和数学期望 $E(\xi)$.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\sqrt{13}\cos\omega x\cdot\cos(\omega x-\varphi)-\sin^2\omega x(\omega>0)$，$\varphi\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ 且 $\tan\varphi=2\sqrt{3}$，$f(x)$ 的最小正周期为 $\pi$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式；

(2) 求函数 $y=f(x)$ 在区间 $\left[\dfrac{\pi}{12},\ \varphi\right]$ 上的值域.

19. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=a_n^2+k$，$n\in\mathbf{N}_+$，$k\in\mathbf{R}$.

(1) 若 $a_1=1$ 且数列 $\{a_n\}$ 是递增数列，求实数 $k$ 的取值范围；

(2) 若 $a_1=3$ 且 $k=0$，求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

20. (本小题满分 12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 $A$，$B$，$C$ 所对的边分别为 $a$，$b$，$c$，$2a\sin B=\sqrt{3}b$，$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AB}|^2$.

(1) 若 $b=2$，求 $\triangle ABC$ 的面积；

(2) 若 $D$ 为 $\triangle ABC$ 所在平面内一点，且 $D$ 与 $B$ 不在直线 $AC$ 的同一侧，$CD=3AD=6$，求四边形 $ABCD$ 面积的最大值.

21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C$：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的上、下顶点分别为 $A$，$B$，左顶点为 $D$，$\triangle ABD$ 是面积为 $\sqrt{3}$ 的正三角形.

(1) 求椭圆 $C$ 的方程；

(2) 过椭圆外一点 $M(m,\ 0)$ 的直线交椭圆于 $P$，$Q$ 两点，已知点 $P$ 与点 $P'$ 关于 $x$ 轴对称，直线 $P'Q$ 与 $x$ 轴交于点 $K$；若 $\angle AKB$ 是钝角，求 $m$ 的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\dfrac{\sin x}{x}$，$g(x)=a\cos x$.

(1) 求证：$x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ 时，$f(x)<1$；

(2) 当 $x\in\left(-\dfrac{\pi}{2},\ 0\right)\cup\left(0,\ \dfrac{\pi}{2}\right)$ 时，$f(x)>g(x)$ 恒成立，求实数 $a$ 的取值范围；

(3) 当 $x\in\left(-\dfrac{\pi}{2},\ 0\right)\cup\left(0,\ \dfrac{\pi}{2}\right)$ 时，$[f(x)]^2>g(x)$ 恒成立，求实数 $a$ 的取值范围.