2015-2016 学年北京市石景山区高一（上）期末

数学试卷

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合 $M=\{1,2,3\}$， $N=\{2,3,4,5\}$，那么 $M\cap N=$（　　）．

A．$\varnothing$　B．$\{1,4,5\}$　C．$\{1,2,3,4,5\}$　D．$\{2,3\}$

2．$\sin 210^\circ$ 的值为（　　）．

A．$\frac{1}{2}$　B．$-\frac{1}{2}$　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　D．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

3．下列函数中，与函数 $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$ 有相同定义域的是（　　）．

A．$f(x)=\frac{2}{x}$　B．$f(x)=\lg x$　C．$f(x)=|x|$　D．$f(x)=e^x$

4．下列函数中为偶函数的是（　　）．

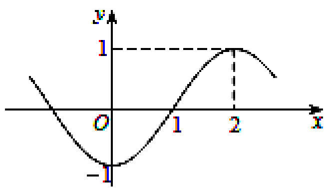
A．$y=x^2\cos x$　B．$y=x^2\sin x$　C．$y=2^{-x}$　D．$y=|\ln x|$

5．若要得到函数 $y=\sin(2x-\frac{\pi}{4})$ 的图象，可以把函数 $y=\sin 2x$ 的图象（　　）．

A．向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位　　B．向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位

C．向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位　　D．向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位

6．函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$ 的一段图象如图所示，则 $\omega=$（　　）．



A．$\frac{1}{4}$　B．$\frac{1}{2}$　C．$\frac{\pi}{4}$　D．$\frac{\pi}{2}$

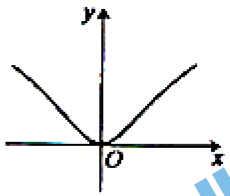
7．$f(x)=-\frac{1}{x}+\log_2 x$ 的一个零点落在下列哪个区间（　　）．

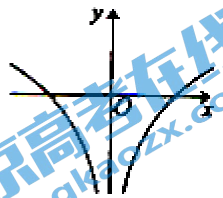
A．$(0,1)$　　B．$(1,2)$　　C．$(2,3)$　　D．$(3,4)$

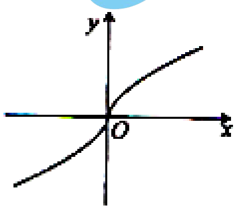
8．已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+2(x\leqslant -1)\\ x^2(-1<x<2)\\ 2x(x\geqslant 2)\end{cases}$，如果 $f(x)=3$，那么 x 的值是（　　）．

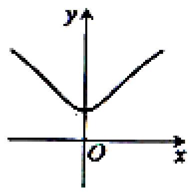
A．1　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\pm\sqrt{3}$　　D．$\dfrac{3}{2}$

9．函数 $f(x)=\ln(x^2+1)$ 的图象大致是（　　）．

A．

B．

C．

D．

10．设 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数，则对任意实数 x，有（　　）．

A．$[-x]=-[x]$　　B．$\left[x+\dfrac{1}{2}\right]=[x]$　　C．$[2x]=2[x]$　　D．$[x]+\left[x+\dfrac{1}{2}\right]=[2x]$

二、填空题：本大题共 4 个小题，每小题 3 分，共 12 分．

11．$\log_2 5$，2^{-3}，$3^{\frac{1}{2}}$ 三个数中最小的数是__________．

12．已知 $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{1}{2}$，则平面向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 夹角的大小为__________．

13．在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=90^\circ$，且 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=-1$，则边 AB 的长为__________．

14．股票交易的开盘价是这样确定的：每天开盘前，由投资者填报某种股票的意向买价或意向卖价以及相应的意向股数，然后由计算机根据这些数据确定适当的价格，使得在该价位上能够成交的股数最多．（注：当卖方意向价不高于开盘价，同时买方意向价不低于开盘价，能够成交）根据以下数据，这种股票的开盘价为__________元，能够成交的股数为__________．

卖家意向价（元）	2.1	2.2	2.3	2.4
意向股数	200	400	500	100

买家意向价（元）	2.1	2.2	2.3	2.4
意向股数	600	300	300	100

三、解答题共 6 个小题，每小题 8 分，共 48 分．应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

15．已知向量 $\vec{a}=(1,2)$，向量 $\vec{b}=(-3,2)$．

（Ⅰ）若向量 $\vec{a}+k\vec{b}$ 与向量 $\vec{a}-3\vec{b}$ 垂直，求实数 k 的值；

（Ⅱ）当 k 为何值时，向量 $\vec{a}+k\vec{b}$ 与向量 $\vec{a}-3\vec{b}$ 平行？并说明它们是同向还是反向．

16． A 、 B 是单位圆 O 上的点，点 A 是单位圆与 x 轴正半轴的交点，点 B 在第二象限．记 $\angle AOB=\theta$ 且 $\sin\theta=\dfrac{4}{5}$ ．

（Ⅰ）求 B 点坐标；

（Ⅱ）求 $\dfrac{\sin(\pi+\theta)+2\sin(\dfrac{\pi}{2}-\theta)}{2\cos(\pi-\theta)}$ 的值．

17．已知函数 $f(x)=\log_a x(a>0$ 且 $a\neq 1)$．

（Ⅰ）若函数 $f(x)$ 在 $[2,3]$ 上的最大值与最小值的和为 2，求 a 的值；

（Ⅱ）将函数 $f(x)$ 图象上所用的点向左平 2 个单位长度，再向下平移 1 个单位长度，所得图象不经过第二象限，求 a 的取值范围．

18．某同学用五点法画函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$，$(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 在某一个周期内的图象时，列表并填入了部分数据，如表：

$\omega x+\varphi$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
x		$\frac{\pi}{3}$		$\frac{5\pi}{6}$	
$A\sin(\omega x+\varphi)$	0	3		-3	0

（Ⅰ）请将表数据补充完整，并直接写出函数 $f(x)$ 的解析式；

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 的单调递增区间；

（Ⅲ）求 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{6}\right]$ 上的最小值．

19．已知$a\in\mathbf{R}$，函数$f(x)=x|x-a|$．

（Ⅰ）当$a=2$时，将函数$f(x)$写成分段函数的形式，并作出函数的简图，写出函数$y=f(x)$的单调递增区间；

（Ⅱ）当$a>2$时，求函数$y=f(x)$在区间$[1,2]$上的最小值．

20．定义：对于函数 $f(x)$，若在定义域内存在实数 x，满足 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为“局部奇函数”．

（Ⅰ）已知二次函数 $f(x)=ax^2+2x-4a(a\in\mathbf{R})$，试判断 $f(x)$ 是否为定义域 $\mathbf{R}$ 上的“局部奇函数”？若是，求出满足 $f(-x)=-f(x)$ 的 x 的值；若不是，请说明理由；

（Ⅱ）若 $f(x)=2^x+m$ 是定义在区间 $[-1,1]$ 上的“局部奇函数”，求实数 m 的取值范围．

2015-2016 学年北京市石景山区高一（上）期末数学考试

数学答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	B	B	A	A	D	B	B	A	D

二、填空题

题号	11	12	13	14
答案	2^{-3}	60°	1	2.2， 600

三、解答题

15．

解：∵ $\vec{a}=(1,2)$， $\vec{b}=(-3,2)$，

∴ $\vec{a}+k\vec{b}=(1-3k,2+2k)$， $\vec{a}-3\vec{b}=(10,-4)$，

（Ⅰ）若向量 $\vec{a}+k\vec{b}$ 与向量 $\vec{a}-3\vec{b}$ 垂直，则 $10(1-3k)-4(2+2k)=0$，解得：$k=\dfrac{1}{19}$；

（Ⅱ）若向量 $\vec{a}+k\vec{b}$ 与向量 $\vec{a}-3\vec{b}$ 平行，则 $-4(1-3k)-10(2+2k)=0$，解得：$k=-3$．

此时 $\vec{a}+k\vec{b}=(10,-4)$， $\vec{a}-3\vec{b}=(10,-4)$，两向量同向．

16．

解：（Ⅰ）∵点 A 是单位圆与 x 轴正半轴的交点，点 B 在第二象限．

设 B 点坐标为 (x,y)，

则 $y=\sin\theta=\dfrac{4}{5}$．

$x=-\sqrt{1-\sin^2\theta}=-\dfrac{3}{5}$，

即 B 点坐标为：$(-\dfrac{3}{5},\dfrac{4}{5})$．

（Ⅱ）$\dfrac{\sin(\pi+\theta)+2\sin(\dfrac{\pi}{2}-\theta)}{2\cos(\pi-\theta)}=\dfrac{-\sin\theta+2\cos\theta}{-2\cos\theta}$

$$=\frac{-\frac{4}{5}-\frac{6}{5}}{\frac{6}{5}}$$

$$=-\frac{5}{3}.$$

17.

解：（Ⅰ）∵函数 $f(x)$ 在 $[2,3]$ 上单调，

又∵函数 $f(x)$ 在 $[2,3]$ 上的最大值与最小值的和为 2，

∴ $\log_a 2+\log_a 3=2$；

即 $\log_a 6=2$；

解得， $a=\sqrt{6}$；

（Ⅱ）函数 $f(x)=\log_a x \xrightarrow{\text{向左平移2个单位长度}} y=\log_a(x+2) \xrightarrow{\text{向下平移1个单位长度}} y=\log_a(x+2)-1$；

∵ $y=\log_a(x+2)-1$ 的图象不经过第二象限，

∴ $\begin{cases} a>1 \\ \log_a 2-1\leqslant 0 \end{cases}$；

解得， $a\geqslant 2$.

18.

解：（Ⅰ）根据表中已知数据，解得 $A=3$， $\omega=2$， $\varphi=-\frac{\pi}{6}$，

数据补全如下表：

$\omega x+\varphi$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
x	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{12}$
$A\sin(\omega x+\varphi)$	0	3		-3	0

函数表达式为 $f(x)=3\sin(2x-\frac{\pi}{6})$.

（Ⅱ）由 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant 2x-\frac{\pi}{6}\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}$， $k\in\mathbf{Z}$，

可解得函数 $f(x)$ 的单调递增区间为： $[k\pi-\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{\pi}{3}]$， $k\in\mathbf{Z}$.

（Ⅲ）∵ $x\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{6}\right]$，

∴ $2x-\frac{\pi}{6}\in\left[-\frac{2}{3}\pi,\frac{\pi}{6}\right]$，

∴ $f(x)=3\sin(2x-\frac{\pi}{6})\in[-3,\frac{3}{2}]$.

$\therefore$当$2x-\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{2}$，即$x=-\frac{\pi}{6}$时，

$f(x)$在区间$\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{6}\right]$上的最小值为$-3$.

19.

解：（Ⅰ）当$a=2$时，$f(x)=x|x-2|=\begin{cases}2x-x^2, x\leqslant 2\\ x^2-2x, x>2\end{cases}$，

故作其图象如下图，

函数$y=f(x)$的单调递增区间为$(-\infty,1]$，$(2,+\infty)$；

（Ⅱ）$f(x)=\begin{cases}-x^2+ax, x\leqslant a\\ x^2-ax, x>a\end{cases}$，

①当$1<\frac{a}{2}<2$，即$2<a<4$时，

$f(x)$在$[1,\frac{a}{2}]$上是增函数，在$(\frac{a}{2},2]$上是减函数；

而$f(1)=a-1$，$f(2)=2a-4$，

故$f(1)-f(2)=a-1-2a+4=3-a$，

故当$2<a\leqslant 3$时，

$f(1)\geqslant f(2)$，

故$f_{\min}(x)=f(2)=2a-4$；

当$3<a<4$时，

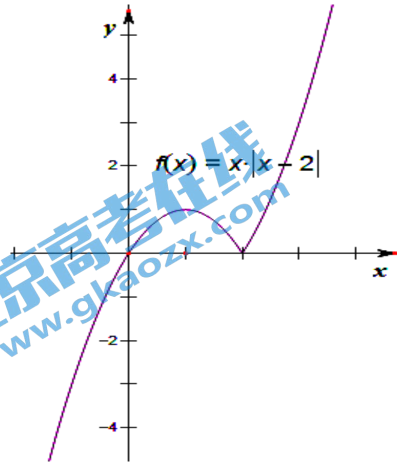
$f(1)<f(2)$，

故$f_{\min}(x)=f(1)=a-1$；

②当$a\geqslant 4$时，$f(x)$在$[1,2]$上是增函数，

故$f_{\min}(x)=f(1)=a-1$；

综上所述，$f_{\min}(x)=\begin{cases}2a-4, 2<a\leqslant 3\\ a-1, a>3\end{cases}$.



20．

解：（Ⅰ）$f(x)$ 为“局部奇函数”等价于关于 x 的方程 $f(-x)=-f(x)$ 有解．

当 $f(x)=ax^2+2x-4a(a\in\mathbf{R})$ 时，

方程 $f(-x)=-f(x)$ 即 $2a(x^2-4)=0$, 有解 $x=\pm2$，

所以 $f(x)$ 为“局部奇函数”．

（Ⅱ）当 $f(x)=2^x+m$ 时，$f(-x)=-f(x)$ 可化为 $2^x+2^{-x}+2m=0$，

因为 $f(x)$ 的定义域为 $[-1,1]$，所以方程 $2^x+2^{-x}+2m=0$ 在 $[-1,1]$ 上有解．

令 $t=2^x$，$t\in[\frac{1}{2},2]$，则 $-2m=t+\frac{1}{t}$．

设 $g(t)=t+\frac{1}{t}$，则 $g'(t)=1-\frac{1}{t^2}=\frac{t^2-1}{t^2}$，

当 $t\in(0,1)$ 时，$g'(t)<0$，故 $g(t)$ 在 $(0,1)$ 上为减函数，

当 $t\in(1,+\infty)$ 时，$g'(t)>0$，故 $g(t)$ 在 $(1,+\infty)$ 上为增函数．

所以 $t\in[\frac{1}{2},2]$ 时，$g(t)\in[2,\frac{5}{2}]$．

所以 $-m\in[2,\frac{5}{2}]$，即 $m\in[-\frac{5}{4},-1]$．

2015-2016 学年北京市石景山区高一（上）期末数学考试

数学试卷部分解析

一、 选择题

1.【答案】D

【解析】集合 $M=\{1,2,3\}$， $N=\{2,3,4,5\}$，

那么 $M\cap N=\{2,3\}$.

故选：D.

2.【答案】B

【解析】 $\sin 210^\circ=-\sin 30^\circ=-\frac{1}{2}$.

故选 B

3.【答案】B

【解析】要使函数 $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$ 有意义，则 $x>0$，

所以函数 $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$ 的定义域为 $(0,+\infty)$.

选项中给出的函数 $f(x)=\frac{2}{x}$ 的定义域为 $\{x\,|\,x\neq 0\}$；

$f(x)=\lg x$ 的定义域为 $(0,+\infty)$；

$f(x)=|x|$ 的定义域为 $\mathbf{R}$；

$f(x)=\mathrm{e}^x$ 的定义域为 $\mathbf{R}$.

所以与函数 $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$ 有相同定义域的是函数 $f(x)=\lg x$.

故选 B.

4.【答案】A

【解析】A． $f(-x)=(-x)^2\cos(-x)=x^2\cos x=f(x)$，则函数为偶函数，满足条件.

B． $f(-x)=(-x)^2\sin(-x)=-x^2\sin x=-f(x)$，则函数为奇函数，不满足条件.

C．函数为单调递减函数，为非奇非偶函数，不满足条件.

D．函数的定义域为 $(0,+\infty)$，为非奇非偶函数，不满足条件.

故选：A．

5．【答案】A

【解析】由于函数 $y=\sin(2x-\frac{\pi}{4})=3\sin 2(x-\frac{\pi}{8})$，

故要得到函数 $y=\sin(2x-\frac{\pi}{4})$ 的图象，

将函数 $y=\sin 2x$ 的图象沿 x 轴向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位即可，

故选：A．

6．【答案】D

【解析】由题意可知：$T=4$，$\therefore\frac{2\pi}{\omega}=4$，$\omega=\frac{\pi}{2}$，

故选：D．

7．【答案】B

【解析】根据函数的实根存在定理得到

$f(1)\cdot f(2)<0$．

故选 B．

8．【答案】B

【解析】函数 $f(x)=\begin{cases}x+2(x\leqslant-1)\\x^2(-1<x<2)\\2x(x\geqslant2)\end{cases}$，

可得 $x\leqslant-1$ 时，$x+2\leqslant1$，

$-1<x<2$ 时，$x^2\in[0,4)$，此时：$x^2=3$，解得 $x=\sqrt{3}$．

$x\geqslant2$ 时，$2x\geqslant4$．

综上 $x=\sqrt{3}$．

故选：B．

9．【答案】A

【解析】$\because x^2+1\geqslant1$，又 $y=\ln x$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增，

$\therefore y=\ln(x^2+1)\geqslant\ln1=0$，

$\therefore$函数的图象应在 x 轴的上方，又 $f(0)=\ln(0+1)=\ln1=0$，

$\therefore$图象过原点，

综上只有 A 符合.

故选：A

10.【答案】D

【解析】对 A，设 $x=-1.8$，则 $[-x]=1$， $-[x]=2$，所以 A 选项为假.

对 B，设 $x=1.8$，则 $[x+\frac{1}{2}]=2$， $[x]=1$，所以 B 选项为假.

对 C， $x=-1.4$，则 $[2x]=[-2.8]=-3$， $2[x]=-4$，所以 C 选项为假.

故 D 选项为真.

故选 D.

二、填空题

11.【答案】 2^{-3}

【解析】. $\because \log_2 5>\log_2 4=2$，

$2^{-3}=\frac{1}{8}$，

$3^{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}>1$，

$\therefore \log_2 5$， 2^{-3}， $3^{\frac{1}{2}}$ 三个数中最小的数是 2^{-3}.

故答案为： 2^{-3}.

12.【答案】 $60°$

【解析】设两个向量的夹角为 θ，则

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta=\cos\theta=\frac{1}{2}$.

$\because \theta\in[0,\pi]$

$\therefore \theta=60°$

故答案为 $60°$.

13.【答案】1

【解析】 $\because \triangle ABC$ 中， $\angle A=90°$，

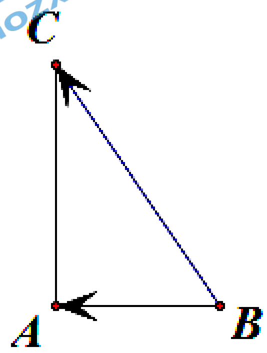
$\therefore \cos B=\frac{AB}{BC}=\frac{|\overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{BC}|}$.

又 $\because \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=-1$， 可得 $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=1$.

$\therefore |\overrightarrow{BA}|\cdot|\overrightarrow{BC}|\cdot\cos B=1$，即 $|\overrightarrow{BA}|\cdot|\overrightarrow{BC}|\cdot\dfrac{|\overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{BC}|}=1$.

化简得 $|\overrightarrow{AB}|^2=1$，解之得 $|\overrightarrow{AB}|=1$，即边 AB 的长为1.

故答案为：1.



14.【答案】2.2， 600

【解析】依题意，当开盘价为2.1元时，买家意向股数为$600+300+300+100=1300$，

卖家意向股数为200，此时能够成交的股数为200；

当开盘价为2.2元时，买家意向股数为$300+300+100=700$，

卖家意向股数为$200+400=600$，此时能够成交的股数为600；

当开盘价为2.3元时，买家意向股数为$300+100=400$，

卖家意向股数为$200+400+500=1100$，此时能够成交的股数为400；

当开盘价为2.4元时，买家意向股数为100，

卖家意向股数为$200+400+500+100=1200$，此时能够成交的股数为100；

故答案为：2.2， 600.