2023—2024 学年海南省高考全真模拟卷(一)

数学·答案

1. B　因为集合 $B=\{x|4^x>4\}=\{x|x>1\}$，所以 $\complement_{\mathbf{R}}B=\{x|x\leqslant 1\}$. 又因为 $A=\{x|-1\leqslant x<3\}$，所以 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=\{x|-1\leqslant x\leqslant 1\}$，故选 B.

2. C　因为 $A=\{0,1,2\}$，$B=\{x|x=n+1,n\in A\}$，所以 $B=\{1,2,3\}$，所以 $P=A\cup B=\{0,1,2,3\}$，则 P 的子集共有 $2^4=16$ 个，故选 C.

3. B　由 $2^{a^2}>2^a$，得 $a^2>a$，解得 $a<0$ 或 $a>1$，不能推出 $a>1$，故充分性不成立；

由 $a>1$，得 $a^2>a$，可以推出 $2^{a^2}>2^a$，故必要性成立.

所以“$2^{a^2}>2^a$”是“$a>1$”的必要不充分条件，故选 B.

4. B　因为命题“$\forall a\in\mathbf{R}$，函数 $y=ax^2+1$ 是偶函数”是全称量词命题，

所以其否定是存在量词命题，即“$\exists a\in\mathbf{R}$，函数 $y=ax^2+1$ 不是偶函数”，故选 B.

5. D　因为 $x>2$，所以 $x-2>0$，

所以 $y=4x-1+\dfrac{4}{x-2}=4(x-2)+\dfrac{4}{x-2}+7\geqslant 2\sqrt{4(x-2)\cdot\dfrac{4}{x-2}}+7=15$，

当且仅当 $4(x-2)=\dfrac{4}{x-2}$，即 $x=3$ 时等号成立，所以函数 $y=4x-1+\dfrac{4}{x-2}$ 的最小值为 15，故选 D.

6. B　$f'(x)=1+\cos x\geqslant 0$，所以函数 $f(x)$ 单调递增，又因为 $f(0)=-2<0$，$f(1)=-1+\sin 1<0$，$f(2)=\sin 2>0$，所以函数 $f(x)$ 在 $(1,2)$ 内存在唯一零点，故选 B.

7. A　因为 $y=3^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，

所以 $a=3^{0.2}>3^0=1$；

因为 $y=0.2^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减，

所以 $0<b=0.2^3<0.2^0=1$；

因为 $y=\log_3 x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $c=\log_3 0.2<\log_3 1=0$.

综上所述，$a>b>c$，故选 A.

8. A　因为 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，

所以 $f(0)=0$，

因为 $f(5-x)=-f(1-x)$，令 $1-x=t$，

则 $f(4+t)=-f(t)$，

所以 $f(8+t)=-f(4+t)=f(t)$，所以 $f(x)$ 的周期为 8.

所以 $f(2\,024)+f(2\,023)$

$=f(253\times 8)+f(253\times 8-1)$

$=f(0)+f(-1)$

$=f(0)-f(1)$

$=0-3=-3$，故选 A.

9. CD　对于 A，设 $a=2$，$b=-1$，但 $\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$，故 A 错误；

对于 B，设 $a=-1,b=-2$，但$\frac{1}{a^2}>\frac{1}{b^2}$，故 B 错误；

对于 C，因为指数函数 $y=4^x$ 单调递增，所以 $4^a>4^b$，故 C 正确；

对于 D，因为 $y=x^3+x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，所以由 $a>b$ 可得 $a^3+a>b^3+b$，故 D 正确，故选 CD.

10. AC　如图，对于 A，$\complement_U N=①+④$，

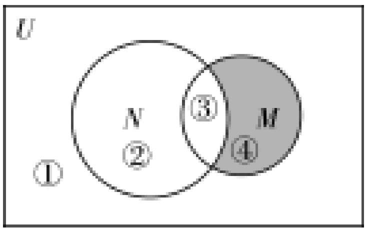
则 $M\cap\complement_U N=④$，故 A 正确；

对于 B，$\complement_U M=①+②$，

则 $N\cap\complement_U M=②$，故 B 错误；

对于 C，$M\cap N=③$，$\complement_U(M\cap N)=①+②+④$，故 $M\cap\complement_U(N\cap M)=④$，故 C 正确；

对于 D，$(\complement_U M)\cap(\complement_U N)=①$，故 D 错误，故选 AC.



11. ABC　因为 $f(x)=x^3+ax^2+2x(a\in\mathbf{R})$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，$f'(x)=3x^2+2ax+2$.

当 $\Delta=(2a)^2-4\times3\times2\leqslant0$，即 $-\sqrt{6}\leqslant a\leqslant\sqrt{6}$ 时，$f'(x)\geqslant0$ 对任意 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，所以 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，故 C 正确；

当 $\Delta=(2a)^2-4\times3\times2>0$，即 $a<-\sqrt{6}$ 或 $a>\sqrt{6}$ 时，令 $f'(x)<0$，得 $\frac{-a-\sqrt{a^2-6}}{3}<x<\frac{-a+\sqrt{a^2-6}}{3}$；令 $f'(x)>0$，得 $x<\frac{-a-\sqrt{a^2-6}}{3}$ 或 $x>\frac{-a+\sqrt{a^2-6}}{3}$，所以 $f(x)$ 在区间 $\left(-\infty,\frac{-a-\sqrt{a^2-6}}{3}\right)$ 上单调递增，在区间 $\left(\frac{-a-\sqrt{a^2-6}}{3},\frac{-a+\sqrt{a^2-6}}{3}\right)$ 上单调递减，在区间 $\left(\frac{-a+\sqrt{a^2-6}}{3},+\infty\right)$ 上单调递增，故 A，B 正确，D 错误，故选 ABC.

12. ABD　设 $F(x)=e^{2x}f(x)$，

则 $F'(x)=2e^{2x}f(x)+e^{2x}f'(x)=e^{2x}[2f(x)+f'(x)]=xe^{2x}$，

当 $x<0$ 时，$F'(x)<0$；

当 $x>0$ 时，$F'(x)>0$，

所以 $F(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减，

在 $(0,+\infty)$ 上单调递增.

对于 A，因为 $-1<0$，所以 $F(-1)>F(0)$，

即 $e^{-2}f(-1)>f(0)=-\frac{1}{4}$，所以 $f(-1)>-\frac{e^2}{4}>-2$，故 A 正确；

对于 B，因为 $1>0$，所以 $F(1)>F(0)$，

即 $e^2f(1)>f(0)=-\frac{1}{4}$，

所以 $f(1)>-\frac{1}{4e^2}>-\frac{1}{4}$，故 B 正确；

对于 C，D，$f(x)=\frac{F(x)}{e^{2x}}$，

则 $f'(x)=\frac{F'(x)-2F(x)}{e^{2x}}$，

令 $g(x)=F'(x)-2F(x)$，则 $g'(x)=(xe^{2x})'-2xe^{2x}=e^{2x}>0$，故 $g(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调

递增，又 $g(0)=F'(0)-2F(0)=0-2e^0f(0)=\frac{1}{2}>0$，且 $g(x)$ 具有连续性，

所以存在 $a>0$，使得 $x\in(-a,0)$ 时，$g(x)>0$，此时 $f'(x)>0$，故 $f(x)$ 在 $(-a,0)$ 上单调递增，故 C 错误；

又 $g(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，所以 $x\in(0,+\infty)$ 时，$g(x)>g(0)=\frac{1}{2}>0$，即 $f'(x)>0$，故 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，故 D 正确，故选 ABD.

13. -1　由 $1\in S$，可得 $a^2=1$ 或 $a=1$.

当 $a=1$ 时，集合 $S=\{1,1,0\}$ 不满足集合的互异性；

当 $a^2=1$ 时，$a=-1$ 或 1（舍去），集合 $S=\{1,-1,0\}$，符合题意.

综上，$a=-1$.

14. -10　因为 $x<0$，所以 $-x>0$，

则 $\frac{-2x^2+ax-32}{x}$

$=-2x+\frac{32}{-x}+a$

$\geqslant 2\sqrt{-2x\cdot\frac{32}{-x}}+a$

$=16+a$，

当且仅当 $-2x=\frac{32}{-x}$，即 $x=-4$ 时等号成立，

因为 $\frac{-2x^2+ax-32}{x}$ 的最小值是 6，

所以 $16+a=6$，解得 $a=-10$.

15. 1　当 x 为有理数时，

$g(x)=(\sqrt{2}\times1-x)(1+4x)$，

令 $g(x)=0$，可得 $x=-\frac{1}{4}$ 或 $x=\sqrt{2}$（舍去）；

当 x 为无理数时，$g(x)=(\sqrt{2}\times0-x)(0+4x)=(-x)(4x)=-4x^2$，令 $g(x)=0$，可得 $x=0$（舍去）.

综上所述，$g(x)$ 有 1 个零点 $x=-\frac{1}{4}$，所以 $g(x)$ 的零点有 1 个.

16. $(-\infty,-e)$　根据题意得，

$f'(x)=e^x+ax, x\in(0,+\infty)$.

由函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上既有极大值也有极小值，可得 $f'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有 2 个不同的零点.

令 $f'(x)=0$，得 $a=-\frac{e^x}{x}$，令 $h(x)=-\frac{e^x}{x}$，$x\in(0,+\infty)$，即直线 $y=a$ 与函数 $h(x)$ 的图象在 y 轴右侧有 2 个不同的交点.

$h'(x)=\frac{e^x(1-x)}{x^2}$，由 $h'(x)>0$，得 $0<x<1$；

由 $h'(x)<0$，得 $x>1$，

故 $h(x)_{max}=h(1)=-e$，又 $x\to0$，$h(x)\to-\infty$；$x\to+\infty$，$h(x)\to-\infty$，故 $a<-e$，

即实数 a 的取值范围为 $(-\infty,-e)$.

17. 解：（Ⅰ）当 $m=4$ 时，$f(x)=x^2(4x-4)=4x^3-4x^2$，$f'(x)=12x^2-8x$，……（1 分）

令 $f'(x)=0$，得 $x=0$ 或 $\frac{2}{3}$，

当 x 变化时，$f'(x)$，$f(x)$ 的变化情况如表所示：

x	-1	$(-1,0)$	0	$\left(0,\frac{2}{3}\right)$	$\frac{2}{3}$	$\left(\frac{2}{3},1\right)$	1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-8	单调递增	极大值 0	单调递减	极小值 $-\frac{16}{27}$	单调递增	0

…………………………………………（4 分）

所以 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上的值域为 $[-8,0]$.

…………………………………………（5 分）

（Ⅱ）由 $f(x)=x^2(4x-m)=4x^3-mx^2$，

得 $f'(x)=12x^2-2mx$， ……………（6 分）

令 $f'(x)=0$，得 $x=0$ 或 $\frac{m}{6}$，

因为 $m>0$，

令 $f'(x)<0$，得 $0<x<\frac{m}{6}$；

令 $f'(x)>0$，得 $x<0$ 或 $x>\frac{m}{6}$，

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 和 $\left(\frac{m}{6},+\infty\right)$ 上单调递增，在 $\left(0,\frac{m}{6}\right)$ 上单调递减，

$f(x)$ 在 $x=\frac{m}{6}$ 处取得极小值， ………（8 分）

令 $f\left(\frac{m}{6}\right)=-\frac{1}{108}m^3=-2$，

解得 $m=6$，故 m 的值为 6. ………（10 分）

18. 解：（Ⅰ）函数 $f(x)=\frac{1+ax}{x}+a\ln x\,(a\in\mathbf{R})$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，

则 $f'(x)=-\frac{1}{x^2}+\frac{a}{x}=\frac{ax-1}{x^2}$. ……（1 分）

当 $a\leqslant 0$ 时，$f'(x)<0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，

故此时 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减；

…………………………………………（2 分）

当 $a>0$ 时，由 $f'(x)>0$，得 $x>\frac{1}{a}$；

由 $f'(x)<0$，得 $0<x<\frac{1}{a}$，

故此时 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{a}\right)$ 上单调递减，在 $\left(\frac{1}{a},+\infty\right)$ 上单调递增. ……………（3 分）

综上，当 $a\leqslant 0$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减；

当 $a>0$ 时，$f(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{a}\right)$ 上单调递减，在 $\left(\frac{1}{a},+\infty\right)$ 上单调递增. ……………（4 分）

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，当 $a\leqslant 0$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，

所以 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 上单调递减，所以 $g(a)=f(2)=\frac{1+2a}{2}+a\ln 2$； ………………（6 分）

当 $a>0$ 时，

若 $0<\frac{1}{a}\leqslant 1$，即 $a\geqslant 1$ 时，$f(x)$ 在 $[1,2]$ 上单调递增，

此时，$g(a)=f(1)=1+a$； …………（7 分）

若 $1<\frac{1}{a}<2$，即 $\frac{1}{2}<a<1$ 时，$f(x)$ 在 $\left[1,\frac{1}{a}\right)$ 上单调递减，在 $\left(\frac{1}{a},2\right]$ 上单调递增，

此时，$g(a)=f\left(\frac{1}{a}\right)=\frac{1+a\cdot\frac{1}{a}}{\frac{1}{a}}+a\ln\frac{1}{a}=2a-a\ln a$； ………………………（9 分）

若 $\frac{1}{a}\geqslant 2$，即 $0<a\leqslant\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 在 $[1,2]$ 上单

调递减，

此时，$g(a)=f(2)=\frac{1+2a}{2}+a\ln 2$.

………………………………………（11 分）

综上所述，$g(a)=\begin{cases}\frac{1+2a}{2}+a\ln 2, a\leqslant\frac{1}{2},\\ 2a-a\ln a, \frac{1}{2}<a<1,\\ 1+a, a\geqslant 1.\end{cases}$

………………………………………（12 分）

19. 解：根据题意设供货站 E 建在与 D 相距 x 千米处，$0<x<40$.

此时 $BE=40-x$，$AE=60-x$，

$CE=\sqrt{CD^2+DE^2}=\sqrt{20^2+x^2}$. ……（3 分）

设总运输费用为 y 元，则

$y=2a(40-x+60-x)+5a\sqrt{20^2+x^2}$

$=2a(100-2x)+5a\sqrt{20^2+x^2}\ (0<x<40)$，

………………………………………（5 分）

则 $y'=-4a+5a\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2x}{\sqrt{20^2+x^2}}$

$=-4a+\frac{5ax}{\sqrt{20^2+x^2}}$.

………………………………………（7 分）

令 $y'=-4a+\frac{5ax}{\sqrt{20^2+x^2}}<0$，解得 $0<x<\frac{80}{3}$；

令 $y'=-4a+\frac{5ax}{\sqrt{20^2+x^2}}>0$，

解得 $\frac{80}{3}<x<40$，

所以函数在 $x=\frac{80}{3}$ 处取得最小值，此时 $BE=40-\frac{80}{3}=\frac{40}{3}$ 千米，$AE=60-\frac{80}{3}=\frac{100}{3}$ 千米，

即供货站 E 建在岸边 BD 之间距乙厂 $\frac{40}{3}$ 千米处时，总运输费用最省. …………（12 分）

20. 解：（Ⅰ）由题意可得 $f(x)=\frac{\ln x+a}{x}-1$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，且 $f'(x)=\frac{1-\ln x-a}{x^2}$.

………………………………………（1 分）

因为 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极值，

所以 $f'(1)=\frac{1-\ln 1-a}{1^2}=0$，

解得 $a=1$，…………………………（3 分）

经检验，当 $a=1$ 时，$f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极值，符合题意，

所以 $a=1$. …………………………（4 分）

（Ⅱ）由（Ⅰ）可得 $f(x)=\frac{\ln x+1}{x}-1$，

$f'(x)=-\frac{\ln x}{x^2}$，$x\in(0,+\infty)$，

令 $f'(x)<0$，得 $x>1$；

令 $f'(x)>0$，得 $0<x<1$，

故函数 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，

故 $f(x)_{最大值}=f(1)=0$，……………（6 分）

所以 $f(x)\leqslant f(1)=0$，

即 $\frac{\ln x+1}{x}-1\leqslant 0$，

也即 $\ln x\leqslant x-1$，当且仅当 $x=1$ 时等号成立. …………………………………（7 分）

令 $x=1+\frac{1}{n}>1\ (n\in\mathbf{N}^*)$，

则 $\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)<\left(1+\frac{1}{n}\right)-1=\frac{1}{n}$,

故 $\ln\left(\frac{n+1}{n}\right)<\frac{1}{n}(n\in\mathbf{N}^*)$. ……… (8 分)

所以 $\ln\frac{2}{1}<1$, $\ln\frac{3}{2}<\frac{1}{2}$, $\ln\frac{4}{3}<\frac{1}{3}$, …,

$\ln\left(\frac{n}{n-1}\right)<\frac{1}{n-1}$, $\ln\left(\frac{n+1}{n}\right)<\frac{1}{n}$, … (9 分)

以上式子相加,得 $\ln\frac{2}{1}+\ln\frac{3}{2}+\ln\frac{4}{3}+\cdots+\ln\left(\frac{n}{n-1}\right)+\ln\left(\frac{n+1}{n}\right)<1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n-1}+\frac{1}{n}$,

则 $\ln\left(\frac{2}{1}\times\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\cdots\times\frac{n}{n-1}\times\frac{n+1}{n}\right)<1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n-1}+\frac{1}{n}$,

即 $\ln(n+1)<1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n-1}+\frac{1}{n}$,

…………………………………………… (11 分)

所以 $n\ln(n+1)<n+\frac{n}{2}+\frac{n}{3}+\cdots+\frac{n}{n-1}+1$,即 $\ln(n+1)^n<n+\frac{n}{2}+\frac{n}{3}+\cdots+\frac{n}{n-1}+1$ $(n\in\mathbf{N}^*)$,命题得证. …………… (12 分)

21. 解:(Ⅰ)当 $a=0$ 时 $f(x)=\frac{\sin x-1}{e^x}$, $f'(x)=\frac{e^x\cos x-e^x(\sin x-1)}{(e^x)^2}=\frac{\cos x-\sin x+1}{e^x}$,

…………………………………………… (1 分)

则切线的斜率为 $f'(0)=\frac{1-0+1}{1}=2$.

…………………………………………… (2 分)

又 $f(0)=-1$,

所以函数 $f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程是 $y-(-1)=2(x-0)$,

即 $2x-y-1=0$. ………………………… (4 分)

(Ⅱ) $f(x)+1\geqslant0$,即 $\frac{\sin x-ax-1}{e^x}+1\geqslant0$,

即 $\sin x-ax-1+e^x\geqslant0$. …………… (5 分)

设 $h(x)=\sin x-ax-1+e^x$,

则 $h'(x)=\cos x-a+e^x$,

当 $a\leqslant0$ 时,因为 $x\in[0,+\infty)$,

则 $-1\leqslant\cos x\leqslant1$, $-a+e^x\geqslant1$,则 $h'(x)\geqslant0$,

故 $h(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数,

则 $h(x)\geqslant h(0)=0$,

所以当 $a\leqslant0$ 时,不等式显然成立.

…………………………………………… (7 分)

当 $a>0$ 时, $h'(x)=e^x+\cos x-a$,

令 $g(x)=e^x+\cos x$,则 $g'(x)=e^x-\sin x$,

当 $x\in[0,+\infty)$ 时, $e^x\geqslant1$, $\sin x\in[-1,1]$,

所以 $g'(x)=e^x-\sin x>0$,

所以 $g(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数,

所以 $g(x)\geqslant g(0)=2$. …………… (8 分)

当 $0<a\leqslant2$ 时, $h'(x)\geqslant0$,

从而有 $h(x)\geqslant h(0)=0$,此时不等式恒成立;

当 $a>2$ 时, $h'(x)=e^x+\cos x-a$,

令 $m(x)=h'(x)$,则 $m'(x)=e^x-\sin x\geqslant0$,

故 $m(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数,即 $h'(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数,

又 $h'(0)=2-a<0$, $h'(1+a)=e^{1+a}+\cos(1+a)-a>(1+a)-1-a=0$,

故存在唯一的 $x_0\in(0,1+a)$，

使得 $h'(x_0)=0$， ……………………（10 分）

当 $x\in(0,x_0)$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)$ 为减函数且 $h(0)=0$，所以 $h(x_0)<h(0)=0$ 与 $h(x)\geqslant 0$ 恒成立矛盾. ……………………（11 分）

综上所述，a 的取值范围为 $(-\infty,2]$.

……………………（12 分）

22. 解：（Ⅰ）根据题意得，$f'(x)=2x-\frac{a}{x}=\frac{2x^2-a}{x}$，$x\in(0,+\infty)$，……………………（1 分）

当 $a\leqslant 0$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增；……………………（2 分）

当 $a>0$ 时，令 $f'(x)<0$，得 $0<x<\frac{\sqrt{2a}}{2}$；

令 $f'(x)>0$，得 $x>\frac{\sqrt{2a}}{2}$，

故 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{\sqrt{2a}}{2}\right)$ 上单调递减，在 $\left(\frac{\sqrt{2a}}{2},+\infty\right)$ 上单调递增. ……………………（4 分）

（Ⅱ）当 $a=2$ 时，$f(x)=x^2-2\ln x$，

则 $f'(x)=\frac{2(x-1)(x+1)}{x}$，

所以当 $x\in(0,1)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减；

当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，故 $f(x)$ 的最小值为 $f(1)=1$，

又 $x\to0$，$f(x)\to+\infty$；$x\to+\infty$，$f(x)\to+\infty$，

故 $f(x)\in[1,+\infty)$. ……………………（5 分）

$g(x)=f^2(x)-f(x)-2\ln f(x)=(x^2-2\ln x)^2-(x^2-2\ln x)-2\ln(x^2-2\ln x)$，

设 $m=x^2-2\ln x$，$m\in[1,+\infty)$，

则 $h(m)=m^2-m-2\ln m$，$m\in[1,+\infty)$，

则 $h'(m)=2m-1-\frac{2}{m}=\frac{2m^2-m-2}{m}$，

由 $2m^2-m-2=0$，得 $m=\frac{1+\sqrt{17}}{4}$.

因此，当 $m\in\left(1,\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)$ 时，$h'(m)<0$，$h(m)$ 单调递减；

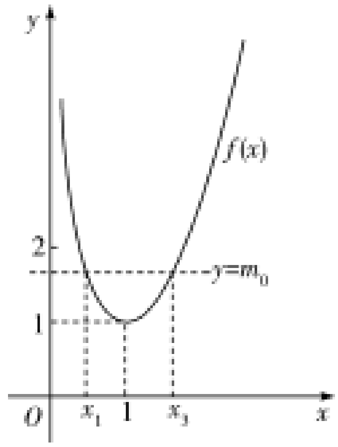
当 $m\in\left(\frac{1+\sqrt{17}}{4},+\infty\right)$ 时，$h'(m)>0$，$h(m)$ 单调递增. ……………………（7 分）

由于 $h(1)=0$，故 $h\left(\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)<h(1)=0$，又 $h(2)=2(1-\ln 2)>0$，

由零点存在定理，存在 $m_0\in\left(\frac{1+\sqrt{17}}{4},2\right)$，使得 $h(m_0)=0$，

所以 $h(m)$ 有两个零点 m_0 和 $m_1=1$，即方程 $f(x)=m$ 有两个根 $m_0\in\left(\frac{1+\sqrt{17}}{4},2\right)$ 和 $m_1=1$. ……………………（9 分）

$f(x)$ 的图象如下，



当$f(x)=1$时，因为$f(x)_{\min}=1$，

故方程$f(x)=1$有一个根$x_2=1$；

………………………………………………（10分）

当$f(x)=m_0$时，其中$m_0\in\left(\frac{1+\sqrt{17}}{4},2\right)$，

因为$\frac{1+\sqrt{17}}{4}>1$，

故由$f(x)$图象可知，$f(x)=m_0$有两个不同的根x_1,x_3，且$0<x_1<1<x_3$.

综上，当$a=2$时，函数$g(x)$有三个零点.

………………………………………………（12分）