

本试卷共4页,150分。考试时间120分钟。考生务必将答案答在答题卡上,在试卷上作答无效。考试结束后,请将答题卡交回。

第一部分(选择题 共40分)

、选择题共10小题,每小题4分,共40分。在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的项。

已知集合 $A = \{x | -1 < x < 3\}$, $B = \{x | 0 < x < 4\}$, 则 $A \cap B =$

- (A) $(-1, 0)$ (B) $(0, 3)$ (C) $(3, 4)$ (D) $(-1, 4)$

在复平面内,复数 $\frac{1}{1+i}$ 对应的点位于

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

下列函数中, y 的最小值是 2 的是

- (A) $y = x + \frac{1}{x}$ (B) $y = x - \ln x$ (C) $y = e^x - x + 1$ (D) $y = \cos x + \frac{1}{\cos x} \left(0 < x < \frac{\pi}{2} \right)$

某单位有男职工 56 人,女职工 42 人,按性别分层,用分层随机抽样的方法从全体职工中抽出一个样本,如果样本按比例分配,男职工抽取的人数为 16 人,则女职工抽取的人数为

- (A) 12 (B) 20 (C) 24 (D) 28

在 $(x-2)^5$ 的展开式中, x^4 的系数为

- (A) -5 (B) 5 (C) -10 (D) 10

已知函数 $f(x) = \tan x$, 则 $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) =$

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) 1 (D) 2

设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_3 = 9$, $S_6 = 63$, 则 $a_7 + a_8 + a_9 =$

- (A) 63 (B) 71 (C) 99 (D) 117

3. 若函数 $f(x)$ 的定义域是区间 $[a, b]$, 则 " $f(a)f(b) < 0$ " 是 "函数 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内存在零点" 的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

4. 中国古代中的“礼、乐、射、御、书、数”合称“六艺”,“礼”主要指德育;“乐”主要指美育;“射”和“御”就是体育和劳动;“书”指各种历史文化知识;“数”指数学。某校国学社团开展“六艺”讲座活动,每艺安排一次讲座,共讲六次,讲座次序要求“射”不在第一次,“数”和“乐”两次不相邻,则“六艺”讲座不同的次序共有

- (A) 408 种 (B) 240 种 (C) 192 种 (D) 120 种

10. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , $f(5) = 4$, $f(x+3)$ 是偶函数, $\forall x_1, x_2 \in [3, +\infty)$, 有

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0, \text{ 则}$$

- (A) $f(0) < 4$ (B) $f(1) = 4$ (C) $f(2) > 4$ (D) $f(3) < 0$

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分。

11. 函数 $f(x) = \ln(x+1) + \sqrt{x}$ 的定义域是 _____

12. 关于 x 的不等式 $-x^2 + x + 42 > 0$ 的解集是 _____.

13. 已知 $2^x = 3^y = a$, 且 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$, 则 $a =$ _____.

14. 已知函数 $f(x) = \frac{\sin x}{\cos x - \sqrt{2}}$, 则函数 $f(x)$ 的值域是 _____

15. 设首项是 1 的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_n = \begin{cases} a_{n-1} + 1, n=2k, k \in \mathbb{N}^* \\ 2a_{n-1} + 1, n=2k+1, k \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ 则 $a_5 =$ _____;

若 $S_m < 2021$, 则正整数 m 的最大值是 _____.

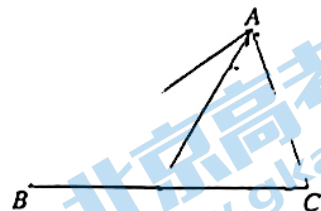
三、解答题共 6 小题, 共 85 分。解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程。

16. (本小题 13 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 12$, $AC = 3\sqrt{6}$, $BC = 5\sqrt{6}$, 点 D 在边 BC 上, 且 $\angle ADC = 60^\circ$.

(I) 求 $\cos C$;

(II) 求线段 AD 的长.



17. (本小题 14 分)

已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3}\sin x \cos x + \sin^2 x - \cos^2 x$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;

(II) 求函数 $f(x)$ 的单调区间.

18. (本小题 14 分)

已知函数 $f(x) = ax^2 + bx^3$ 在 $x=1$ 时取得极大值 3.

- (I) 求 a, b 的值;
(II) 求函数 $f(x)$ 的极小值.

19. (本小题 14 分)

设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和是 S_n , $\{b_n\}$ 是各项均为正数的等比数列, 且 $a_1 = b_1 = 1, a_1 = 3b_1$, 在 ① $a_1 + b_1 = 14$, ② $a_1 b_1 = 81$, ③ $S_1 = 4S_1$. 这三个条件中任选一个, 解下列问题:

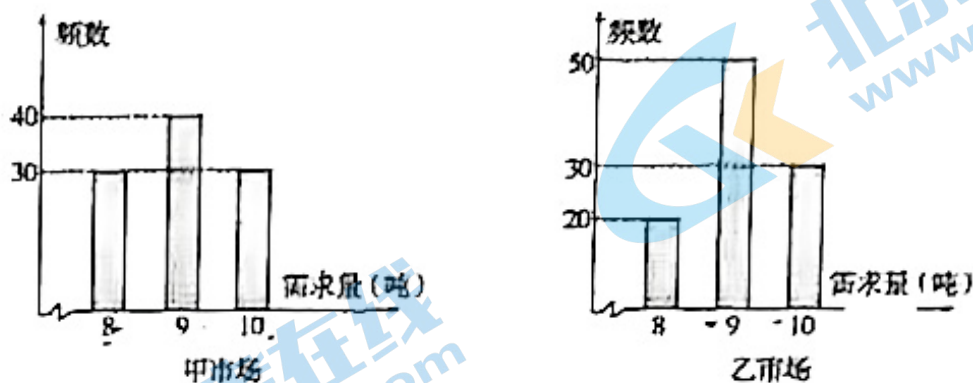
(I) 分别求出数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 若 $c_n = \frac{1}{(a_n + 3) \log_3 3b_n}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

注: 如果选择多个条件解答, 按第一个解答计分.

20. (本小题 15 分)

某蔬菜批发商分别在甲、乙两个市场销售某种蔬菜(两个市场的销售互不影响).已知该蔬菜每售出 1 吨获利 500 元,未售出的蔬菜降价处理,每吨亏损 100 元.现分别统计该蔬菜在甲、乙两个市场以往 100 个周期的市场需求量,制成频数分布条形图如下:



以市场需求量的频率代替需求量的概率.设批发商在下一个销售周期购进 n 吨该蔬菜,在甲、乙两个市场同时销售,以 X (单位:吨)表示下一个销售周期两个市场的总需求量; T (单位:元)表示下一个销售周期两个市场的总利润.

- (I) 求变量 X 的概率分布列;
- (II) 当 $n \in [9, 19]$ 时,求 T 与 X 的函数解析式,并估计销售利润不少于 8900 元的概率;
- (III) 以销售利润的期望作为决策的依据,判断 $n=17$ 与 $n=18$ 应选用哪一个.

21. (本小题 15 分)

设函数 $f(x) = e^x(ax^2 + 1)$, $a > 0$.

(I) 当 $a=1$ 时,求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(II) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{4})$ 单调,求实数 a 的取值范围;

(III) 若函数 $f(x)$ 有极小值,求证: $f(x)$ 的极小值小于 1.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018