

北京市第一六一中学 2021—2022 学年第一学期期中阶段测试

高一数学

2021.11

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____

本试卷共 2 页，共 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案写在答题纸上，在试卷上作答无效。

一、选择题：本大题共 10 道小题，1-10 题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目的要求。把正确答案涂写在答题卡上相应的位置。

1. 若全集 $U = R$ ， $A = \{x | 0 \leq x < 3\}$ ，则 $C_U A =$

- (A) $\{x | x < 0, \text{或 } x > 3\}$ (B) $\{x | x \leq 0, \text{或 } x \geq 3\}$
(C) $\{x | 0 < x \leq 3\}$ (D) $\{x | x < 0, \text{或 } x \geq 3\}$

2. 命题 $p: \forall x \in R, x^2 + x + \frac{1}{2} > 0$ ，则命题 P 的否定是

- (A) $\exists x \in R, x^2 + x + \frac{1}{2} \leq 0$ (B) $\exists x \in R, x^2 + x + \frac{1}{2} > 0$
(C) $\forall x \in R, x^2 + x + \frac{1}{2} \leq 0$ (D) $\forall x \in R, x^2 + x + \frac{1}{2} > 0$

3. 下列函数中既是奇函数，又在 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是

- (A) $y = x^2$ (B) $y = x + \frac{1}{x}$ (C) $y = -\frac{1}{x}$ (D) $y = 2^x$

4. $(-\frac{1}{64})^{\frac{1}{3}} =$

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $-\frac{1}{4}$ (C) 4 (D) -4

5. 已知非零实数 a, b, c 满足： $a > b > c$ ，下列不等式中一定成立的共有

① $ab > bc$ ；② $ac^2 \geq bc^2$ ；③ $\frac{a+b}{c} > \frac{a-b}{c}$.

- (A) 0 个 (B) 1 个 (C) 2 个 (D) 3 个

北京市第一六一中学 2021-2022 学年度第一

6. 已知方程 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 的两根为 x_1, x_2 , 则 $x_1^2 + x_2^2$ 的值为

- (A) 10 (B) 13 (C) 16 (D) 22

7. “ $x > 1$ ” 是 “ $\frac{1}{x} < 1$ ” 的

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既非充分也非必要条件

8. 若函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \geq 0, \\ 2^x, & x < 0, \end{cases}$ 则函数 $f(x)$ 的值域为

- (A) $[0, 1)$ (B) $(-\infty, 0]$ (C) $(-\infty, 0) \cup (0, 1)$ (D) $(-\infty, 1)$

9. 若 A, B, C 为三个集合, $A \cap B = B \cup C$, 则一定有

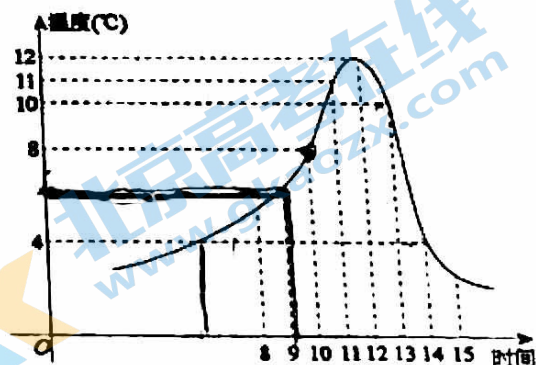
- (A) $A \subseteq C$ (B) $C \subseteq A$ (C) $A \neq C$ (D) $A = \phi$

10. 某食品的保鲜时间 t (单位: 小时) 与储藏温度 x (单位: $^{\circ}\text{C}$) 满足函数关系

$t = \begin{cases} 64, & x \leq 0, \\ 2^{6-x}, & x > 0. \end{cases}$ 且该食品在 4°C 的保鲜时间是 16 小时. 已知甲在某日上午 10 时购买了

该食品, 并将其放在室外, 且此日的室外温度随时间变化如图所示. 给出以下四个结论:

- ① 该食品在 6°C 的保鲜时间是 8 小时;
② 当 $x \in [-6, 6]$ 时, 该食品的保鲜时间 t 随着 x 增大而逐渐减少;
③ 到了此日 13 时, 甲所购买的食物还在保鲜时间内;
④ 到了此日 14 时, 甲所购买的食物已然过了保鲜时间.



其中, 所有正确结论的序号是

- (A) ① (B) ①④ (C) ②③ (D) ①③④

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每题 5 分, 共 25 分. 把答案填在答题纸中相应的横线上.

11. 函数 $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2-x^2}}$ 的定义域为 _____.

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 1-2x, & (x < 3) \\ f(x-1), & (x \geq 3) \end{cases}$, 则 $f(4) = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 已知 $f(x) = ax^2 + ax + 2$, 对 $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) > 0$ 都成立, 则实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 将函数 $f(x) = \sqrt{x}$ 的图像先向左平移 1 个单位, 再向下平移 2 个单位, 得到函数 $g(x)$ 的图像, 则函数 $g(x)$ 的解析式为 $\underline{\hspace{2cm}}$, $g(x)$ 的零点为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 地铁某换乘站设有编号为 A, B, C, D, E 的五个安全出口, 若同时开放其中的两个安全出口, 疏散 1000 名乘客所需的时间如下:

安全出口编号	A, B	B, C	C, D	D, E	A, E
疏散乘客时间 (s)	120	220	160	140	200

则疏散乘客最快的一个安全出口的编号是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题 (本大题共 6 道题, 共 85 分. 请在答题卡的相应位置写出解答过程.)

16. (本题 13 分) 关于 x 的不等式 $\frac{x-a}{x+1} < 0$ 的解集为 P , 不等式 $|x-1| \leq 1$ 的解集为 Q .

(I) 若 $a=1$, (i) 求集合 P ;

(ii) 求 $P \cup Q$;

(II) 当 $a > 0$ 时, 若 $Q \subseteq P$, 求 a 的取值范围.

17. (本题 14 分) 已知函数 $f(x) = \frac{1-x^2}{2x}$.

(I) 求 $f(-\frac{1}{3})$;

(II) 判断函数的奇偶性, 并加以证明;

(III) 求证: 函数在 $(0, +\infty)$ 上单调递减.

18. (本题 14 分) 已知函数 $f(x) = (1+a^2)x^2 - ax$.

(I) 求关于 x 的不等式 $f(x) \leq 0$ 的解集;

(II) 区间 $[\alpha, \beta]$ 的长度定义为 $\beta - \alpha$. 当 $a > 0$ 时, 区间 $I = \{x | f(x) \leq 0\}$.

(i) 求区间 I 的长度;

(ii) 求 I 的长度的最大值.

19. (本题 14 分) 某厂生产某种零件, 每个零件的成本为 40 元, 出厂单价定为 60 元, 该厂为鼓励销售商订购, 决定当一次订购量超过 100 个时, 每多订购一个, 订购的全部零件的出厂单价就降低 0.02 元, 但实际出厂单价不能低于 51 元.

(I) 当一次订购量为多少个时, 零件的实际出厂单价恰降为 51 元?

(II) 设一次订购量为 x 个时, 零件的实际出厂单价为 p 元, 写出函数 $p = f(x)$ 的表达式;

(III) 当销售商一次订购 500 个零件时, 该厂获得的利润是多少元? 如果订购 1000 个时, 利润又是多少元? (工厂售出一个零件的利润=实际出厂单价-成本)

20. (本题 15 分) 已知二次函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1) - f(x) = 2x (x \in \mathbb{R})$, 且 $f(0) = 1$.

(I) 求 $f(x)$ 的解析式;

(II) 设 $g(x) = f(2x+a), x \in [-1, 1]$, 求 $g(x)$ 的最小值;

(III) 当 $x \in [-1, 1]$ 时, 方程 $f(x) = 2x + m$ 有解, 求实数 m 的取值范围.

21. (本题 15 分) 对于给定的数集 A . 若对于任意 $a, b \in A$, 有 $a+b \in A$, 且 $a-b \in A$, 则称集合 A 为闭集合.

(I) 判断集合 $A = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$, $B = \{x | x = 3k, k \in \mathbb{Z}\}$ 是否为闭集合并说明理由;

(II) 若集合 A, B 为闭集合, 则 $A \cup B$ 是否一定为闭集合? 请说明理由;

(III) 若集合 A, B 为闭集合, 且 $A \subsetneq \mathbb{R}$, $B \subsetneq \mathbb{R}$. 证明: $(A \cup B) \subsetneq \mathbb{R}$.